

단원 종합 평가

1. 두 직선 $3x = y + 2$ 와 $ax - y = 2$ 의 교점이 좌표가 $(b, 4)$ 일 때 a, b 의 값을 각각 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 3$

▷ 정답 : $b = 2$

해설

$(b, 4)$ 를 $3x = y + 2$ 에 대입하면,

$$3b = 4 + 2, b = 2$$

$(2, 4)$ 를 $ax - y = 2$ 에 대입하면,

$$2a - 4 = 2, a = 3$$

2. 일차방정식 $2x - 3y - 2 = 0$ 의 해가 $(k, 2)$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$x = k, y = 2$ 를 $2x - 3y - 2 = 0$ 에 대입하면,

$$2k - 6 - 2 = 0, k = 4$$

3. 다음 연립방정식의 해를 구하면?

$$\begin{cases} 3(x + 2y) + x = 10 \\ 3(x - y) + (y - 2x) = -1 \end{cases} \quad [\text{배점 2, 하중}]$$

① $(-1, 0)$

② $(0, 0)$

③ $(0, 1)$

④ $(1, 0)$

⑤ $(1, 1)$

해설

$$\begin{cases} 3(x + 2y) + x = 10 \\ 3(x - y) + (y - 2x) = -1 \end{cases} \quad \text{을 정리하면}$$

$$\begin{cases} 2x + 3y = 5 \quad \dots \textcircled{1} \\ x - 2y = -1 \quad \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

① - ② $\times 2$ 하면 $x = 1, y = 1$

4. 병규는 집에서 140km 떨어진 할머니 댁을 왕복하는데 갈 때는 걸어서 1 시간, 버스로 2 시간 걸렸고, 같은 길을 올 때는 걸어서 4 시간, 버스로 1 시간 걸렸다. 이 때, 버스의 속력을 구하여라. (단, 걷는 속력과 버스의 속력은 항상 일정하다.)

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 60 km/h

해설

걷는 속력 : x km/h, 버스 속력 : y km/h

$$\begin{cases} x + 2y = 140 \dots \textcircled{1} \\ 4x + y = 140 \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

② $\times 2$ - ① 을 하면, $7x = 140$

$\therefore x = 20, y = 60$

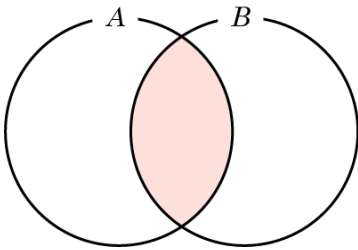
5. 다음 중 연립방정식 $\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ 의 해는?
[배점 3, 하상]

- ① (1, 4) ② (2, 3) ③ (3, 2)
④ (4, 1) ⑤ (5, 0)

해설

$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x - y = 3 \end{cases}$ 에 각각의 해를 대입해보면 (2, 3) 을 만족한다.

6. $A = \{(x, y) \mid x - 3y = -2\}$, $B = \{(x, y) \mid 2x + 5y = 7\}$ 일 때, 다음 그림의 색칠한 부분에 속하는 원소의 개수를 구하여라. (단, x, y 는 자연수이다.)



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 1개

해설

$x - 3y = -2$ 를 만족하는 순서쌍은 (1, 1), (4, 2), (7, 3), (10, 4), ...
 $2x + 5y = 7$ 을 만족하는 순서쌍은 (1, 1) 뿐이므로
두 식을 동시에 만족하는 순서쌍은 $(x, y) = (1, 1)$ 즉, 1 개다.

7.

두 개의 연립방정식 $\begin{cases} y = 2x - 5 \\ ay - x = 2 \end{cases}$ 와

$\begin{cases} x + y = 7 \\ bx - 2y = 6 \end{cases}$ 의 해가 같을 때 a, b 의 값을

구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = 2$

▷ 정답: $b = 3$

해설

해가 같으므로 $y = 2x - 5$ 를 $x + y = 7$ 식에 대입하면 $x = 4, y = 3$ 이 나온다.

이렇게 구한 해를 a, b 가 있는 식에 각각 대입하면

$3a - 4 = 2$ 에서 $a = 2$

$4b - 6 = 6$ 에서 $b = 3$

8. 연립방정식 $\begin{cases} x - 5y = -3 \\ x - 3y = a \end{cases}$ 의 해 (x, y) 가 $x = 2y$ 인 관계를 만족할 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -1 ⑤ -2

해설

$x = 2y$ 를 첫 번째 식에 대입하면,
 $2y - 5y = -3y = -3 \rightarrow y = 1, x = 2$
 이것을 두 번째 식에 대입 : $2 - 3 = a$
 $\therefore a = -1$

9. 지우개 3 개와 연필 5 자루의 값은 2,900 원이고, 연필이 지우개보다 100 원이 비싸다고 한다. 연필 한 자루의 값은 얼마인가? [배점 3, 하상]

① 200 원 ② 250 원 ③ 300 원
 ④ 350 원 ⑤ 400 원

해설

연필 한 자루의 가격을 x 원, 지우개 한 개의 가격을 y 원이라고 하면

$$\begin{cases} x = y + 100 & \dots (1) \\ 5x + 3y = 2900 & \dots (2) \end{cases}$$

(1)을 (2)에 대입하면 $5(y + 100) + 3y = 2900$
 방정식을 풀면 $y = 300$
 $x = y + 100 = 400$
 $\therefore$ 연필 한 자루의 가격 : 400 원

10. 연립방정식 $\begin{cases} y = -2x - 3 \\ mx + 3y = 8m \end{cases}$ 의 해가 일차방정식 $4x = -3y - 11$ 을 만족시킬 때, m 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{15}{7}$

해설

$4x = -3y - 11$ 에 $y = -2x - 3$ 을 대입하면
 $4x = -3(-2x - 3) - 11$
 $4x = 6x + 9 - 11$
 $-2x = -2$
 $x = 1$
 $y = -2 \times 1 - 3 = -5$
 $mx + 3y = 8m$ 에 $(1, -5)$ 를 대입하면
 $m - 15 = 8m$
 $7m = -15$
 $\therefore m = -\frac{15}{7}$

11. 연립방정식 $\begin{cases} x + 2y = 8 \\ 3x - 2y = a + 5 \end{cases}$ 를 만족하는 x 의 값이 y 의 값의 2 배라고 할 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$x = 2y$ 이므로 $x + 2y = 8$ 에 대입하면
 $2y + 2y = 8$
 $4y = 8$
 $y = 2$
 x 의 값이 y 의 값의 2 배이므로 $x = 4$
 $(4, 2)$ 를 $3x - 2y = a + 5$ 에 대입하면
 $3 \times 4 - 2 \times 2 = a + 5$
 $8 = a + 5$
 $\therefore a = 3$

12. 다음 연립방정식 중 해가 없는 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $x - 2y = 3x - 6y = 12$
 ② $x - 2y = 2x - y = 6$
 ③ $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x + 4y = 6 \end{cases}$
 ④ $\begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = -6 \end{cases}$
 ⑤ $\frac{x+y}{2} = \frac{x-y}{4} = 1$

해설

① $x - 2y = 12$, $3x - 6y = 12$ 에서 첫 번째 식에 $\times 3$ 을 한 후 두 번째 식을 빼면 $0 \cdot x = 24$ 가 되므로 해가 없다.

13. 연립방정식 $\begin{cases} px - qy = 4 \\ px + qy = 1 \end{cases}$ 의 해가 $(-1, 2)$ 일 때,
 $p + q$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $-\frac{13}{4}$

해설

$px - qy = 4$ 와 $px + qy = 1$ 에 $(-1, 2)$ 를 대입하면
 $-p - 2q = 4 \dots ①$
 $-p + 2q = 1 \dots ②$
 ①+②를 하면 $-2p = 5$, $p = -\frac{5}{2}$
 $-\left(-\frac{5}{2}\right) + 2q = 1$, $\frac{5}{2} + 2q = 1$
 $2q = -\frac{3}{2}$, $q = -\frac{3}{4}$
 $\therefore p + q = -\frac{5}{2} + \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{10}{4} + \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{13}{4}$

14. 두 집합 $A = \{(x, y) | 4y = 3x + 1\}$, $B = \{(x, y) | 8y = ax - 1\}$ 에 대하여 $A \cap B = \emptyset$ 일 때,
 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$A \cap B = \emptyset$ 라는 것은 연립방정식의 해가 없다는 것과 같다.

두 방정식의 미지수의 계수는 각각 같고 상수항이 다를 때 해가 없다.

$$\begin{cases} -3x + 4y = 1 & \dots \textcircled{㉠} \\ -ax + 8y = -1 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

$$2 \times \textcircled{㉠} \text{ 하면 } \begin{cases} -6x + 8y = 2 & \dots 2 \times \textcircled{㉠} \\ -ax + 8y = -1 & \dots \textcircled{㉡} \end{cases} \text{ 이다}$$

따라서 $-6 = -a$ 이므로 $a = 6$ 이다.

15. 어떤 열차가 1200m 인 터널을 완전히 통과하는데 3 분이 걸리고, 길이가 700m 인 철교를 완전히 지나가는데 2 분이 걸렸다. 이 열차의 길이와 속도(m/분)을 각각 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 300 m

▷ 정답 : 500 m/min

해설

열차의 길이를 x m , 속력을 y m/분이라 하면

$$\begin{cases} x + 1200 = 3y \\ x + 700 = 2y \end{cases}$$

변끼리 빼면 $y = 500, x = 300$ 이다.

∴ 열차의 길이는 300m, 속력은 500m/분

16. 영희와 철수가 가위바위보를 하여 이긴 사람은 4 계단씩 올라가고, 진 사람은 2 계단씩 내려가기로 하였다. 얼마 후 영희는 42 계단을 올라와 있고, 철수는 처음 위치 그대로였다. 이때 철수가 이긴 횟수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7 회

해설

영희가 이긴 횟수를 x , 진 횟수를 y 라 하면, 철수가 이긴 횟수는 y , 진 횟수는 x 이다.

$$\begin{cases} 4x - 2y = 42 \\ 4y - 2x = 0 \end{cases} \text{ 연립해서 풀면 } x = 14, y = 7 \text{ 이다.}$$

17. 집합 $A = \{(x, y) | 3x - 2y = a\}$, $B = \{(x, y) | y = bx - 1\}$ 이고, $A \cap B = \emptyset$ 이다. 이때, a, b 값의 조건으로 알맞은 것은?

[배점 4, 중중]

① $a \neq 2, b = \frac{3}{2}$

② $a \neq 1, b = 3$

③ $a = 2, b = 1$

④ $a \neq -2, b = -\frac{3}{2}$

⑤ $a = -1, b = -2$

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이려면 $3x - 2y = a$, $y = bx - 1$ 의 연립방정식의 해가 없어야 하므로 두 번째 식의 양변에 2를 곱하면 $2y = 2bx - 2$ 이고 이 식을 첫 번째 식에 대입하면, $3x - 2bx + 2 = a$ 이다. 그런데 이 식이 $0 \cdot x = k$ ($k \neq 0$) 꼴이 되어야 하므로 $3 - 2b = 0$, $a - 2 \neq 0$ 이다. 따라서 $a \neq 2$, $b = \frac{3}{2}$ 이다.

18. x, y 에 대한 다음 두 연립방정식의 해가 같을 때, 상수 a, b 의 값을 구하여라.

$$\begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ 5x + by = a(2y - x) + 15 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x - 2y)a = 5y + bx + 25 \\ x + 3y = -9 \end{cases} \quad [\text{배점 4, 중중}]$$

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = 24$

▶ 정답 : $b = -3$

해설

$$\begin{cases} 3x - 2y = -5 \\ x + 3y = -9 \end{cases} \quad \text{의 해를 구하면 네 식의 해가}$$

된다.

두 번째 식 $x = -3y - 9$ 를 첫 번째 식에 대입하면

$$3(-3y - 9) - 2y = -5 \quad \text{이므로}$$

$$-11y = 22 \quad \therefore y = -2$$

이 값을 $x = -3y - 9$ 에 대입하면 $x = -3$

$x = -3, y = -2$ 를 나머지 두 식에 대입하면

$$\begin{cases} a - 2b = 30 \\ a + 3b = 15 \end{cases}$$

$$\therefore a = 24, b = -3$$

19. 체육대회에 참가하기 위해 A 중학교 2 학년 12 반 학생들은 남학생의 15%, 여학생의 20% 를 선수로 뽑았더니 정확히 반 전체 학생 35 명의 18% 였다고 한다. 이 반의 전체 학생 중 남학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 14 명

해설

남학생 수를 x , 여학생 수를 y 라 하면

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ \frac{15}{100}x + \frac{20}{100}y = 35 \times \frac{18}{100} \end{cases}, \quad \text{즉}$$

$$\begin{cases} x + y = 35 \\ 3x + 4y = 126 \end{cases}$$

$$\therefore x = 14, y = 21$$

20. 농도가 다른 A, B 설탕물이 있다. A의 설탕물 500g과 B의 설탕물 300g을 섞으면 8.5%의 설탕물이 되고, A의 설탕물 600g과 B의 설탕물 200g을 섞으면 9%의 설탕물이 될 때, 설탕물 A와 B의 농도를 차례대로 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 10%

해설

A의 농도 $x\%$, B의 농도 $y\%$ 라 하면

$$\begin{cases} \frac{x}{100} \times 500 + \frac{y}{100} \times 300 = \frac{8.5}{100} \times 800 \dots \textcircled{㉠} \\ \frac{x}{100} \times 600 + \frac{y}{100} \times 200 = \frac{9}{100} \times 800 \dots \textcircled{㉡} \end{cases}$$

㉠, ㉡ 두 식을 정리 하면

$$\begin{cases} 5x + 3y = 68 \dots \textcircled{㉢} \\ 6x + 2y = 72 \dots \textcircled{㉣} \end{cases}$$

㉢ $\times 2$ - ㉣ $\times 3$ 하면

$$\begin{array}{r} 10x + 6y = 136 \\ -) 18x + 6y = 216 \\ \hline -8x = -80 \end{array}$$

$$x = 10, y = 6$$

$\therefore$ A의 농도 10%, B의 농도 6%

21. 두 정수 x, y 가 있다. x 의 2배와 y 의 3배를 더하면 8이고, x 의 5배에서 y 의 4배를 빼면 43이 된다고 한다. xy 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -14 ② -10 ③ -2
④ 5 ⑤ 7

해설

$$\begin{cases} 2x + 3y = 8 \\ 5x - 4y = 43 \end{cases}$$

연립하여 풀면 $x = 7, y = -2$ 이다.

$$\therefore xy = 7 \times (-2) = -14$$

22.

$$\text{연립방정식 } \begin{cases} \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = 3 \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{z} = 4 \\ \frac{y}{z} + \frac{1}{x} = 5 \end{cases} \text{의 해를 } x = a, y =$$

$b, z = c$ 라 할 때, $12(a - b + c)$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: -2

해설

$\frac{1}{x} = X, \frac{1}{y} = Y, \frac{1}{z} = Z$ 로 치환하면

$$\begin{cases} X + Y = 3 \dots \textcircled{㉠} \\ Y + Z = 4 \dots \textcircled{㉡} \\ Z + X = 5 \dots \textcircled{㉢} \end{cases}$$

세 식을 변끼리 더하면

$$2(X + Y + Z) = 12, X + Y + Z = 6 \dots \textcircled{㉣}$$

㉣ - ㉡하면 $X = 2$ 이므로 $Y = 1, Z = 3$

따라서 $\frac{1}{x} = 2$ 에서 $x = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{y} = 1 \text{에서 } y = 1$$

$$\frac{1}{z} = 3 \text{에서 } z = \frac{1}{3}$$

$$\therefore 12(a - b + c) = -2$$

23. 상자에 A, B, C 세 종류의 구슬 28개가 섞여 있다. 구슬 A, B, C의 무게는 각각 3g, 2g, 1g이고 이들의 총 무게는 48g이다. (A구슬의개수) < (B구슬의개수) < (C구슬의개수) 일 때, C 구슬의 개수는? (단, 구슬 A, B, C의 개수는 모두 짝수이다.)

[배점 5, 중상]

- ① 10개 ② 11개 ③ 12개
④ 13개 ⑤ 14개

해설

A, B, C 구슬의 개수를 각각 x, y, z 개라 하면
 $x + y + z = 28 \dots \textcircled{1}$
 $3x + 2y + z = 48 \dots \textcircled{2}$
 $\textcircled{2} - \textcircled{1}$ 을 하면 $2x + y = 20$
 x, y, z 가 모두 짝수이고 $x < y < z$ 이므로
 $x = 2$ 일 때 $y = 16, z = 10$: 조건에 어긋남.
 $x = 4$ 일 때 $y = 12, z = 12$: 조건에 어긋남.
 $x = 6$ 일 때 $y = 8, z = 14$
 $x = 8$ 일 때 $y = 4$: 조건에 어긋남
 $\therefore$ C 구슬의 개수는 14개이다.

24. 현재 아버지의 나이의 2 배에서 아들의 나이를 5 배해서 빼면 3 이 되고, 3 년 전 아버지의 나이는 아들의 나이의 3 배보다 1 살이 적었다. 5 년 후의 아버지의 나이와 아들의 나이의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 71 세

해설

현재 아버지의 나이를 x 세, 아들의 나이를 y 세라 하면

$$\begin{cases} 2x - 5y = 3 \\ x - 3 = 3(y - 3) - 1 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2x - 5y = 3 \dots (1) \\ x = 3y - 7 \dots (2) \end{cases}$$

(2) 를 (1) 에 대입하면 $2(3y - 7) - 5y = 3$

$$y = 17, x = 3y - 7 = 44$$

따라서 5 년 후의 아버지의 나이와 아들의 나이의 합은 $(44 + 5) + (17 + 5) = 71$ 이다.

25. 수연이는 집에서 출발하여 5km 떨어진 친구네 집에 가는 데, 자전거를 타고 시속 12km 로 달리다가 도중에 시속 4km 로 걸어서 35분만에 도착하였다. 수연이가 걸어서 간 거리를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1 km

해설

걸어간 거리 : x km

자전거를 탄 거리 : y km

$$\begin{cases} x + y = 5 \dots \textcircled{1} \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{12} = \frac{35}{60} \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} \times 12 : 3x + y = 7 \dots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{3} - \textcircled{1} : 2x = 2, x = 1(\text{km})$$

$$y = 4(\text{km})$$