

단원 종합 평가

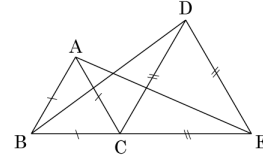
1. 다음 명제 중에서 명제는 참이고 역은 거짓인 것은?
[배점 3, 하상]

- ① 12의 약수의 개수는 6개이다.
② $x + y \geq 0$ 이면 $x \geq 0$ 이고 $y \geq 0$ 이다.
③ $x + y = 0$ 이면 $x = 0$ 이고 $y = 0$ 이다.
④ $a - b < 0$ 이면 $a < b$ 이다.
⑤ 한 변의 길이가 같은 두 정삼각형은 합동이다.

해설

명제: 12의 약수의 개수는 6개이다. (참)
역: 약수의 개수가 6개이면 12이다. 18의 약수도 6개이다. (거짓)

2. 다음 그림에서 $\triangle ABC$, $\triangle DCE$ 가 정삼각형일 때, $\overline{AE} = \overline{BD}$ 임을 증명하는 과정이다. ㉠ ~ ㉤에 들어갈 것으로 옳지 않은 것은?



$\triangle ABC$, $\triangle DCE$ 에서
 $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{CE} = \overline{CD}$
 $\angle ACE = \angle ACD + \boxed{\text{㉠}}$
 $= \angle ACD + 60^\circ$
 $\angle BCD = \angle ACD + \boxed{\text{㉡}}$
 $= \angle ACD + 60^\circ$ 이므로
 $\angle ACE = \boxed{\text{㉢}}$
 따라서 $\triangle ACE \equiv \triangle BCD$ ($\boxed{\text{㉣}}$ 합동)이므로
 $\overline{AE} = \boxed{\text{㉤}}$

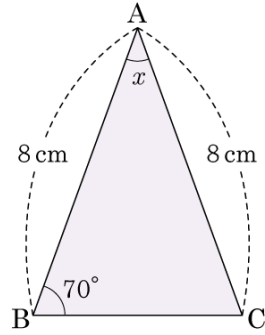
[배점 3, 하상]

- ① ㉠ : $\angle DCE$ ② ㉡ : $\angle ACB$
 ③ ㉢ : $\angle BDE$ ④ ㉣ : SAS
 ⑤ ㉤ : $\overline{BD}$

해설

$\overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{CE} = \overline{CD}$
 $\angle ACE = \angle ACD + \angle DCE$
 $= \angle ACD + 60^\circ$
 $\angle BCD = \angle ACD + \angle ACB$
 $= \angle ACD + 60^\circ$
 $\angle ACE = \angle BCD$
 따라서 $\triangle ACE \equiv \triangle BCD$ (SAS 합동)이므로
 $\overline{AE} = \overline{BD}$ 이다.

3. 다음과 같은 $\triangle ABC$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{AC} = 8\text{cm}$ 일 때,
 $\angle x$ 의 크기는?



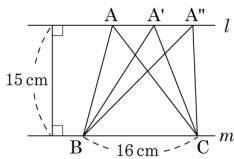
[배점 3, 하상]

- ① 40° ② 45° ③ 50°
 ④ 55° ⑤ 60°

해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle ACB = 70^\circ$
 따라서 $x = 180^\circ - 2 \times 70^\circ = 40^\circ$

4. 다음 그림에서 $l \parallel m$ 이다. l 과 m 사이의 거리는 15cm ,
 $\overline{BC} = 16\text{cm}$ 일 때, $\triangle ABC$, $\triangle A'BC$, $\triangle A''BC$ 의 넓이
 의 비는?



[배점 3, 하상]

- ① $1:1:1$ ② $1:2:1$ ③ $1:2:3$
 ④ $2:1:2$ ⑤ $2:3:1$

해설

세 변의 삼각형의 밑변의 길이가 같으므로
 $\triangle ABC = \triangle A'BC = \triangle A''BC = \frac{1}{2} \times 16 \times 15$
 $= 120(\text{cm}^2)$
 $\therefore \triangle ABC : \triangle A'BC : \triangle A''BC = 1:1:1$

5. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 두 홀수의 곱은 홀수이다.
 ② 네 변의 길이가 같은 사각형은 정사각형이다.
 ③ $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 이면 $\overline{AB} = \overline{DE}$ 이다.
 ④ 정삼각형의 한 내각의 크기는 60° 이다.
 ⑤ 11 은 소수이다.

해설

- ② 네 변의 길이가 같은 사각형은 마름모이다.

6. 다음 중 명제와 그 역이 모두 참인 것은?

[배점 3, 중하]

- ① a, b 가 짝수이면 $a + b$ 는 짝수이다.
 ② $a = b$ 이면 $a + 2 = b + 2$ 이다.
 ③ 18 의 배수는 6 의 배수이다.
 ④ $a = b$ 이면 $ax = bx$ 이다.
 ⑤ $\triangle ABC$ 가 예각삼각형이면 $0^\circ < \angle A < 90^\circ$ 이다.

해설

- ① 명제 : 참, 역 : 거짓
- ③ 명제 : 참, 역 : 거짓
- ④ 명제 : 참, 역 : 거짓
- ⑤ 명제 : 참, 역 : 거짓

7. 다음 중 정리인 것을 모두 몇 개인지 구하여라.

- ㉠ 사다리꼴은 한 쌍의 대변이 평행한 사각형이다.
- ㉡ 삼각형의 내각의 총합은 180° 이다.
- ㉢ 정삼각형의 세 내각의 크기는 서로 같다.
- ㉣ 네 변의 길이가 모두 같은 사각형은 마름모이다.
- ㉤ 평행한 두 직선이 한 직선과 만날 때, 동위각의 크기는 같다.

[배점 3, 중하]

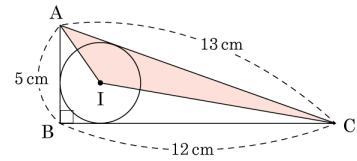
▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

해설

증명이 필요하지 않은 명제는 정의, 반드시 증명이 필요한 명제는 정리이다.
따라서 정의는 ㉠, ㉣ 2 개이고 정리는 ㉡, ㉢, ㉤ 3 개이다.

8. 다음 그림과 같이 $\angle B = 90^\circ$ 인 직각삼각형 ABC의 내심이 I 이고, $\overline{AB} = 5\text{cm}$, $\overline{BC} = 12\text{cm}$, $\overline{AC} = 13\text{cm}$ 일 때, $\triangle AIC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 13cm^2

해설

$\overline{AB}$ 와 내접원이 접하는 점을 D, $\overline{BC}$ 와 내접원이 접하는 점을 E, $\overline{AC}$ 와 내접원이 접하는 점을 F라고 하자.

$$\overline{DI} = \overline{BE}, x = \overline{BE} \text{라 하면 } \overline{AF} = 5 - x, \overline{CF} = 12 - x$$

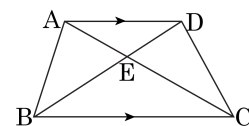
$$\overline{AC} = \overline{AF} + \overline{CF} = 5 - x + 12 - x = 13$$

$$\therefore x = 2\text{cm}$$

반지름의 길이가 2cm 이므로 $\triangle AIC$ 의 넓이는

$$\frac{1}{2} \times 13 \times 2 = 13(\text{cm}^2)$$

9. 다음 그림의 사각형 ABCD에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고, $\triangle ABC$ 의 넓이가 15cm^2 일 때, $\triangle DBC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 15cm^2

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle DBC$ 에서 $\overline{BC}$ 는 동일하고 $\overline{AD}$ 에서 $\overline{BC}$ 까지의 거리는 같으므로
 $\triangle ABC$ 의 넓이와 $\triangle DBC$ 의 넓이는 동일하다.

해설

- ① (반례) 6은 2의 배수이지만, 4의 배수는 아니다
- ② $x = -1$ 일 때, $-3 \times (-1) + 2 = 5$ 이므로 거짓
- ⑤ $4 + 3 = 7$ 이므로 거짓

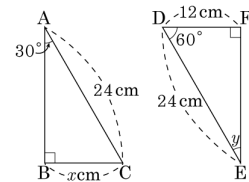
10. 다음 용어의 정의 중 옳은 것을 모두 고르면?(정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① 정삼각형 : 세 내각의 크기가 같은 삼각형
- ② 직각삼각형 : 두 내각의 크기가 예각인 삼각형
- ③ 마름모 : 네 변의 길이가 모두 같은 사각형
- ④ 등변사다리꼴 : 한 쌍의 대변이 평행한 사각형
- ⑤ 엇각 : 두 직선이 다른 한 직선과 만날 때 생기는 각 중에서 엇갈린 위치에 있는 두 각

해설

- ① 정삼각형 : 세 변의 길이가 같은 삼각형
- ② 직각삼각형 : 한 내각의 크기가 직각인 삼각형
- ④ 등변사다리꼴 : 두 밑각의 크기가 같은 사다리꼴

12. 두 직각삼각형 ABC , DEF 가 다음 그림과 같을 때, $x + y$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① 12 ② 36 ③ 42 ④ 48 ⑤ 60

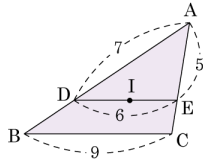
해설

$\triangle ABC, \triangle DEF$ 는 RHA 합동 이므로
 $\overline{BC} = \overline{FD} = 12\text{cm} = x\text{cm}$, $\angle y = \angle CAB = 30^\circ$
 $\therefore x + y = 12 + 30 = 42$

11. 다음 중 참인 명제는? [배점 4, 중중]

- ① 2의 배수이면 4의 배수이다.
- ② $x = -1$ 일 때, $-3x + 2 = -1$ 이다.
- ③ 넓이가 같은 두 삼각형은 합동이다.
- ④ 12의 약수이면 24의 약수이다.
- ⑤ a, b 중 하나가 짝수이면 $a + b$ 는 짝수이다.

13. 다음 그림에서 점 I는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 이고 $\overline{AD} = 7$, $\overline{AE} = 5$, $\overline{DE} = 6$, $\overline{BC} = 9$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

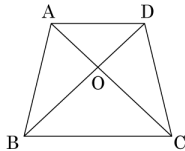
▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

점 I가 삼각형의 내심이고 $\overline{DE} \parallel \overline{BC}$ 일 때,
 $\overline{DE} = \overline{DI} + \overline{EI} = \overline{DB} + \overline{EC}$ 이다.
 따라서 $\overline{DB} + \overline{EC} = 6$ 이므로 $\triangle ABC$ 의 둘레의 길이는 $7 + 5 + 6 + 9 = 27$ 이다

14. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴 ABCD에서 $\overline{OD} : \overline{OB} = 2 : 3$ 이다. $\triangle OCB$ 의 넓이가 18일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

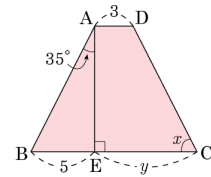
▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

$\triangle COD : \triangle BOC = 2 : 3$ 이므로
 $\triangle COD : 18 = 2 : 3 \therefore \triangle COD = 12$
 이때 $\triangle ABD = \triangle ACD$ 이므로
 $\triangle OBA = \triangle COD = 12$
 또, $\triangle AOD : \triangle AOB = 2 : 3$ 이므로
 $\triangle AOD : 12 = 2 : 3 \therefore \triangle AOD = 6$
 $\therefore \square ABCD = 6 + 12 + 12 + 18 = 48$

15. 다음 그림과 같이 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 등변사다리꼴 ABCD가 있다. $\overline{AD} = 3$, $\overline{BE} = 5$, $\angle BAE = 35^\circ$ 일 때, $\angle DCB = x^\circ$, $\overline{CE} = y$ 이다. $x + y$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

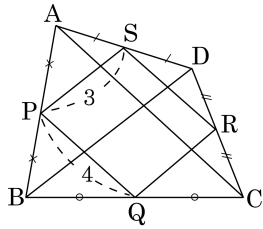
▶ 답 :

▷ 정답 : 63

해설

$\angle A + \angle C = 180^\circ$ 이므로 $\angle A = 35^\circ + 90^\circ = 125^\circ$
 이고, $x^\circ = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$ 이다.
 점 D에서 $\overline{BC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 하면
 $\triangle ABE$ 와 $\triangle DCH$ 는 RHA 합동이므로 $\overline{BE} = \overline{HC}$ 이다.
 $\therefore y = 5 + 3 = 8$
 $\therefore x + y = 55 + 8 = 63$

16. 다음 그림과 같은 $\square ABCD$ 에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$, $\overline{DA}$ 의 중점을 각각 P, Q, R, S 라할 때, $\overline{AC} + \overline{BD}$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① 10 ② 12 ③ 14 ④ 16 ⑤ 18

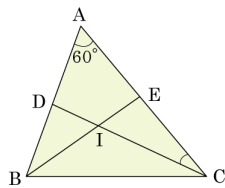
해설

중점연결정리에 의해

$$\overline{AC} = 2\overline{PQ} = 2 \times 4 = 8, \overline{BD} = 2\overline{PS} = 2 \times 3 = 6$$

$$\therefore \overline{AC} + \overline{BD} = 14$$

17. 다음 그림에서 점 I 는 $\triangle ABC$ 의 내심이다. $\angle A = 60^\circ$ 일 때, $\angle BDC + \angle BEC$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 180°

해설

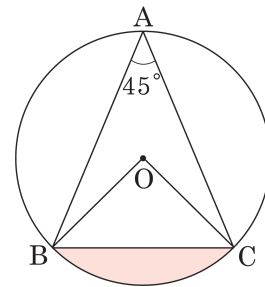
$$\angle BIC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle BAC = 120^\circ, \angle DIE = 120^\circ.$$

$$\square ADIE \text{ 에서 } \angle ADI + \angle AEI + 60^\circ + 120^\circ = 360^\circ$$

$$\angle ADI + \angle AEI = 180^\circ.$$

$$\angle BDI + \angle ADI + \angle CEI + \angle AEI = 360^\circ, \angle BDC + \angle BEC = 180^\circ.$$

18. 다음 그림에서 원 O 는 $\triangle ABC$ 의 외접원이다. $\overline{OB} = 4\text{ cm}$, $\angle BAC = 45^\circ$ 일 때, 색칠한 부분인 활꼴의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $4\pi - 8\text{ cm}^2$

해설

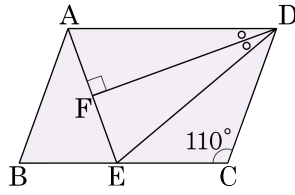
$$\angle BOC = 2\angle A = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$$

$$(\text{부채꼴의 넓이}) = \pi \times 4^2 \times \frac{1}{4} = 4\pi (\text{cm}^2)$$

$$(\triangle OBC \text{의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 4 = 8 (\text{cm}^2)$$

$$(\text{활꼴의 넓이}) = 4\pi - 8 (\text{cm}^2)$$

19. 다음 그림의 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{DF}$ 는 $\angle ADE$ 의 이등분선이고 $\angle C = 110^\circ$ 이다. $\overline{AB} = \overline{AE}$ 일 때, $\angle CDE$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

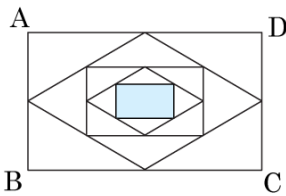
▶ 답 :

▶ 정답 : 30°

해설

$\angle B = 70^\circ$, $\overline{AB} = \overline{AE}$ 이므로 $\angle AEB = 70^\circ$,
 $\angle EAD = 70^\circ$ (엇각)
 따라서 $\angle ADF = 20^\circ$, $\angle CDE = 70^\circ - 20^\circ - 20^\circ = 30^\circ$ 이다.

20. 다음 그림은 직사각형 ABCD 를 시작으로 계속하여 각 변의 중점을 연결한 도형이다. 색칠된 부분의 넓이가 10 일 때, $\square ABCD$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 160

해설

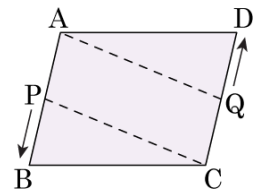
각 변의 중점을 연결하여 만든 도형의 넓이는 처음 도형의 $\frac{1}{2}$ 이므로

$\square ABCD$ 의 넓이를 x 라 하면

$$x \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = 10$$

$$\therefore x = 160$$

21. $\overline{AB} = 100\text{cm}$ 인 평행사변형 ABCD 를 점 P 는 A 에서 B 까지 매초 5m 의 속도로, 점 Q 는 7m 의 속도로 C 에서 D 로 이동하고 있다. P 가 A 를 출발한 4 초 후에 Q 가 점 C 를 출발한다면 $\square APCQ$ 가 평행사변형이 되는 것은 Q 가 출발한 지 몇 초 후인가?



[배점 5, 중상]

① 5 초

② 8 초

③ 10 초

④ 12 초

⑤ 15 초

해설

$\square APCQ$ 가 평행사변형이 되려면 $\overline{AP} = \overline{CQ}$ 가 되어야 하므로 Q 가 이동한 시간을 x (초)라 하면 P 가 이동한 시간은 $x + 4$ (초)이다.

$$\overline{AP} = 5(x + 4), \overline{CQ} = 7x, 5(x + 4) = 7x$$

$$\therefore x = 10 \text{ (초)이다.}$$

22. 명제 「 $ab \neq 0$ 이면 $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이다.」에서 결론은?
[배점 5, 상하]

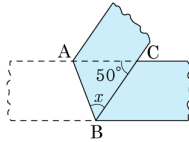
- ① $ab \neq 0$ 이다.
② $a \neq 0$ 이다.
③ $b \neq 0$ 이다.
④ $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이다.
⑤ $a \neq 0$ 또는 $b \neq 0$ 이다.

해설

가정 : $ab \neq 0$ 이다.

결론 : $a \neq 0$ 이고 $b \neq 0$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 폭이 일정한 종이 테이프를 접었다.
 $\angle ACB = 50^\circ$ 일 때, $\angle x$ 의 크기는?



[배점 5, 상하]

- ① 45° ② 50° ③ 55°
④ 60° ⑤ 65°

해설

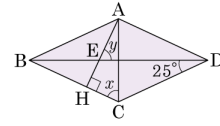
$\angle ACB = \angle EBC$ (엇각)

$\angle ABD = \angle ABC$ (접힌각)

$\therefore 2\angle x + 50^\circ = 180^\circ$

$\angle x = 65^\circ$

24. 다음 그림의 마름모 ABCD에서 $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $\angle x = 65^\circ$

▷ 정답 : $\angle y = 65^\circ$

해설

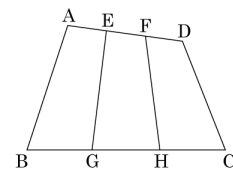
$\angle DBC = \angle BDC = 25^\circ$

$\angle x = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$

$\angle y = \angle BEH$

$= 180^\circ - (25^\circ + 90^\circ) = 65^\circ$

25. 다음 그림에서 $\overline{AE} = \overline{EF} = \overline{FD}$, $\overline{BG} = \overline{GH} = \overline{HC}$ 일 때, $\frac{\square ABGE + \square CDFH}{\square EFHG}$ 의 값을 구하여라.

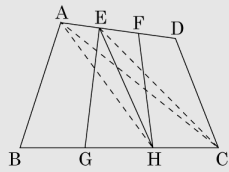


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설



위의 그림과 같이 점선을 그으면

$$\triangle ABC = 3\triangle AHC, \triangle CAD = 3\triangle CAE$$

$$\begin{aligned}\square ABCD &= \triangle ABC + \triangle CAD \\ &= 3\triangle AHC + 3\triangle CAE \\ &= 3(\triangle AHC + \triangle CAE) \\ &= 3\square AHCE \dots \textcircled{1}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\square AHCE &= \triangle EHC + \triangle HAE \\ &= \triangle EGH + \triangle HEF \\ &= \square EGHF \dots \textcircled{2}\end{aligned}$$

따라서 $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ 에서 $\square ABCD = 3\square EGHF$ 이므로

$$\begin{aligned}\therefore & \frac{\square ABGE + \square CDFH}{\square EFGH} \\ &= \frac{\square ABCD - \square EGHF}{\square EGHF} \\ &= \frac{2\square EFGH}{\square EFGH} \\ &= 2\end{aligned}$$