단원 종합 평가

1. 주머니 속에 푸른 구슬이 5개, 붉은 구슬이 3개 들어 있다. 이 주머니에서 한 개의 구슬을 꺼낼 때, 검정 구슬이 나올 확률은? [배점 3, 하상]

① 0 ② $\frac{1}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{3}{5}$

해설

검은 구슬은 하나도 없으므로 구하는 확률은 $\frac{0}{5} = 0$ 이다.

2. A, B 두 사람이 사과를 향하여 화살을 쏘려고 한다. A가 사과를 맞힐 확률이 $\frac{1}{4}$, B가 사과를 맞힐 확률이 $\frac{3}{5}$일 때, 사과가 화살에 맞을 확률을 구하면? [배점 3, 하상]

① $\frac{3}{10}$ ② $\frac{7}{10}$ ③ $\frac{3}{20}$ ④ $\frac{7}{20}$ ⑤ $\frac{11}{20}$

해설

(사과가 화살에 맞지 못할 확률)

= (A가 못 맞힐 확률) × (B가 못 맞힐 확률)

$= \left(1 - \frac{1}{4}\right) \times \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} = \frac{3}{10}$

따라서 구하는 확률은 $1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10}$

3. 주사위 두 개를 동시에 던질 때, 나오는 눈의 합이 4 또는 7일 확률을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{4}$

해설

합이 4일 확률은 (1, 3), (2, 2), (3, 1) 에서 $\frac{3}{36}$ 합이 7일 확률은 (1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1) 에서 $\frac{6}{36}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{3}{36} + \frac{6}{36} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

4. A, B두 사람이 가위 바위 보를 할 때, 처음에는 비기고 두 번째에는 A가 이길 확률을 구하면? (단, A, B두 사람 모두 가위, 바위, 보가 나올 확률은 같다.) [배점 3, 하상]

① $\frac{1}{27}$ ② $\frac{1}{9}$ ③ $\frac{2}{9}$ ④ $\frac{1}{3}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

비길 확률은 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$이고,

두 번째에 A가 이길 확률은 $\frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

따라서 구하는 확률은 $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{9}$

5. 민수는 윗옷 3 벌, 치마 1 벌, 바지가 2 벌 있습니다. 이 옷을 옷걸이에 정리해서 걸려고 할 때, 바지가 이웃하도록 거는 경우의 수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 240 가지

해설

바지가 이웃하도록 거는 경우의 수는 $(5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times 2 = 240$(가지) 이다.

6. A, B, C, D, E 다섯 명의 학생을 일렬로 세울 때, B 와 D 가 이웃하여 서게 되는 경우의 수를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 48 가지

해설

B 와 D 를 한 명으로 보면

$4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ (가지)

B 와 D 가 순서를 바꿀 수 있으므로

$24 \times 2 = 48$ (가지)

7. 3 개의 동전을 동시에 던질 때, 적어도 한 개는 앞면이 나올 확률은? [배점 3, 중하]

① $\frac{1}{8}$ ② $\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{7}{8}$

해설

3 개 모두 뒷면이 나올 확률은 $\frac{1}{8}$ 이므로 $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$

8. 서울에서 부산까지 가는 KTX 는 하루에 8 번, 버스는 하루에 9 번, 비행기는 하루에 3 번 있다고 한다. 이때 서울에서 부산까지 KTX 또는 버스로 가는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라. [배점 3, 중하]

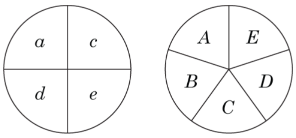
▶ 답 :

▷ 정답 : 17 가지

해설

$8 + 9 = 17$(가지)

9. 다음과 같은 두 표적에 각각 화살을 쏘았을 때, 모두 모음을 맞힐 확률을 구하여라.
(단, 화살은 표적을 벗어나지 않는다.)



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

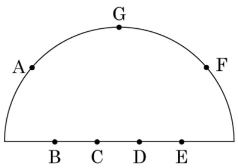
▷ 정답 : $\frac{1}{5}$

해설

첫 번째 도형에서 모음은 a, e 의 2 가지, 두 번째 도형에서 모음은 A, E 의 2 가지

따라서 $\frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$ 이다.

10. 다음 그림과 같은 반 원 위에 7개의 점이 있다. 이 중 3개의 점을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 개수는?



[배점 4, 중중]

① 21 개 ② 31 개 ③ 35 개
④ 150 개 ⑤ 210 개

해설

A, B, C, D, E, F, G 의 7 개의 점 중에서 3 개를 뽑아 나열하는 경우의 수는 $7 \times 6 \times 5$(가지) 이다. 이 때, 삼각형의 세 점의 순서가 바뀌어도 같은 삼각형이므로 구하는 삼각형의 개수는 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1}$(개) 이다. 이 중에서 한 직선상의 세 점을 고르면 삼각형이 이루어 지지 않으므로 7 개의 점 중에 3 개를 뽑는 경우의 수에서 점 B, C, D, E중에 3 개를 뽑는 경우의 수를 빼면 된다. 따라서 $\frac{7 \times 6 \times 5}{3 \times 2 \times 1} - \frac{4 \times 3 \times 2}{3 \times 2 \times 1} = 35 - 4 = 31$(가지) 이다.

11. 동전 2 개와 주사위 2 개를 동시에 던질 때, 동전은 모두 앞면이 나오고, 주사위는 4 의 약수가 나올 경우의 수는? [배점 4, 중중]

① 2 가지 ② 3 가지 ③ 5 가지
④ 6 가지 ⑤ 9 가지

해설

동전이 모두 앞면이 나오는 경우는 1 가지이다. 4 의 약수는 1, 2 , 4 의 3 가지이므로 주사위 2 개가 모두 4 의 약수가 나오는 경우의 수는 $3 \times 3 = 9$ (가지) 이다.
그러므로 구하는 경우의 수는 $1 \times 3 \times 3 = 9$ (가지) 이다.

12. 주사위를 3 회 던져 나온 눈의 수를 각각 $a,\ b,\ c$ 라 할 때, 두 직선 $y = ax+b$ 와 $y = bx+c$ 가 한 점에서 만날 수 있는 경우의 수를 모두 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 180 가지

해설

주사위를 3 회 던져 나온 눈의 수를 각각 $a,\ b,\ c$ 라 할 때, $(a,\ b,\ c)$ 의 경우의 수는 $6\times6\times6 = 216$ (가지) 이다.

(1) $y = ax+b$ 와 $y = bx+c$ 가 일치할 조건은 $a = b = c$ 이다. 따라서 6 가지

(2) $y = ax+b$ 와 $y = bx+c$ 가 평행할 조건은 $a = b \neq c$ 이다. 따라서 $6\times5 = 30$ (가지)

(3) $y = ax+b$ 와 $y = bx+c$ 가 한 점에서 만날 조건은 전체 경우의 수에서 일치할 경우의 수와 평행할 경우의 수를 빼면 된다.

$\therefore\ 216-(6+30) = 180$ (가지) 이다.

13. A, B, C세 사람이 가위바위보를 할 때, A, B, C중 한 사람만 이길 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{5}{8}$ ④ $\frac{4}{9}$ ⑤ $\frac{7}{9}$

해설

모든 경우의 수는 $3\times3\times3 = 27$(가지) 이고,
A만 이길 경우는 (A, B, C) 의 순서로 (가위, 보, 보), (바위, 가위, 가위), (보, 바위, 바위) 의 3 가지 이다.
이때, B, C도 A와 같은 방법으로 생각할 수 있으므로 A, B, C중 한 사람만이 이기는 경우는 $3+3+3 = 9$ (가지)
따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{27} = \frac{1}{3}$

14. L, O, V, E의 문자가 각각 적힌 4장의 카드 중에서 한 장을 뽑아서 읽고, 다시 넣어 또 한 장을 뽑았을 때, 두 번 모두 같은 문자가 적힌 카드를 뽑을 확률은?

[배점 4, 중중]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{1}{8}$ ⑤ $\frac{1}{16}$

해설

처음과 두 번째에 같은 카드가 나올 확률은
$\frac{1}{4}\times\frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ 이고,
카드는 L, O, V, E의 4가지가 있으므로
확률은 $\frac{1}{16}\times4 = \frac{1}{4}$

15. A, B두 사람이 가위바위보를 할 때, 처음에는 비기고, 두 번째에는 B가 이기고, 세 번째에는 A가 이길 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{1}{6}$ ③ $\frac{2}{3}$ ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ $\frac{1}{27}$

해설

$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$

16. A, B, C 세 사람이 가위바위보를 할 때, 승부가 날 확률은? [배점 4, 중중]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{7}{9}$ ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

세 사람이 가위바위보를 할 때,
무승부가 날 확률은
A, B, C 모두 다른 것을 낼 확률은
$\frac{3}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{6}{27}$
A, B, C 모두 같은 것을 낼 확률은
$\frac{3}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{3}{27}$ 으로 $\frac{6}{27} + \frac{3}{27} = \frac{1}{3}$
따라서 승부가 날 확률은 $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$

17. 1 에서 100 까지의 자연수를 다음과 같이 연속한 세 개의 수로 적어 놓은 카드에서 무심히 한 장을 꺼낼 때, 그 카드에 적힌 세 수의 합이 15 의 배수일 확률을 $\frac{b}{a}$ 라 하자. $a - b$ 를 구하여라.

1 2 3	2 3 4	3 4 5	…	98 99 100

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 79

해설

카드의 개수는 98 장, 세 수를 $x-1$, x , $x+1$ 이라 하면 세 수의 합은 $3x$ 이다.
따라서 x 는 5 의 배수여야 한다.
99 이하의 자연수 중 5 의 배수는 19 개
$\therefore \frac{b}{a} = \frac{19}{98}$
$\therefore a - b = 98 - 19 = 79$

18. 5 개의 문자 a , b , c , d , e 를 사용하여 만들어지는 120 개의 문자를 사전식으로 $abcde$ 에서 $edcba$ 까지 나열하였다. 이 때, $bdcea$ 는 몇 번째에 있는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40 번째

해설

$a \times \times \times \times : 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$
$ba \times \times\times$, $bc \times \times\times : 2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$
$bda \times \times : 2$
다음에 오는 문자는 $bdcae$, $bdcea$ 이므로 40 번째가 된다.

19. 서로 다른 5 개의 문자 a, b, c, d, e 를 모두 한 번씩만 사용한 단어를 사전식으로 나열할 때, $cdeab$ 는 몇 번째의 단어인지 구하면? [배점 5, 중상]

① 63 번째 ② 64 번째 ③ 65 번째
④ 66 번째 ⑤ 67 번째

해설

㉠ $a\square\square\square\square$ 인 경우의 수 : b , c , d , e 4 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $4\times3\times2\times1=24$ (개)
㉡ $b\square\square\square\square$ 인 경우의 수 : ㉠과 같이 24 개
㉢ $ca\square\square\square$ 인 경우의 수 : b , d , e 3 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $3\times2\times1=6$(개)
㉣ $cb\square\square\square$ 인 경우의 수 : a , d , e 3 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $3\times2\times1=6$(개)
㉤ $cda\square\square$ 인 경우의 수 : b , e 2 개의 문자를 일렬로 나열하는 경우이므로 $2\times1=2$(개)
㉥ $cdb\square\square$ 인 경우의 수 : a , e 2 개의 문자를일렬로 나열하는 경우이므로 $2\times1=2$(개)
㉥의 다음 문자가 $cdeab$ 이므로 $24+24+6+6+2+2=64$ 에서 $cdeab$ 는 65 번째의 단어이다.

20. 주머니 속에 흰 구슬과 검은 구슬을 합하여 7개가 들어 있다. 이 중에서 한 개를 꺼내어 보고 다시 넣은 후 또 한 개를 꺼낼 때, 두 개 모두 흰 구슬이 나올 확률이 $\frac{9}{49}$ 이다. 흰 구슬의 개수는? [배점 5, 중상]

① 3개 ② 4개 ③ 5개
④ 6개 ⑤ 12개

해설

흰 구슬의 개수는 n개, 검은 구슬의 개수는 $7-n$ 으로 할 때,
두 번 모두 흰 구슬이 나올 확률은 $\frac{n}{7}\times\frac{n}{7}=\frac{n^2}{49}$, $n^2=9, n=3$
따라서 흰 구슬의 개수는 3개이다.

21. 어떤 학생이 A 문제를 풀 확률은 $\frac{1}{4}$, 두 문제를 모두 풀 확률이 $\frac{1}{6}$ 일 때, A 문제는 풀고 B 문제는 틀릴 확률은? [배점 5, 중상]

① $\frac{1}{24}$ ② $\frac{1}{12}$ ③ $\frac{1}{6}$ ④ $\frac{6}{25}$ ⑤ $\frac{19}{25}$

해설

B 문제를 풀 확률을 x라 하면 $\frac{1}{4}\times x=\frac{1}{6}$, $x=\frac{2}{3}$
A 문제는 풀고 B 문제는 틀릴 확률은 $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}$

22. 0 부터 5 까지의 숫자가 적힌 6 장의 카드에서 3 장을 뽑아 3 자리 정수를 만들 때, 그 수가 320 미만일 확률은? [배점 5, 상하]

① $\frac{11}{25}$ ② $\frac{12}{25}$ ③ $\frac{11}{30}$
④ $\frac{2}{5}$ ⑤ $\frac{49}{120}$

해설

모든 경우의 수 : $5\times5\times4=100$(가지)
백의 자리 숫자가 3 인 경우
ⅰ) 십의 자리 숫자가 1 인 경우 : 4 가지
ⅱ) 십의 자리 숫자가 0 인 경우 : 4 가지
백의 자리 숫자가 2 인 경우 : $5\times4=20$(가지)
백의 자리 숫자가 1 인 경우 : $5\times4=20$(가지)
$\therefore \frac{4+4+20+20}{5\times5\times4}=\frac{48}{100}=\frac{12}{25}$

23. 1 에서 5 까지의 숫자가 각각 적힌 5 장의 카드에서 2 장을 뽑아 두 자리의 정수를 만들었을 때, 40 이상의 정수의 경우의 수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8가지

해설

40 이상의 정수를 만들기 위해서는 4□ 또는 5□ 형태이어야 한다.
4□인 경우는 4가지이고 , 5□ 인 경우는 4가지이다.
따라서 구하는 경우의 수는 $4+4=8$ (가지) 이다.

24. 10 부터 9999 까지의 자연수 중, 숫자 2 가 2 번만 쓰인 자연수의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

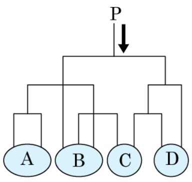
▶ 답 :

▷ 정답 : 459가지

해설

나머지 자리의 숫자는 2 를 제외한 8 개의 자연수가 될 수 있다.
(1) 천의 자리의 숫자가 2 인 경우
① 백의 자리의 숫자가 2 인 경우 : $9 \times 9 = 81$ (가지)
② 십의 자리의 숫자가 2 인 경우 : $9 \times 9 = 81$ (가지)
③ 일의 자리의 숫자가 2 인 경우 : $9 \times 9 = 81$ (가지)
따라서 $81+81+81=243$ (가지)
(2) 백의 자리의 숫자가 2 인 경우
① 십의 자리의 숫자가 2 인 경우
(천의 자리에 0과 2가 올 수 없으므로) :
$8 \times 9 = 72$ (가지)
② 일의 자리의 숫자가 2 인 경우
(천의 자리에 0과 2가 올 수 없으므로) :
$8 \times 9 = 72$ (가지)
따라서 $72+72=144$ (가지)
(3) 십의 자리의 숫자가 2 인 경우
① 일의 자리의 숫자가 2 인 경우
(천의 자리에 0과 2가 올 수 없으므로) :
$8 \times 9 = 72$ (가지)
따라서 구하는 경우의 수는 $243+144+72=459$ 가지이다.

25. 어떤 정보 P 는 다음과 같은 논리 회로를 통해 A, B, C, D 중의 한 자료에 접근한다. 각각은 분기점마다 어느 한쪽의 회로를 선택할 확률은 같을 때, 정보 P 가 자료 A 또는 C 에 접근할 확률을 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{25}{72}$

해설

A 자료에 접근할 확률은
$\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$
C 자료에 접근할 확률은
$\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{13}{72}$
따라서 A 또는 C 자료에 접근할 확률은 $\frac{1}{6} + \frac{13}{72} = \frac{25}{72}$ 이다.