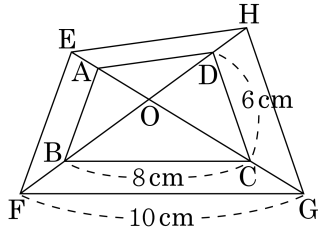


단원 종합 평가

1. 다음 그림에서 사각형 ABCD와 사각형 EFGH는 닮음의 위치에 있다. 다음 중 옳지 않은 것은?



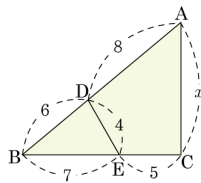
[배점 3, 하상]

- ① 사각형 ABCD와 사각형 EFGH의 닮음비는 3:4이다.
 ② $\overline{HG}$ 의 길이는 7.5cm이다.
 ③ 닮음의 중심은 점 O이다.
 ④ $\angle DCB = \angle HGF$ 이다.
 ⑤ $\overline{AD} \parallel \overline{EH}$ 이다.

해설

- ① $\overline{BC} : \overline{FG} = 8 : 10 = 4 : 5$ 이므로 사각형 ABCD와 사각형 EFGH의 닮음비는 4:5이다.

2. 다음 그림에서 x 의 값은?



[배점 3, 하상]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

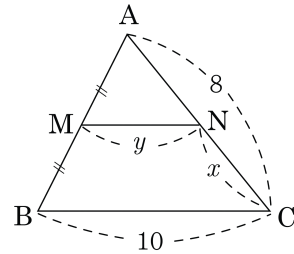
$\angle B$ 는 공통, $\overline{BA} : \overline{BE} = \overline{BC} : \overline{BD} = 2 : 1$

$\triangle ABC \sim \triangle EBD$

$$2 : 1 = x : 4$$

$$x = 8$$

3. 다음 그림과 같은 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB}$ 의 중점 M을 지나 변 BC에 평행하게 선분 MN을 그을 때, $x + y$ 의 값은?



[배점 3, 하상]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{MN} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\overline{AN} = \overline{NC}$ 이다.

$$8 - x = x$$

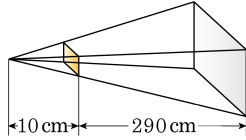
$$\therefore x = 4$$

$\overline{AM} = \overline{MB}$, $\overline{AN} = \overline{NC}$ 이므로

$$y = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5 \text{ 이다.}$$

$$\therefore x + y = 4 + 5 = 9$$

4. 가로, 세로의 길이가 각각 3 cm, 2 cm 인 슬라이드 필름은 영상기 불빛으로부터 10 cm 떨어진 곳에 있고, 은막은 필름으로부터 290 cm 떨어진 곳에 있다. 이 때, 은막에 비친 영상의 넓이는? [배점 3, 하상]

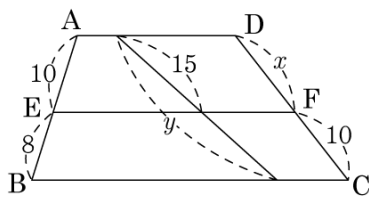


- ① 600 cm^2 ② 1200 cm^2
 ③ 2400 cm^2 ④ 4800 cm^2
 ⑤ 5400 cm^2

해설

필름과 은막에 비친 영상은 서로 닮은 도형이고 그 닮음비는 $10 : 300 = 1 : 30$ 이므로, 넓이의 비는 $1^2 : 30^2 = 1 : 900$ 이다. 따라서 필름의 넓이가 6 cm^2 이므로 은막에 비친 영상의 넓이는 $900 \times 6 = 5400 \text{ cm}^2$ 이다.

5. 다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{EF} \parallel \overline{BC}$ 이다. $x - y$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

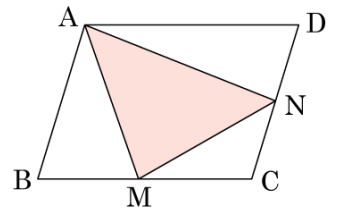
▶ 답 :

▶ 정답 : 14.5

해설

$$\begin{aligned} 10 : 8 &= x : 10 \\ 8x &= 100, x = 12.5 \\ 18 : 10 &= y : 15 \\ 10y &= 270, y = 27 \\ \therefore y - x &= 27 - 12.5 = 14.5 \end{aligned}$$

6. 다음 그림에서 같은 평행사변형 ABCD 에서 $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ 의 중점을 각각 M, N 이라고 하자. $\square ABCD = 64$ 일 때, $\triangle AMN$ 의 길이는? [배점 3, 중하]



- ① 15 ② 20 ③ 24 ④ 30 ⑤ 32

해설

$\overline{BD}$ 를 그으면 $\triangle CMN$ 과 $\triangle CBD$ 의 닮음비가 $1 : 2$ 이므로 넓이의 비는 $1 : 4$ 이다.

$$\therefore \triangle CMN = \frac{1}{8} \square ABCD$$

$$\triangle ABM = \frac{1}{4} \square ABCD$$

$$\triangle AND = \frac{1}{4} \square ABCD$$

$$\begin{aligned} \therefore \triangle AMN &= \left(1 - \frac{1}{8} - \frac{1}{4} - \frac{1}{4}\right) \square ABCD = \\ &= \frac{3}{8} \square ABCD = \frac{3}{8} \times 64 = 24 \end{aligned}$$

7. 축척이 $\frac{1}{50000}$ 인 지도에서 56 cm 로 나타나는 두 지점 사이를 시속 70 km 로 차를 타고 가면 몇 분이 걸리는지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

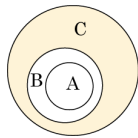
▶ 정답 : 24 분

해설

$$50000 \times 56 = 2800000(\text{cm}) = 28(\text{km})$$

$$(\text{걸리는 시간}) = (28 \div 70) \times 60 = 24(\text{분})$$

8. 다음 그림에서 세 원 A, B, C 의 둘레의 길이의 비는 $2 : 3 : 5$ 이다. 색칠한 부분의 넓이가 96cm^2 일 때, 두 원 A, B 의 넓이의 합을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 78cm^2

해설

$$2^2 : 3^2 : 5^2 = 4 : 9 : 25$$

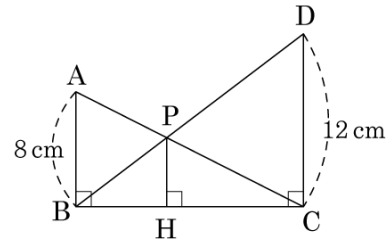
$$= (\text{A의 넓이}) : (\text{B의 넓이}) : (\text{C의 넓이})$$

$$(4 + 9) : (25 - 9) = 13 : 16$$

$$(A + B) : 96 = 13 : 16$$

$$\therefore A + B = 78(\text{cm}^2)$$

9. 다음 그림에서 $\overline{AB}$, $\overline{PH}$, $\overline{DC}$ 는 모두 $\overline{BC}$ 와 수직이고, $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{DC} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{PH}$ 의 길이는?



[배점 3, 중하]

- ① 2.4cm ② 3.2cm ③ 3.6cm
④ 4cm ⑤ 4.8cm

해설

$$\overline{AB} : \overline{DC} = \overline{AP} : \overline{CP} = 2 : 3 \text{ 이므로}$$

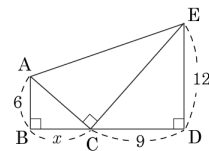
$$\overline{BC} : \overline{CH} = 5 : 3$$

$$\overline{BC} : \overline{CH} = \overline{AB} : \overline{PH}$$

$$5 : 3 = 8 : \overline{PH}$$

$$\therefore \overline{PH} = 4.8(\text{cm})$$

10. 다음 그림에서 $\overline{AB} = 6$, $\overline{CD} = 9$, $\overline{DE} = 12$ 일 때, x 의 값은?



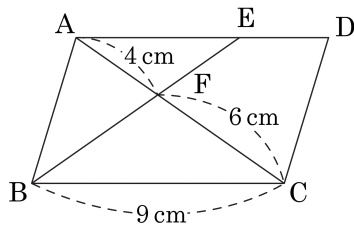
[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$\angle BAC + \angle BCA = 90^\circ$, $\angle BCA + \angle ECD = 90^\circ$
 $\angle ECD + \angle CED = 90^\circ$ 이므로
 $\angle BCA = \angle CED$, $\angle BAC = \angle DCE$
 $\therefore \triangle ABC \sim \triangle CDE$ (AA 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{CD} = 6 : 9 = 2 : 3$ 이므로 $x : 12 = 2 : 3$
 $\therefore x = 8$

11. 다음 그림의 평행사변형 ABCD에서 $\overline{AF} = 4\text{cm}$, $\overline{FC} = 6\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하면?



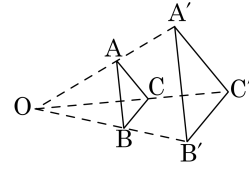
[배점 4, 중중]

- ① 2.5cm ② 3cm ③ 3.5cm
 ④ 4cm ⑤ 4.5cm

해설

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로, $\triangle AEF$ 와 $\triangle CBF$ 에서
 $\angle EAF = \angle BCF$ (엇각), $\angle AEF = \angle CBF$ (엇각)
 이므로, $\triangle AEF \sim \triangle CBF$ (AA 닮음)이다.
 $\therefore \overline{AF} : \overline{CF} = \overline{AE} : \overline{CB}$
 $4 : 6 = \overline{AE} : 9$
 $\overline{AE} = 6(\text{cm})$
 $\overline{ED} = \overline{AD} - \overline{AE} = 9 - 6 = 3(\text{cm})$
 $\therefore \overline{ED} = 3(\text{cm})$

12. $\triangle ABC$ 와 $\triangle A'B'C'$ 가 닮음의 위치에 있다. 닮음의 중심은?



[배점 4, 중중]

- ① A ② B ③ O ④ A' ⑤ C

해설

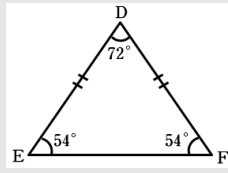
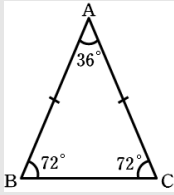
두 닮은 도형의 대응하는 점을 연결한 직선이 모두 만나는 점을 닮음의 중심이라 한다. 따라서 닮음의 중심은 O이다.

13. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ① 모든 원은 닮은도형이다.
 ② 한 내각의 크기가 같은 두 이등변삼각형은 닮은 도형이다.
 ③ 중심각과 호의 길이가 각각 같은 두 부채꼴은 닮은 도형이다.
 ④ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형은 닮은 도형이다.
 ⑤ 모든 정육면체는 닮은 도형이다.

해설

② (반례)

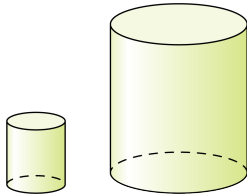


$\angle B = \angle D$ 인 이등변삼각형 ABC와 DEF는 닮은 도형이 아니다.

③ 중심각과 호의 길이가 같은 두 부채꼴은 합동 이므로 닮은 도형이다.

④ 직각삼각형에서 한 예각의 크기가 같으면 세 내각의 크기가 각각 같으므로 닮은 도형이다.

14. 다음 그림에서 두 원기둥은 서로 닮음이다. 옆넓이의 비가 4 : 9 일 때, 두 도형의 닮음의 비는?



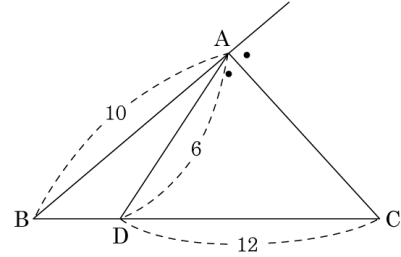
[배점 4, 중중]

- ① 1 : 7 ② 1 : 8 ③ 2 : 3
④ 3 : 4 ⑤ 4 : 7

해설

닮은 도형의 옆넓이의 비는 닮음비의 제곱이다.
옆넓이의 비가 $4 : 9 = 2^2 : 3^2$ 이므로 닮음비는 2 : 3 이다.

15. 다음 그림과 같이 $\triangle ABD$ 에서 $\overline{AC}$ 는 $\angle A$ 의 외각의 이등분선이다. $\triangle ABD$ 의 넓이를 a 라 할 때, $\triangle ADC$ 를 a 에 관한 식으로 나타내면? (단, $\overline{AB} = 10$, $\overline{AC} = 6$, $\overline{CD} = 12$)



[배점 4, 중중]

- ① $\frac{5}{3}a$ ② $\frac{2}{3}a$ ③ $\frac{3}{2}a$ ④ $\frac{3}{5}a$ ⑤ $\frac{4}{3}a$

해설

$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DC}$ 이므로 $10 : 6 = (12 + x) : 12$

$$6x = 48$$

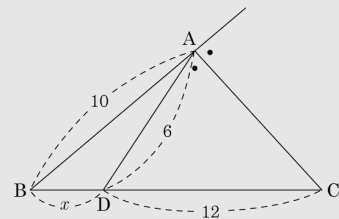
$$\therefore x = 8$$

$\triangle ABD$, $\triangle ADC$ 는 높이가 같으므로 밑변의 비가 넓이의 비가 된다.

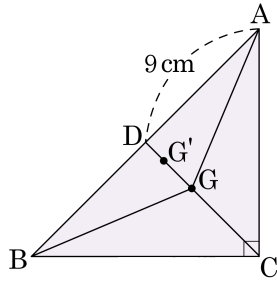
따라서 밑변의 비는 8 : 12 이므로 넓이의 비는 2 : 3 이다.

$$2 : 3 = a : \triangle ADC \text{ 이므로 } 3a = 2 \times \triangle ADC$$

따라서 $\triangle ADC = \frac{3}{2}a$ 이다.



16. 다음 그림에서 점 G와 점 G'은 각각 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ABG$ 의 무게중심이다. $\overline{AD} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{GG'}$ 의 길이는?



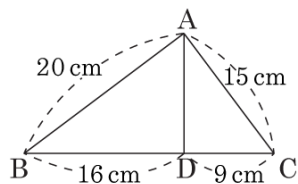
[배점 4, 중중]

- ① 2cm ② 2.5cm ③ 3cm
④ 3.5cm ⑤ 4.5cm

해설

점 G가 무게중심이므로 점 D는 $\overline{AB}$ 의 중점이고 직각삼각형의 빗변의 중점은 삼각형의 외심이므로 $\overline{CD} = \overline{AD} = \overline{DB}$ 이다.
따라서 $\overline{DC} = 9(\text{cm})$, $\overline{DG} = 3(\text{cm})$ 이고, 점 G'이 삼각형 ABG의 무게중심이므로 $\overline{DG'} = 1\text{cm}$ 이다.
따라서 $\overline{GG'} = 3 - 1 = 2(\text{cm})$ 이다.

17. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

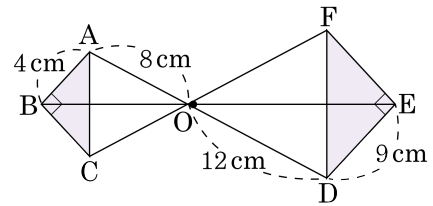
▶ 답 :

▶ 정답 : 12cm

해설

$\triangle ABD$ 와 $\triangle CBA$ 에서
 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BD} : \overline{BA} = 4 : 5$
 $\angle ABD = \angle CBA$
 $\therefore \triangle ABD \sim \triangle CBA$ (SAS 닮음)
 $\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{AD} : \overline{CA}$
 $4 : 5 = \overline{AD} : 15$
 $5\overline{AD} = 60$, $\overline{AD} = 12(\text{cm})$

18. $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 는 닮음의 위치에 있다. $\square ABCD$ 는 가로와 세로의 길이가 각각 5cm, 6cm인 직사각형이고, $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비가 3 : 5일 때, $\square EFGH$ 의 둘레의 길이는?



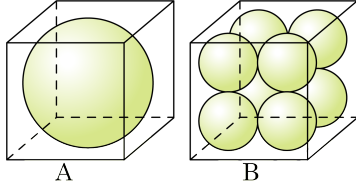
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{25}{3}\text{cm}$ ② $\frac{55}{3}\text{cm}$ ③ $\frac{110}{3}\text{cm}$
④ $\frac{150}{3}\text{cm}$ ⑤ $\frac{220}{3}\text{cm}$

해설

$\square EFGH$ 의 가로의 길이는 $3 : 5 = 5 : x$, 따라서 가로의 길이 $x = \frac{25}{3}$ 이다.
세로의 길이는 $3 : 5 = 6 : y$, 따라서 세로의 길이 $y = 10$ 이다.
 $\square EFGH$ 의 둘레의 길이는 $\left(\frac{25}{3} + 10\right) \times 2 = \frac{110}{3}(\text{cm})$ 이다.

19. 정육면체 모양의 두 상자 A, B 안에 아래 그림과 같이 크기와 모양이 같은 구슬로 가득 채웠을 때, 큰 구슬의 겹넓이가 $3a$ 일 때, B 상자 안 구슬들의 겹넓이를 a 에 관하여 나타내면?



[배점 5, 중상]

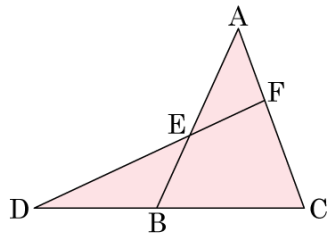
- ① $\frac{3}{2}a$ ② $2a$ ③ $4a$ ④ $6a$ ⑤ $\frac{9}{2}a$

해설

큰 구슬과 작은 구슬의 닮음비는 2 : 1 이므로 넓이 비는 4 : 1 이다. 큰 구슬 한 개의 겹넓이를 $3a$, 작은 구슬 한 개의 겹넓이를 x 라 하면 $4 : 1 = 3a : x$ 이고, $x = \frac{3}{4}a$ 이다. 따라서 B 상자 안 구슬의 겹넓이는 $\frac{3}{4}a \times 8 = 6a$ 이다.

20. 다음 그림에서 $\overline{AE} : \overline{EB} = 3 : 2$, $\overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3$ 이다. $\overline{BC} = 18\text{ cm}$ 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이를 구하여라.

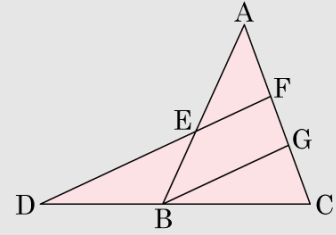
[배점 5, 중상]



▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{72}{5}\text{ cm}$

해설



$\overline{EF} \parallel \overline{BG}$ 인 $\overline{BG}$ 를 그으면

$$\overline{AE} : \overline{EB} = \overline{AF} : \overline{FG} = 3 : 2 = 6 : 4$$

$$\overline{AF} : \overline{FC} = 2 : 3 = 6 : 9$$

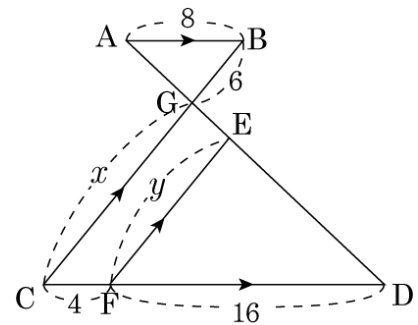
$$\text{즉 } \overline{AF} : \overline{FG} : \overline{GC} = 6 : 4 : 5$$

$$\overline{BC} : \overline{BD} = \overline{CG} : \overline{GF} = 5 : 4$$

$$18 : \overline{BD} = 5 : 4$$

$$\therefore \overline{BD} = \frac{72}{5} (\text{cm})$$

21. 다음 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$, $\overline{EF} \parallel \overline{GC}$ 일 때, $x + y$ 의 값은?



[배점 5, 중상]

- ① 26 ② 27 ③ 28 ④ 29 ⑤ 30

해설

$\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이므로 $\overline{AB} : \overline{CD} = \overline{GB} : \overline{GC}$

$$8 : 20 = 6 : x$$

$$2x = 30 \quad \therefore x = 15$$

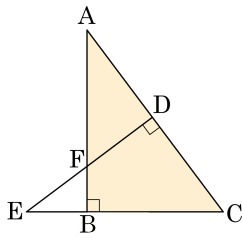
$\overline{EF} \parallel \overline{GC}$ 이므로 $\overline{DF} : \overline{DC} = \overline{EF} : \overline{GC}$

$$16 : 20 = y : 15$$

$$5y = 60 \quad \therefore y = 12$$

$$\therefore x + y = 15 + 12 = 27$$

22. 다음 그림에서 $\angle FDC = \angle FBC = 90^\circ$, $\overline{AF} = 15$, $\overline{DF} = 9$, $\overline{FB} = 5$, $\overline{CD} = 13$ 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 150

해설

조건에서 $\angle FDC = \angle FBC = 90^\circ$, $\angle AFD = \angle EFB$ ($\therefore$ 맞꼭지각) 이므로 $\triangle AFD \sim \triangle EFB$
따라서 $\overline{AF} : \overline{EF} = \overline{FD} : \overline{FB} = \overline{AD} : \overline{EB}$ 를 이용하여 $\overline{FE}$ 를 구하면

$$15 : \overline{FE} = 9 : 5$$

$$\therefore \overline{FE} = \frac{25}{3}$$

$$\overline{DE} = \overline{DF} + \overline{FE} = 9 + \frac{25}{3} = \frac{52}{3}$$

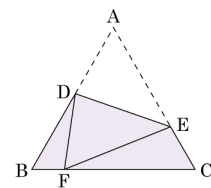
$\triangle ABC$ 와 $\triangle EDC$ 에서 $\angle C$ 가 공통, $\angle FDC = \angle FBC = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle EDC$ (AA 닮음)

$\overline{AB} : \overline{ED} = \overline{BC} : \overline{DC} = \overline{AC} : \overline{EC}$ 를 이용하여 $\overline{BC}$ 를 구하면 $20 : \frac{52}{3} = \overline{BC} : 13$

$$\therefore \overline{BC} = 15$$

따라서 $\triangle ABC$ 의 넓이는 $20 \times 15 \times \frac{1}{2} = 150$ 이다.

23. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 는 정삼각형이다. 꼭짓점 A가 $\overline{BC}$ 위의 F에 오도록 하였다. $\overline{BF} = 3\text{cm}$, $\overline{FD} = 7\text{cm}$, $\overline{DB} = 8\text{cm}$ 일 때, $\overline{AE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{21}{2}\text{cm}$

해설

$\angle DAE = \angle DFE = 60^\circ$, $\angle BFD = x$, $\angle CFE = y$ 라 하면 $x + y = 120^\circ$ 이다.

$\angle DBF = 60^\circ$ 이므로 $\angle BFD + \angle BDF = 120^\circ$

따라서 $\angle BDF = y$ 라 할 수 있다.

$\triangle ABC$ 는 정삼각형이므로 $\angle FCE = \angle DBF$ 이고, $\angle BDF = \angle CFE$ 이다.

그러므로 $\triangle BDF \sim \triangle CFE$ (AA 닮음)

접었으므로 $\overline{AD} = \overline{FD} = 7\text{cm}$, $\overline{AE} = \overline{FE}$

정삼각형 한 변의 길이는

$$\overline{AD} + \overline{BD} = 7 + 8 = 15 \text{ (cm)}$$

$$\overline{FC} = 15 - \overline{BF} = 15 - 3 = 12 \text{ (cm)}$$

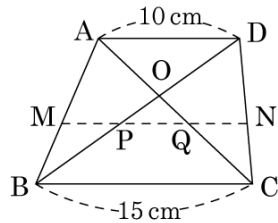
$$\overline{DF} : \overline{FE} = \overline{BD} : \overline{FC}$$

$$7 : \overline{FE} = 8 : 12$$

$$\therefore \overline{FE} = \frac{7 \times 12}{8} = \frac{21}{2} \text{ (cm)}$$

따라서 $\overline{AE} = \overline{FE} = \frac{21}{2} \text{ (cm)}$ 이다.

24. 다음 그림은 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 인 사다리꼴이다. $\overline{AM} : \overline{MB} = 3 : 2$ 이고 $\triangle AOD = 30\text{cm}^2$ 일 때, $\square PBCQ$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 60cm^2

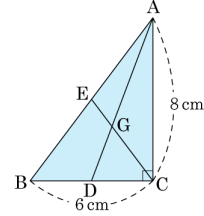
해설

$$\overline{PQ} = \frac{3 \times 15 - 2 \times 10}{3 + 2} = 5 \text{ (cm)}$$

$$\triangle OPQ : \triangle AOD : \triangle OBC = 1 : 4 : 9$$

$$\square PBCQ = 2\triangle AOD = 60 \text{ (cm}^2\text{)}$$

25. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$, $\overline{AC} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$ 인 직각삼각형이다. $\overline{BC}$ 와 $\overline{AB}$ 의 중점을 각각 D, E 라 하고 $\overline{AD}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 G 라고 할 때, $\triangle DCG$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4cm^2

해설

$$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times 6 \times 8 = 24(\text{cm}^2)$$

$$\triangle DCG = \frac{1}{3} \triangle ADC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \triangle ABC = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} \times 24 = 4(\text{cm}^2)$$