단원 종합 평가

1. 이차방정식 $x^2+2x-a=0$의 한 근이 -5일 때, a의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① -15 ② -8 ③ 1
④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2+2x-a=0$에 $x=-5$를 대입하면
$25-10-a=0$
$\therefore\ a=15$

2. 이차방정식 $\frac{1}{4}x^2+\frac{5}{6}x=\frac{5}{12}$의 두 근의 합을 a, 두 근의 곱을 b라 할 때, $a+b$의 값은? [배점 3, 하상]

① -5 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 5

해설

양 변에 12를 곱하면 $3x^2+10x=5$, $3x^2+10x-5=0$
두 근의 합 $a=-\frac{10}{3}$
두 근의 곱 $b=-\frac{5}{3}$
$a+b=-\frac{10}{3}-\frac{5}{3}=-5$

3. 과학탐구반 학생들이 70m 높이의 건물 꼭대기에서 물로켓을 쏘아 올리는데 쏘아 올린 물로켓의 t초 후의 높이가 $(70+25t-5t^2)$m 라고 할 때, 물로켓을 쏘아 올린 후 이 로켓의 높이가 40m가 될 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인가? [배점 3, 하상]

① 2 초 ② 3 초 ③ 4 초
④ 5 초 ⑤ 6 초

해설

$70+25t-5t^2=40$
$t^2-5t-6=0$
$(t-6)(t+1)=0$
$\therefore\ t=6$ (초)

4. 이차방정식 $\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}=0$의 근이 $x=\frac{1\pm\sqrt{A}}{9}$일 때, A의 값은? [배점 3, 하상]

① 5 ② 10 ③ 15 ④ 23 ⑤ 26

해설

$\frac{3}{2}x^2-\frac{1}{3}x-\frac{1}{6}=0$의 양변에 6을 곱하면
$9x^2-2x-1=0$, $x=\frac{1\pm\sqrt{10}}{9}$
$\therefore\ A=10$

5. 이차방정식 $4x^2 - 8x + a = 0$ 이 중근을 가질 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = 4$

해설

$4x^2 - 8x + a = 0$
$4(x^2 - 2x) = -a$
$4(x^2 - 2x + 1) = -a + 4$
$4(x-1)^2 = -a + 4$
$-a + 4 = 0$
$\therefore\ a = 4$

6. 이차방정식 $x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α , β 라 하고, $\alpha + 1$, $\beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식을 $x^2 + mx + n = 0$ 이라 할 때, $m + n$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$x^2 - 3x - 1 = 0$ 의 두 근을 α , β 라고 하면
$\alpha + \beta = 3$, $\alpha\beta = -1$
$\alpha + 1$, $\beta + 1$ 을 두 근으로 하는 이차방정식은
$x^2 - (\alpha + 1 + \beta + 1)x + (\alpha + 1)(\beta + 1) = 0$
$x^2 - (\alpha + \beta + 2)x + (\alpha\beta + \alpha + \beta + 1) = 0$
$x^2 - (3 + 2)x + (-1 + 3 + 1) = 0$
$x^2 - 5x + 3 = 0$
$m = -5$, $n = 3$
$\therefore m + n = -2$

7. 이차방정식 $2x^2 - 4x - 3 = 0$ 을 풀었더니 $x = \dfrac{A \pm \sqrt{B}}{2}$ 가 되었다. $A - B$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -8

해설

$2x^2 - 4x - 3 = 0$
$x = \dfrac{-(-2) \pm \sqrt{(-2)^2 + 6}}{2} = \dfrac{2 \pm \sqrt{10}}{2}$
$A = 2,\ B = 10$
$A - B = 2 - 10 = -8$

8. 지상 10 m 의 높이에서 20 m/s 의 속력으로 위로 똑바로 던져 올린 물체의 x 초 후의 높이는 $10 + 20x - 5x^2$ (m) 라고 한다. 이 물체의 높이가 30 cm 로 되는 것은 던져 올린 지 몇 초 후가 되는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2 초

해설

x 초 후에 높이가 30 cm 되었다면
$10 + 20x - 5x^2 = 30$
$5x^2 - 20x + 20 = 0$
$x^2 - 4x + 4 = 0$
$(x-2)^2 = 0$
$\therefore x = 2$

9. 지면으로부터 70 m 되는 건물의 꼭대기에서 초속 25 m 로 곧바로 위로 쏘아 올린 물체의 t 초 후의 높이를 h m 라고 하면 $h = -5t^2 + 25t + 70$ 인 관계식이 성립한다. 이 물체의 지면으로부터의 높이가 100 m 일 때는 쏘아 올린지 몇 초 후인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2 초

▷ 정답: 3 초

해설

$100 = -5t^2 + 25t + 70$ 에서

$5t^2 - 25t + 30 = 0$

$t^2 - 5t + 6 = 0$

$t = 2$ 또는 $t = 3$

10. 부등식 $2x + 5 \le x + 6$ 의 자연수의 해가 중근을 갖는 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 해 일 때, a 의 값은? [배점 4, 중중]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$2x + 5 \le x + 6,\ x \le 1$

이를 만족하는 자연수는 1 뿐이다.

따라서 $x = 1$ 이 주어진 이차방정식의 중근이므로

$x^2 + ax + b = 0 \leftrightarrow (x-1)^2 = x^2 - 2x + 1 = 0$

$\therefore a = -2,\ b = 1$

11. 집합 $A = \{x | x^2 + x + a = 0\}$,$B = \{x | 3x^2 - bx + 6 = 0\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{3\}$ 일 때, $A \cup B$ 를 구하면? [배점 4, 중중]

① $\left\{-4, -3, \frac{2}{3}, 3\right\}$ ② $\left\{-4, 3, \frac{2}{3}\right\}$

③ $\{-4, 3\}$ ④ $\{-4, -3, 3\}$

⑤ $\left\{3, \frac{2}{3}\right\}$

해설

$A \cap B = \{3\}$ 이므로

$x = 3$ 은 $x^2 + x + a = 0$, $3x^2 - bx + 6 = 0$ 의 근이다.

$x = 3$을 두 방정식에 각각 대입하면

$9 + 3 + a = 0 \quad \therefore\ a = -12$

$27 - 3b + 6 = 0 \therefore\ b = 11$

따라서 집합 A 는 $x^2 + x - 12 = 0$ 의 해집합이고

집합 B 는 $3x^2 - 11x + 6 = 0$ 의 해집합이다.

방정식의 해를 구하면 $A = \{3, -4\}$, $B = \left\{\frac{2}{3}, 3\right\}$

$\therefore A \cup B = \left\{-4, 3, \frac{3}{2}\right\}$

12. 이차방정식 $x^2 + px + q = 0$ 의 두 근이 연속한 양의 정수이고, 두 근의 제곱의 차가 25 일 때, 상수 $p + q$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 131

해설

두 근을 α, $\alpha+1$이라 하면,

$(\alpha+1)^2-\alpha^2=25$

$2\alpha-24=2(\alpha-12)=0$

$\therefore\ \alpha=12$

$\alpha+(\alpha+1)=2\alpha+1=-p$

$p=-(24+1)=-25$

$\alpha(\alpha+1)=\alpha^2+\alpha=q$

$q=144+12=156$

$\therefore\ p+q=131$

13. 이차방정식 $x^2+ax+6=0$ 의 두 근이 모두 정수일 때, a 가 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: -7

▷ 정답: -5

▷ 정답: 5

▷ 정답: 7

해설

곱이 6 인 두 정수는

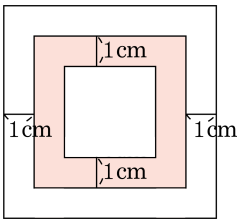
$6=2\times3=1\times6=(-2)\times(-3)=(-1)\times(-6)$

$(2,\ 3),\ (-2,\ -3),\ (1,\ 6),\ (-1,\ -6)$

이므로 두 수의 합은

$a=5$ 또는 $a=-5$ 또는 $a=7$ 또는 $a=-7$

14. 다음 그림과 같이 정사각형 세 개가 포개어져 있다. 가장 큰 정사각형의 넓이가 나머지 두 정사각형의 넓이의 합과 같을 때, 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 4, 중중]

① 7cm^2 ② 16cm^2 ③ 28cm^2

④ 30cm^2 ⑤ 36cm^2

해설

가운데 정사각형의 한 변을 $x\,\text{cm}$ 라 하면 가장 큰 사각형의 한 변은 $(x+2)\,\text{cm}$, 가장 작은 사각형의 한 변은 $(x-2)\,\text{cm}$ 가 된다.

$(x+2)^2=x^2+(x-2)^2$

$x^2-8x=0, x(x-8)=0$

$x=0,\ 8$ 에서 $x>0$ 이므로 $x=8$

즉 가운데 정사각형의 한 변은 $8\,\text{cm}$, 가장 작은 정사각형의 한 변은 $8-2=6(\,\text{cm})$ 이다.

따라서 색칠한 부분의 넓이는 $8^2-6^2=28(\,\text{cm}^2)$ 이다.

15. $4\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{1}{2}\right)=Ax-3$ 의 근이 $x=\frac{2\pm\sqrt{B}}{2}$ 일 때, $\frac{A}{B}$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$4\left(x^2-\frac{1}{4}\right)=Ax-3$

$4x^2-1=Ax-3$

$4x^2-Ax+2=0$

두 근의 합이 2 이므로 $\frac{A}{4}=2 \quad \therefore A=8$

두 근의 곱이 $\frac{4-B}{4}=\frac{2}{4}$ 이므로 $B=2$

$\therefore \frac{A}{B}=\frac{8}{2}=4$

16. 이차방정식 $x^2+4x-1=0$ 의 두 근 중에서 양수를 a 라 할 때, $n<a<n+1$ 을 만족하는 정수 n 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$x^2+4x-1=0$ 의 두 근은 $x=-2\pm\sqrt{5}$

a 는 양수이므로 $a=-2+\sqrt{5}$

$0<-2+\sqrt{5}<1 \therefore n=0$

17. 이차방정식 $2(x+k)^2=m$ 의 근이 $x=4\pm\sqrt{5}$ 이다. 이때, $(k+m)^2$ 의 값을 구하여라.(단, k, m은 유리수) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$2(x+k)^2=m,\ (x+k)^2=\frac{m}{2}$

$x=-k\pm\sqrt{\frac{m}{2}}=4\pm\sqrt{5}$

$\therefore k=-4\ ,\ m=10$

$\therefore (k+m)^2=(-4+10)^2=36$

18. 이차방정식 $x^2-8x+m+6=0$ 이 중근을 가질 때, 두 이차방정식 $(m-6)x^2-6x-10=0\ ,\ x^2-(m-5)x-6=0$ 이 공통으로 가지는 근을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $x=\ -1$

해설

$x^2-8x+m+6=0$ 이 중근을 가지므로

$m+6=\left(\frac{-8}{2}\right)^2=16$

$\therefore\ m=10$

$4x^2-6x-10=0$ 에서 $2(2x-5)(x+1)=0$ 이므로

$x=\frac{5}{2}$ 또는 $x=-1$

$x^2-5x-6=0$ 에서 $(x+1)(x-6)=0$ 이므로

$x=-1$ 또는 $x=6$

따라서 공통으로 가지는 근은 $x=-1$ 이다.

19. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2-(m^2+2m-2)x+21=0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x=3$ 을 대입하면

$9(m-1)-3(m^2+2m-2)+21=0$

$m^2-m-6=0,\ (m-3)(m+2)=0$

$\therefore\ m=3$ 또는 $m=-2$

i) $m=-2$ 이면 $-3x^2+2x+21=0$

$3x^2-2x-21=0,\ (3x+7)(x-3)=0$

$x=-\frac{7}{3}$ 또는 $x=3$ (한 근이 음수이므로 부적합)

ii) $m=3$ 이면 $2x^2-13x+21=0$

$(x-3)(2x-7)=0$

$x=3$ 또는 $x=\frac{7}{2}$ (두 근이 모두 양이므로 적합)

따라서 $m=3$, 나머지 한 근은 $x=\frac{7}{2}$

$\therefore\ m+x=3+\frac{7}{2}=\frac{13}{2}$

20. 놀이동산의 입장 요금을 $x\%$ 인상하면 입장객은 $0.8x\%$ 줄어든다고 한다. 요금을 올리기 전보다 수입이 10% 가 줄어들 때의 요금 인상률은? [배점 5, 중상]

① 40% ② 45% ③ 50%

④ 55% ⑤ 60%

해설

인상 전의 입장요금을 A 원, 입장객 수를 B 명, 요금 인상률을 $x\%$ 라 하면

인상 후의 요금은 $A\left(1+\frac{x}{100}\right)$ 원, 입장객 수는 $B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)$ 명, 입장 수입은 $A\times B\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$

$A\left(1+\frac{x}{100}\right)\times B\left(1-\frac{8x}{1000}\right)$

$=A\times B\times\left(1-\frac{10}{100}\right)$

$\left(1+\frac{x}{100}\right)\left(1-\frac{8x}{1000}\right)=\left(1-\frac{10}{100}\right)$

$x^2-25x+1250=0$

$(x-50)(x+25)=0$

$x>0$ 이므로 $x=50$

21. 원가가 1800 원인 인형이 있다. $a\%$ 의 이익을 붙여서 정가를 정하였다가 할인기간에 정가의 $2a\%$ 를 받고 팔았더니 396 원의 손해를 보았다. 이때, a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 30

해설

정가 : $1800\times\left(1+\frac{a}{100}\right)$ 원

$1800\times\left(1+\frac{a}{100}\right)\times\frac{2a}{100}+396=1800$

$36a+\frac{9}{25}a^2+396=1800$

$a^2+100a-3900=0$

$(a-30)(a+130)=0$

$\therefore a=30(a>0)$

22. 다음은 이차방정식에 관한 설명이다. ☐ 안에 알맞은 말을 써라.

방정식의 모든 항을 좌변으로 이항하여 정리한 식이 (이차식) $= 0$ 의 모양으로 되는 식을 ☐ 이라고 한다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 이차방정식

해설

(이차식) $= 0$ 의 형태를 이차방정식이라 한다.

23. 이차방정식 $x^2 + 10x - 24 = 0$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : -12

▷ 정답 : 2

해설

$x^2 + 10x - 24 = 0$

$(x + 12)(x - 2) = 0$

$\therefore\ x = -12$ 또는 $x = 2$

24. 이차방정식 $2x^2 + 5x - 2 = 0$ 의 두 근 중 작은 근을 p 라 하면 $n < p < n + 1$ 이 성립한다. 이때, 정수 n 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -3

해설

$2x^2 + 5x - 2 = 0$ 를 풀면

$x = \dfrac{-5 \pm \sqrt{41}}{4}$

따라서 $p = \dfrac{-5 - \sqrt{41}}{4}$

$6 < \sqrt{41} < 7$

$-7 < -\sqrt{41} < -6$

$-12 < -5 - \sqrt{41} < -11$

$-3 < \dfrac{-5 - \sqrt{41}}{4} < -\dfrac{11}{4}$ 이므로 $n = -3$ 이다.

25. 방정식 $x^2 - 5x + 5 = |x - 3|$ 을 풀어라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $x = 4$

▷ 정답 : $x = 2 - \sqrt{2}$

해설

(1) $x \geq 3$ 일 때

$x^2 - 6x + 8 = 0$

$(x-2)(x-4) = 0$

$\therefore\ x = 2$ 또는 $x = 4$

이때, $x \geq 3$ 이므로 $x = 4$

(2) $x < 3$ 일 때, $x^2 - 4x + 2 = 0$

$x = 2 \pm \sqrt{2}$

이때, $x < 3$ 이므로 $x = 2 - \sqrt{2}$

따라서 $x = 4$ 또는 $x = 2 - \sqrt{2}$ 이다.