단원 종합 평가

1. 다음은 닮은 도형에 대한 설명이다. 옳지 <u>않은</u> 것은?
[배점 2, 하중]

① 닮음인 것을 기호 $\backsim$ 를 써서 나타낸다.

② 대응변의 길이의 비는 모두 같다.

③ 대응각의 크기는 각각 같다.

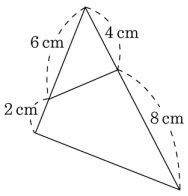
④ 닮음비가 1 : 1 이라는 것은 합동을 뜻한다.

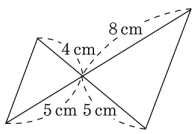
⑤ 두 삼각형은 항상 닮은 도형이다.

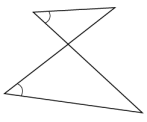
해설

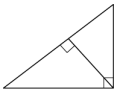
⑤ 두 삼각형이 어떤 삼각형이냐에 따라 닮음을 구별할 수 있다.

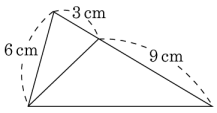
2. 다음 도형에서 닮은 삼각형을 찾을 수 <u>없는</u> 것은?
[배점 2, 하중]

①


②


③


④


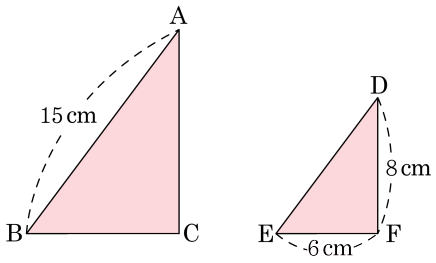
⑤


해설

①, ⑤ : SAS 닮음

③, ④ : AA 닮음

3. 다음 그림에서 △ABC $\backsim$ △DEF 이고, 닮음비가 3 : 2 일 때, △ABC 의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36 cm

해설

△ABC : △DEF = 3 : 2 이므로

$\overline{AB} : \overline{DE} = 15 : \square = 3 : 2$

$\overline{DE} = 10\,\text{cm}$

$\overline{BC} : \overline{EF} = \square : 6 = 3 : 2$

$\overline{BC} = 9\,\text{cm}$

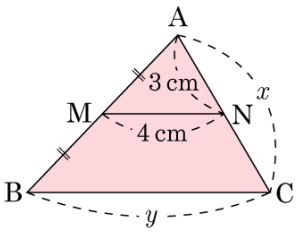
$\overline{AC} : \overline{DF} = \square : 8 = 3 : 2$

$\overline{AC} = 12\,\text{cm}$

따라서 △ABC 의 둘레의 길이$= 15 + 9 + 12$

따라서 36 cm 이다.

4. 다음 그림에서 점 M 은 $\overline{AB}$ 의 중점이고, $\overline{MN} // \overline{BC}$ 이다. x, y 의 길이를 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

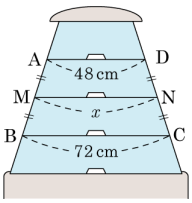
▷ 정답: $x = 6\,\text{cm}$

▷ 정답: $y = 8\,\text{cm}$

해설

$x = 2\overline{AN} = 6(\text{cm})$
$y = 2\overline{MN} = 8(\text{cm})$

5. 체육시간에 사용하는 뜀틀을 앞면에서 보면 각 단의 모양은 등변사다리꼴이고, 1 단을 제외한 나머지 단의 높이는 같다. 다음 뜀틀에서 x 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

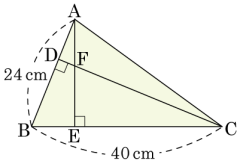
▶ 답:

▷ 정답: 60 cm

해설

$\frac{1}{2}(72 + 48) = x$ 이므로 $x = 60$ 이다.

6. 다음 그림에서 $\overline{AD} : \overline{DB} = 3 : 5$ 일 때, $\overline{EC}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

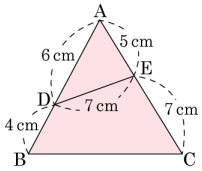
▶ 답:

▷ 정답: 31 cm

해설

$\triangle ABE \backsim \triangle CBD$ (AA 닮음)
$\overline{AB} : \overline{CB} = \overline{BE} : \overline{BD}$
$\overline{BD} = 24 \times \frac{5}{8} = 15(\text{cm})$
$24 : 40 = \overline{BE} : 15$
$\overline{BE} = 9(\text{cm})$
$\therefore \overline{EC} = 40 - 9 = 31(\text{cm})$

7. 다음 그림에서 $\overline{BC}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

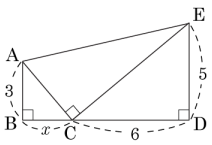
① 13cm ② 14cm ③ 15cm

④ 16cm ⑤ 17cm

해설

∠A 가 공통이고,
$\overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD} = 2 : 1$ 이므로
△ABC ∽ AED (SAS 닮음)
$2 : 1 = \overline{BC} : 7$
$\overline{BC} = 14(\text{cm})$

8. 아래 그림에서 $\angle B = \angle D = \angle ACE = 90°$ 일 때, x 의 길이를 구하면?



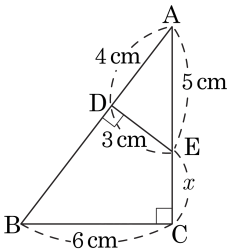
[배점 3, 하상]

① 2 ② 2.5 ③ 3 ④ 3.5 ⑤ 4

해설

△ABC ∽ △CDE 이므로 $3 : 6 = x : 5$
$\therefore\ x = 2.5$

9. 다음 그림에서 x 의 값은?



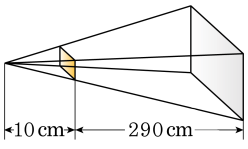
[배점 3, 하상]

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{2}$ ③ $\frac{5}{2}$ ④ 3 ⑤ 4

해설

△ABC 와 △AED 에서 ∠A 는 공통,
$\angle ACB = \angle ADE = 90°$ 이므로
△ABC ∽ △AED (AA 닮음)
$\overline{AC} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{ED}$
$(5 + x) : 4 = 6 : 3$
$3(5 + x) = 24$
$5 + x = 8 \quad \therefore\ x = 3$

10. 가로, 세로의 길이가 각각 3 cm , 2 cm 인 슬라이드 필름은 영사기 불빛으로부터 10 cm 떨어진 곳에 있고, 은막은 필름으로부터 290 cm 떨어진 곳에 있다. 이 때, 은막에 비친 영상의 넓이는?



[배점 3, 하상]

① 600 cm^2 ② 1200cm cm^2

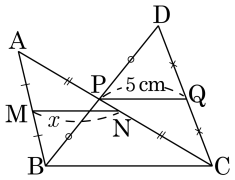
③ 2400 cm^2 ④ 4800 cm^2

⑤ 5400 cm^2

해설

필름과 은막에 비친 영상은 서로 닮은 도형이고 그 닮음비는 $10 : 300 = 1 : 30$ 이므로, 넓이의 비는 $1^2 : 30^2 = 1 : 900$ 이다. 따라서 필름의 넓이가 $6\,\text{cm}^2$ 이므로 은막에 비친 영상의 넓이는 $900 \times 6 = 5400\,\text{cm}^2$ 이다.

11. 다음 그림에서 점 M, N, P, Q 는 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$, $\overline{DB}$, $\overline{DC}$ 의 중점이다. $\overline{PQ} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{MN}$ 의 길이는?



[배점 3, 하상]

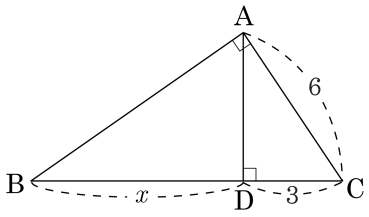
① 3cm ② 4cm ③ 4.5cm

④ 5cm ⑤ 5.5cm

해설

점 P, Q가 각각 $\overline{DB}$, $\overline{DC}$의 중점이므로
$\overline{BC} = 2\overline{PQ} = 2 \times 5 = 10(\text{cm})$ 이다.
따라서 점 M, N이 각각 $\overline{AB}$, $\overline{AC}$의 중점이므로
$\overline{MN} = \frac{1}{2}\overline{BC} = \frac{1}{2} \times 10 = 5(\text{cm})$ 이다.

12. 다음 그림에서 $\angle BAC = 90°$, $\angle ADC = 90°$ 일 때, x 의 값은?



[배점 3, 중하]

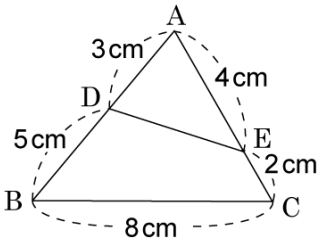
① 2 cm ② 6 cm ③ 7 cm

④ 8 cm ⑤ 9 cm

해설

$\overline{AC}^2 = \overline{BC} \cdot \overline{DC}$ 이므로
$6^2 = (x+3) \times 3$
$3x + 9 = 36$
$\therefore\ x = 9$

13. 다음 그림에서 $\angle ADE = \angle ACB$ 일 때, $\triangle ADE$ 와 $\triangle ACB$ 의 닮음비를 구하면?



[배점 3, 중하]

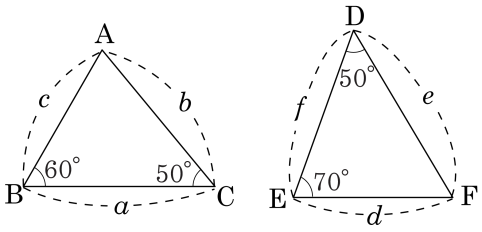
① 1 : 2 ② 2 : 3 ③ 3 : 4

④ 4 : 5 ⑤ 5 : 8

해설

△ADE 와 △ACB 에서 ∠A 가 공통이고,
∠ADE = ∠ACB 이므로
△ADE ∽ △ACB (AA 닮음)
$\overline{AD}$ 의 대응변이 $\overline{AC}$ 이므로 닮음비는 3 : 6 = 1 : 2 이다.

14. 다음 그림의 두 삼각형은 닮은 도형이다. 두 삼각형의 닮음비는?



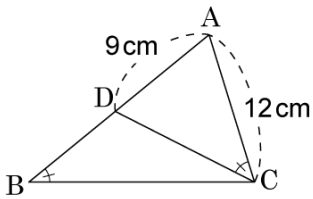
[배점 3, 중하]

① $a : d$ ② $b : f$ ③ $c : e$
④ $a : f$ ⑤ $b : d$

해설

△ABC ∽ △EFD 이므로
닮음비는 $a : e = b : f = c : d$

15. 다음 그림과 같이 △ABC 에서 ∠B = ∠ACD, $\overline{AC}$ = 12 cm, $\overline{AD}$ = 9 cm 일 때, $\overline{BD}$ 의 길이는?



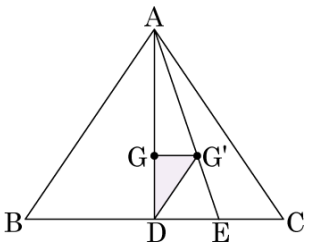
[배점 3, 중하]

① 4 cm ② 5 cm ③ 6 cm
④ 7 cm ⑤ 8 cm

해설

∠B = ∠ACD, ∠A 는 공통이므로
△ACD ∽ △ABC (AA 닮음)
∴ 9 : 12 = 12 : $\overline{AB}$
$\overline{AB}$ = 16 cm
∴ $\overline{BD} = \overline{AB} - 9 = 16 - 9 = 7(\text{cm})$

16. 다음 그림에서 점 G, G′ 는 각각 △ABC, △ADC 의 무게중심이다. △GDG′ = 10 cm² 일 때, △ABC 의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

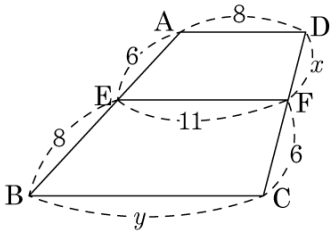
▶ 답:

▷ 정답: 180 cm²

해설

$$\triangle GDG' = \frac{1}{3}\triangle ADG' = \frac{1}{3}\times\frac{1}{3}\triangle ADC$$
$$= \frac{1}{9}\times\frac{1}{2}\triangle ABC = \frac{1}{18}\triangle ABC$$
$$\therefore \triangle ABC = 18\triangle GDG' = 18\times 10 = 180(\text{cm}^2)$$

17. 다음 그림에서 $\overline{AD}$ // $\overline{EF}$ // $\overline{BC}$ 일 때, x, y 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $x = 4.5$

▷ 정답: $y = 15$

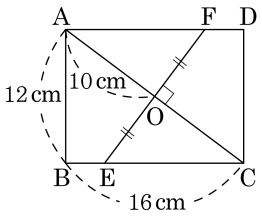
해설

$6 : 8 = x : 6, 8x = 36 \therefore x = 4.5$

$6 : 14 = (11-8) : (y-8)$, $6y - 48 = 42, 6y = 90$

$\therefore y = 15$

18. 다음 그림의 □ABCD 는 직사각형이고 $\overline{AC}$ 는 $\overline{EF}$ 의 수직이등분선이다. $\overline{AB} = 12$cm, $\overline{BC} = 16$cm, $\overline{AO} = 10$cm 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

① 12cm ② 13cm ③ 14cm

④ 15cm ⑤ 16cm

해설

$\triangle AOF \equiv \triangle COE$ (SAS 합동) 이므로

$\overline{AO} = \overline{CO} = 10$ (cm), $\overline{AC} = 20$ (cm)

$\triangle ABC \backsim \triangle EOC$ (AA 닮음) 이므로

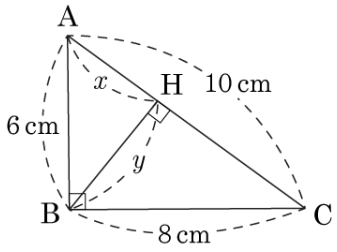
$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{EO} : \overline{OC}$

$12 : 16 = \overline{EO} : 10$

$\overline{EO} = \frac{15}{2}$ (cm)

$\therefore$ $\overline{EF} = 15$ (cm)

19. 다음 그림과 같은 직각삼각형 ABC의 점 B에서 $\overline{AC}$ 에 내린 수선의 발을 H라 할 때, $x + y$의 값은?



[배점 4, 중중]

① 8 ② 8.2 ③ 8.4 ④ 8.6 ⑤ 8.8

해설

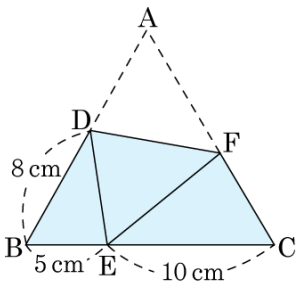
$\overline{AB}^2 = x \times \overline{AC}$ 이므로 $x = 3.6$

$\overline{BH}^2 = \overline{AH} \times \overline{CH}$ 이므로 $y^2 = 3.6 \times 6.4$

$y = 4.8$

$\therefore$ $x + y = 3.6 + 4.8 = 8.4$

20. 다음 그림과 같이 정삼각형 ABC 의 꼭짓점 A 가 변 BC 위의 점 E 에 오도록 접었다. $\overline{BD} = 8cm$, $\overline{BE} = 5cm$, $\overline{EC} = 10cm$ 일 때, $\overline{AF}$ 의 길이를 구하면? [배점 4, 중중]

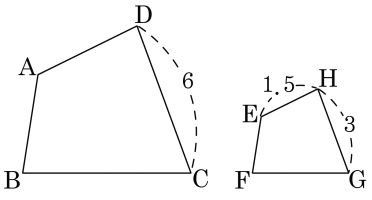


① 8cm ② $\frac{35}{4}$cm ③ 7cm
④ $\frac{25}{4}$cm ⑤ 6cm

해설

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle DEF = 60°$
$\angle BDE = \angle CEF$
$\triangle BDE \backsim \triangle CEF$(AA닮음)
$\overline{BD} : \overline{CE} = 8 : 10 = 4 : 5$
$\triangle ABC$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CA}$ 이고,
한 변의 길이는 15cm 이다.
따라서, $\overline{AD} = \overline{DE} = 7$, $4 : 5 = 7 : \overline{EF}$
$\therefore \overline{EF} = \frac{35}{4} = \overline{AF}$

21. 다음 그림에서 $\square ABCD \backsim \square EFGH$ 일 때, $\square ABCD$ 와 $\square EFGH$ 의 닮음비를 구하면?



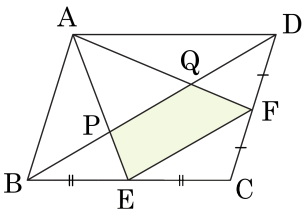
[배점 4, 중중]

① 1 : 1 ② 1 : 2 ③ 2 : 3
④ 2 : 1 ⑤ 4 : 3

해설

$\overline{DC} : \overline{HG} = 6 : 3 = 2 : 1$

22. 다음 그림과 같이 평행사변형 ABCD 에서 E, F 는 각각 $\overline{BC}, \overline{DC}$ 의 중점이고, $\square ABCD$ 의 넓이는 $120cm^2$ 이다. 이 때, $\square PEFQ$ 의 넓이를 구하면?



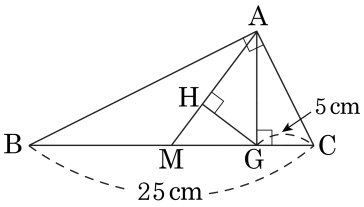
[배점 4, 중중]

① $20cm^2$ ② $25cm^2$ ③ $30cm^2$
④ $40cm^2$ ⑤ $45cm^2$

해설

점 P 가 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로
$\overline{AP} : \overline{PE} = 2 : 1$ 이고
$\overline{PQ} // \overline{EF}$
$\Rightarrow \triangle APQ \backsim \triangle AEF$ (AA 닮음)
닮음비가 2 : 3 이므로 넓이의 비는
4 : 9 ····· ㉠
또, $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QD}$ 이므로
$\triangle APQ = \frac{1}{6}\square ABCD = 20$ ····· ㉡
따라서 ㉠, ㉡에서
$\triangle APQ : \square PEFQ = 4 : 5$ 이므로
$\square PEFQ = \frac{5}{4} \times 20 = 25(cm^2)$ 이다.

23. 다음 그림의 △ABC에서 점 M은 $\overline{BC}$의 중점이다. $\overline{AG} \perp \overline{BC}$, $\overline{GH} \perp \overline{AM}$, $\overline{BC} = 25\text{cm}$, $\overline{GC} = 5\text{cm}$일 때, $\overline{AH}$의 길이를 구하면?



[배점 5, 중상]

① 4 ② 8 ③ 12 ④ 14 ⑤ 16

해설

△ABC에서 $\overline{AG}^2 = \overline{CG} \times \overline{BG}$ 이므로 $\overline{AG}^2 = 20 \times 5$

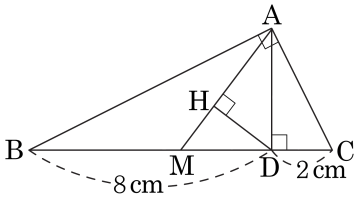
$\therefore \overline{AG} = 10$

△AMG에서 $\overline{AG}^2 = \overline{AH} \times \overline{AM}$이고 $\overline{AM} = \frac{25}{2} = 12.5$ 이므로

$10^2 = \overline{AH} \times 12.5$

$\therefore \overline{AH} = 8$

24. 다음 그림의 $\angle A = 90°$인 △ABC 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{DH} \perp \overline{AM}$ 이다. $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 2\text{cm}$일 때, $\overline{DH}$의 길이를 구하면?



[배점 5, 중상]

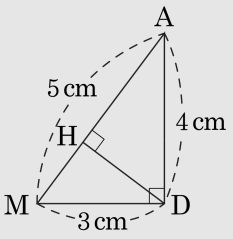
① $\frac{12}{5}$cm ② 8cm ③ $\frac{17}{5}$cm

④ 9cm ⑤ $\frac{19}{5}$cm

해설

i) $\overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} = 8 \times 2 = 16$

$\therefore \overline{AD} = 4(\text{cm})$ ($\because \overline{AD} > 0$)



점 M은 △ABC의 외심이다.

$\overline{BM} = \overline{CM} = \overline{AM} = 5\text{cm}$

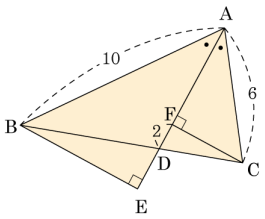
$\overline{MD} = 5 - 2 = 3$

ii) $\overline{MD} \times \overline{AD} = \overline{AM} \times \overline{DH}$ 이므로

$3 \times 4 = 5 \times \overline{DH}$

$\therefore \overline{DH} = \frac{12}{5}\text{cm}$

25. 다음 그림과 같은 △ABC 에서 $\overline{AD}$ 는 ∠A 의 이등분선이고 점 B, C 에서 $\overline{AD}$ 또는 그 연장선 위에 내린 수선의 발을 각각 E, F 라고 할 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{10}{3}$

해설

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{CD}$ 이므로 $\overline{BD} : \overline{DC} = 5 : 3$ 이다.

$\triangle BED$ 와$\triangle CFD$ 는 두 각이 같으므로 닮음이다.

따라서 $\overline{DE} : \overline{FD} = 5 : 3 = \overline{DE} : 2$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{10}{3}$ 이다.