

단원 종합 평가

1. 이차방정식 $(x-1)(x-5) = 4$ 를 $(x+A)^2 = B$ 의 꼴로 나타낼 때, A, B 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

- ① $A = 3, B = 8$ ② $A = -3, B = 8$
 ③ $A = 2, B = 4$ ④ $A = -3, B = -8$
 ⑤ $A = 4, B = 6$

해설

$$\begin{aligned}(x-1)(x-5) &= 4 \\ x^2 - 6x &= 4 - 5 \\ x^2 - 6x + 9 &= -1 + 9 \\ (x-3)^2 &= 8, A = -3, B = 8\end{aligned}$$

2. 이차방정식 $a^2x^2 + 2(2-a)x + 1 = 0$ 이 해를 갖지 않도록 하는 상수 a 의 값이 될 수 있는 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 0 ② 2 ③ 1 ④ $\frac{1}{2}$ ⑤ -1

해설

$$\begin{aligned}D &= 4(2-a)^2 - 4a^2 < 0 \\ \therefore a &> 1\end{aligned}$$

3. 집합 $A = \{x \mid x^2 + 3x + 1 - k = 0\}$ 에 대하여 $n(A) = 2$ 가 되는 k 의 값의 개수는?

-3, -2, -1, 0, 1, 3, 4

[배점 3, 하상]

- ① 2 개 ② 3 개 ③ 4 개
 ④ 5 개 ⑤ 7 개

해설

$$\begin{aligned}D &= 3^2 - 4(1-k) > 0 \\ 9 - 4 + 4k &> 0, k > -\frac{5}{4} \\ \therefore k &= -1, 0, 1, 3, 4\end{aligned}$$

4. 다음 이차방정식 중 중근을 갖는 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $x^2 + 2x = 0$ ② $x^2 + \frac{1}{2}x + \frac{1}{8} = 0$
 ③ $2x^2 - 8x + 8 = 0$ ④ $9x^2 - 49y^2 = 0$
 ⑤ $4x^2 + 15x + 9 = 0$

해설

$$\begin{aligned}\text{중근 : 판별식이 } 0 \text{ 이면 된다} \\ \textcircled{3} \quad \frac{D}{4} &= \left(-\frac{8}{2}\right)^2 - 2 \times 8 = 0\end{aligned}$$

5. 이차방정식 $ax^2 - (a-3)x + 2 - a^2 = 0$ 의 한 근이 -1 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

주어진 식에 $x = -1$ 을 대입하면

$$a + (a-3) + 2 - a^2 = 0$$

$$a^2 - 2a + 1 = 0$$

$$(a-1)^2 = 0$$

$$\therefore a = 1$$

6. 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값들의 합은? [배점 3, 중하]

① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$$x^2 + 2ax + a + 2 = 0$$

$$(x+t)^2 = x^2 + 2tx + t^2 = 0$$

$$a + 2 = t^2, \quad 2a = 2t$$

$$a + 2 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$$

$$(a-2)(a+1) = 0$$

$$a = -1 \text{ 또는 } a = 2,$$

따라서 $2 - 1 = 1$ 이다.

7. 이차방정식 $3x^2 + 4x + A = 0$ 의 근이 $x = \frac{B \pm \sqrt{10}}{3}$ 일 때, A, B 의 값을 각각 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $A = -2$

▷ 정답 : $B = -2$

해설

$$x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 3 \times A}}{2 \times 3} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 12A}}{6} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 3A}}{3}$$

따라서 $-2 \pm \sqrt{4 - 3A} = B \pm \sqrt{10}$ 이므로 $A = -2, B = -2$ 이다.

8. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 풀었더니 $x = \frac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 가 되었다. $A - B$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$$2x^2 - 4x - 3 = 0$$

$$x = \frac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 6}}{2} = \frac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$$

$$A = 2, B = 10$$

$$A - B = 2 - 10 = -8$$

9. 다음 이차방정식 중에서 근의 개수가 다른 하나는 어느 것인가? [배점 3, 중하]

- ① $x^2 + 3x - 2 = 0$ ② $3x^2 + 2x + 10 = 0$
 ③ $3x^2 - 6x + 1 = 0$ ④ $x^2 + 2x - 4 = 0$
 ⑤ $(x - 2)^2 = 3$

해설

② $\frac{D}{4} = 1 - 3 \times 10 < 0$
 $\therefore$ 근이 없다

10. 이차방정식 $x^2 + 4x - 1 = 0$ 을 $(x + a)^2 = b$ 의 꼴로 고칠 때, $a + b$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 5 ② 7 ③ 9 ④ 11 ⑤ 13

해설

$x^2 + 4x - 1 = 0$
 $x^2 + 4x = 1$
 $(x + 2)^2 = 5$
 $\therefore a = 2, b = 5$
 $\therefore a + b = 7$

11. 이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 의 한 근이 $x = 2$ 일 때, 상수 a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차방정식 $x^2 - (a + 2)x + 3a + 2 = 0$ 에 $x = 2$ 를 대입하면,
 $2^2 - (a + 2) \times 2 + 3a + 2 = 0$
 $4 - 2a - 4 + 3a + 2 = 0$
 $\therefore a = -2$

12. 이차방정식 $2x^2 - 4x - a - 1 = 0$ 을 완전제곱식을 이용하여 풀었더니 해가 $x = 1 \pm \sqrt{3}$ 이었다. 이때, a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$2x^2 - 4x - a - 1 = 0$
 $2(x^2 - 2x + 1) = a + 3$
 $2(x - 1)^2 = a + 3$
 $(x - 1)^2 = \pm \sqrt{\frac{a + 3}{2}}$
 $x = 1 + \sqrt{\frac{a + 3}{2}}$
 $\sqrt{\frac{a + 3}{2}} = \sqrt{3}$ 이므로
 $a + 3 = 6$
 $\therefore a = 3$

13. 다음 이차방정식 중에서 증근을 갖는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $x^2 + 8 = 6x + 1$ ② $6x^2 - 9x + 9 = 0$
 ③ $(x - 2)^2 - x = 1$ ④ $3x - 1 = 4x^2 - x$
 ⑤ $x^2 - 1 = 0$

해설

④ $4x^2 - 4x + 1 = 0$
 $(2x - 1)^2 = 0$

14. 이차방정식 $x^2 - 2(m + 1)x + m^2 + 5 = 0$ 이 해를 1개 가질 때 m 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 2

해설

$D = 4(m + 1)^2 - 4(m^2 + 5) = 0$
 $m^2 + 2m + 1 - m^2 - 5 = 0$
 $2m - 4 = 0$
 $\therefore m = 2$

15. 방정식 $(2 - x - y)^2 - (x^2 + y^2) = 4$ 를 만족하는 자연수의 순서쌍 (x, y) 에 대하여 $x^2 + y^2$ 의 값을 구하여라. (단 $x \neq y$) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 45

해설

$(2 - x - y)^2 - (x^2 + y^2) = 4,$
 $xy - 2(x + y) = 0, \quad (x - 2)(y - 2) = 4$

$x-2$	1	2	4	-1	-2	-4
$y-2$	4	2	1	-4	-2	-1

이 중에서 x, y 가 자연수인 경우는 (단, $x \neq y$)

x	3	6
y	6	3

따라서 $x^2 + y^2 = 3^2 + 6^2 = 45$ 이다.

16. $(x - y)(x - y - 4) + 4 = 0$ 일 때, $x - y$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$(x - y)(x - y - 4) + 4 = 0$
 $x - y$ 를 A 로 치환하면,
 $A(A - 4) + 4 = 0$
 $A^2 - 4A + 4 = 0, \quad (A - 2)^2 = 0$
 $(x - y - 2)^2 = 0$
 $x - y - 2 = 0$
 $\therefore x - y = 2$

17. 이차방정식 $(x - 1)(x - b) = -1$ 이 0이 아닌 증근 a 를 가진다. 이때, b 의 값은? (단, a, b 는 정수) [배점 5, 중상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$(x-1)(x-b) = -1$ 이 중근 a 를 가지므로
 x 에 a 를 대입하면

$$(a-1)(a-b) = -1$$

i) $a-1 = -1$, $a-b = 1$ 인 경우

$$a = 0, b = -1, a \neq 0 \text{ 이므로 부적합}$$

ii) $a-1 = 1$, $a-b = -1$ 인 경우

$$a = 2, b = 3$$

$$\therefore b = 3$$

해설

$A \cap B = \{2, 3\}$ 이므로

$$a^2 - 6a + 11 = 3, a^2 - 6a + 8 = 0$$

$$(a-2)(a-4) = 0$$

$$\therefore a = 2, a = 4$$

$a = 2$ 이면 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$
이고

$A \cap B = \{1, 2, 3\}$ 이므로 조건에 부적합하다.

$$\therefore a = 4$$

18. 집합 $A = \{x \mid 4x^2 - 32x + k + 4 = 0\}$ 에서 $n(A) = 1$
일 때, 상수 k 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 60

해설

$n(A) = 1$ 이므로 이차방정식 $4x^2 - 32x + k + 4 = 0$
은 중근을 갖는다.

$$4x^2 - 32x + k + 4 = 0$$

$$4(x^2 - 8x) = -k - 4$$

$$4(x^2 - 8x + 16) = -k - 4 + 64$$

$$4(x-4)^2 = -k + 60$$

중근을 가져야 하므로 $-k + 60 = 0$

$$\therefore k = 60$$

20. $x > y > 0$ 이고, $(x-y)^2 = xy$ 일 때, $\frac{x}{y}$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

① $\sqrt{5}$

② $1 + \sqrt{5}$

③ $3 + \sqrt{5}$

④ $\frac{1 + \sqrt{5}}{2}$

⑤ $\frac{3 + \sqrt{5}}{2}$

해설

$$(x-y)^2 = xy$$

$$x^2 - 2xy + y^2 = xy$$

$x^2 - 3xy + y^2 = 0$ 의 양변을 y^2 으로 나누면

$$\frac{x^2}{y^2} - \frac{3x}{y} + 1 = 0 \text{ 에서 } \frac{x}{y} \text{ 을 } t \text{ 로 치환하면}$$

$$t^2 - 3t + 1 = 0$$

$$\therefore t = \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2} \left(= \frac{x}{y} \right)$$

$x > y > 0$ 이므로 $\frac{x}{y} > 1$

$$\therefore \frac{x}{y} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

19. $A = \{1, 2, a^2 - 6a + 11\}$, $B = \{a-2, a-1, a, a+1, a+2\}$ 에
 $A \cap B = \{2, 3\}$ 일 때, a 의 값을 구하면?
[배점 5, 중상]

① 1

② 2

③ 3

④ 4

⑤ 5

21. $\frac{(x-1)(y+3)}{4(x-1)^2 + (y+3)^2} = -\frac{1}{4}$ 일 때, $2x+y$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

① -7 ② -1 ③ 0 ④ 2 ⑤ 5

해설

$x-1 = X$, $y+3 = Y$ 로 치환하면 $4X^2 + Y^2 = -4XY$
 $(2X + Y)^2 = 0$, $Y = -2X$
 $\therefore y+3 = -2(x-1)$
 $\therefore 2x+y = 2-3 = -1$

22. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : -12

▶ 정답 : 2

해설

$x^2 + 10x - 24 = 0$
 $(x+12)(x-2) = 0$
 $\therefore x = -12$ 또는 $x = 2$

23. 다음 중 [] 안의 수가 주어진 방정식의 해인 것을 모두 고르면?
[배점 5, 상하]

- ① $x^2 - 4x = 3x$ [0]
 ② $x^2 + 2x - 8 = 0$ [-2]
 ③ $(x+2)^2 = 9x$ [2]
 ④ $2x - 7x + 6 = 0$ [2]
 ⑤ $2x^2 - 15x - 8 = 0$ [8]

해설

[] 안의 수를 식에 대입한다.

24. 다음 중 이차방정식 $(x-a)^2 = b$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?
[배점 5, 상하]

- ① $b \geq 0$ 이면 근을 갖는다.
 ② $b = 0$ 이면 중근을 갖는다.
 ③ a 의 값에 관계없이 $b > 0$ 이면 서로 다른 두 근을 갖는다.
 ④ $b < 0$ 이면 근을 갖지 않는다.
 ⑤ $b > 0$ 이면 양수와 음수인 두 근을 갖는다.

해설

⑤ 둘 다 양수일 수도, 둘 다 음수일 수도 있다.

25. 이차방정식 $2x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 p 라 하면 $n < p < n + 1$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2x^2 + 5x - 2 = 0$ 를 풀면

$$x = \frac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$$

$$\text{따라서 } p = \frac{-5 - \sqrt{41}}{4}$$

$$6 < \sqrt{41} < 7$$

$$-7 < -\sqrt{41} < -6$$

$$-12 < -5 - \sqrt{41} < -11$$

$$-3 < \frac{-5 - \sqrt{41}}{4} < -\frac{11}{4} \text{ 이므로 } n = -3 \text{ 이다.}$$