

단원 종합 평가

1. 어떤 수로 35 를 나누면 3 이 남고 118 을 나누면 2 가 모자란다고 한다. 이러한 수 중 가장 큰 수는?

[배점 3, 하상]

- ① 16 ② 8 ③ 6 ④ 4 ⑤ 2

해설

어떤 자연수를 x 라고 할 때,
 $35 = x \times \triangle + 3$, $118 = x \times \square - 2$
 $32 = x \times \triangle$, $120 = x \times \square$
 가장 큰 수 x 는 32 와 120 의 최대공약수
 $32 = 2^5$, $120 = 2^3 \times 3 \times 5$
 $\therefore x = 2^3 = 8$

2. 약수의 개수가 4 인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구 하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
 약수의 개수가 4 인 경우는
 지수가 3 인 소인수가 한 개인 경우와
 지수가 각각 1 인 소인수가 두 개인 경우이다.
 두 경우에서 각각 가장 작은 자연수는
 2^3 과 2×3 이고
 그중 2×3 이 더 작으므로
 약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 6 이다.

3. 다음 보기 중 약수가 2 개뿐인 수를 골라라.

보기

- ㉠ 1 ㉡ 33 ㉢ 55
 ㉣ 149 ㉤ 144

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: ㉣

해설

약수가 2 개뿐인 수는 소수이다. 소수는 149 이다.

4. $2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수는?

[배점 3, 하상]

- ① $2^3 \times 3 \times 5^2$ ② $2^3 \times 3 \times 7$
 ③ $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$ ④ $2^2 \times 5$
 ⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$\therefore 2^3 \times 3 \times 5$, $2^2 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수: $2^2 \times 5$

5. 다음 표는 혜교의 지난 중간고사와 기말고사 시험과목 일부와 그 점수이다. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

과목	중간	기말
국어	80	85
수학	90	80
영어	85	100
과학	70	55
사회	95	80
미술	100	95
음악	95	100
체육	75	65
도덕	100	85
한문	55	70

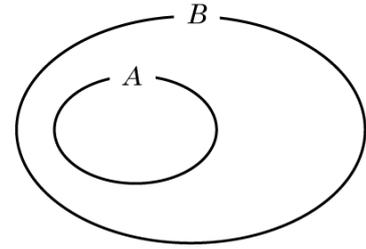
[배점 3, 중하]

- ① 지난 중간고사 점수가 80점 이상인 과목
- ② 지난 기말고사 점수 중 지난 중간고사 점수보다 높은 과목
- ③ 기말고사 때 잘 본 과목
- ④ 기말고사 때 가장 못 본 과목
- ⑤ 중간고사와 기말고사의 평균이 좋은 과목

해설

- ③ '잘' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.
- ④ '못 본' 이라는 단어의 기준은 명확하지 않으나, '가장' 이라는 단어가 있기 때문에 그 기준이 확실하다. 따라서 집합이다.
- ⑤ '좋은' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

6. 집합 $A = \{1, 2, 4\}$ 일 때, 다음 중 벤 다이어그램을 만족하는 집합 B 가 될 수 없는 것은?



[배점 3, 중하]

- ① $B = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ② $B = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- ③ $B = \{x | x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$
- ④ $B = \{x | x \text{는 자연수}\}$
- ⑤ $B = \{x | x \text{는 짝수}\}$

해설

주어진 벤 다이어그램은 $A \subset B$ 를 나타내므로 집합 B 는 1, 2, 4 를 반드시 원소로 가져야 한다.

- ① $B = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$
- ② $B = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- ③ $B = \{1, 2, 4, 8\}$
- ④ $B = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$
- ⑤ $1 \notin B = \{2, 4, 6, \dots\}$

7. 다음 중 다른 것과 같은 집합이 아닌 것은?
[배점 3, 중하]

- ① {2, 4, 6, 8, 10}
- ② {10, 8, 6, 4, 2}
- ③ { $x|x$ 는 10보다 작은 짝수}
- ④ { $x|x$ 는 10 이하의 짝수}
- ⑤ { $x|x$ 는 11보다 작은 2의 배수}

해설

- ③ {2, 4, 6, 8}
- ①, ②, ④, ⑤ {2, 4, 6, 8, 10}

8. 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 것은 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4개

해설

10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 최대공약수가 1 인 수들을 모두 구하면 11, 13, 17, 19 의 4 개이다.
따라서 10 보다 크고 20 보다 작은 자연수 중에서 6 과 서로소인 자연수는 모두 4 개이다.

9. 집합 $A = \{x|x \text{는 } 10^n \text{에 가장 가까운 11의 배수}\}$, $\{n \text{는 자연수}\}$ 의 원소를 작은 순서대로 a_1, a_2, a_3, \dots 라 할 때, $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6$ 을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1111110

해설

11 의 배수는 짝수 자리 수의 합에서 홀수 자리 수의 합을 뺀 절댓값이 0 이거나 11 의 배수인 수 이므로,

10^n 에서 가장 가까운 11 의 배수를 차례대로 구해 보면,

$$10 \rightarrow 11,$$

$$10^2 \rightarrow 99,$$

$$10^3 \rightarrow 1001,$$

$$10^4 \rightarrow 9999,$$

$$10^5 \rightarrow 100001,$$

$$10^6 \rightarrow 999999,$$

$$\therefore a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 1111110$$

10. 경진이가 사는 아파트에는 중학생이 모두 30명 있다. 토요일에는 아파트로 찾아오는 이동 도서관을 이용하는데, 이동 도서관에는 가, 나 두 코너가 마련되어 있다. 토요일에 가 코너를 이용하는 학생은 18명, 나 코너를 이용하는 학생은 10명, 두 코너를 모두 이용하는 학생은 7명이라고 한다. 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

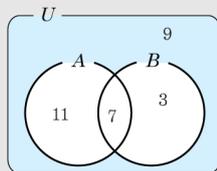
▶ 답:

▷ 정답: 9명

해설

아파트에 사는 중학생을 전체집합 U , 토요일에 이동 도서관의 가 코너를 이용하는 학생의 집합을 A , 나 코너를 이용하는 학생의 집합을 B 라 하면
 $n(U) = 30, n(A) = 18, n(B) = 10, n(A \cap B) = 7$
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $= 18 + 10 - 7$
 $= 21$

따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는
 $n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 21 = 9$ (명)
 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는 9 명이다.

11. 200 이하의 자연수 중에서 2 의 배수 또는 3 의 배수인 수의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 133 개

해설

2 의 배수인 집합을 A 라 하고, 3 의 배수인 집합을 B 라 하자.
 2 의 배수이면서 3 의 배수인 집합은 $A \cap B$ 이다.
 2 의 배수이거나 3 의 배수인 수, 즉 $A \cup B$ 를 구하는 것이다.
 $n(A) = 100, n(B) = 66, n(A \cap B) = 33$ 이므로
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $x = 100 + 66 - 33$
 $x = 133$

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 60, n(A) = 36, n(A \cap B) = 11, n(A^c \cap B^c) = 14$ 일 때, $n(B)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 21

해설

$n(A^c \cap B^c) = n((A \cup B)^c) = 14$,
 $n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 60 - 14 = 46$
 ,
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $46 = 36 + n(B) - 11$
 $\therefore n(B) = 21$

13. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } \{1, 2, 4\} \text{의 부분집합}\}$ 일 때, 집합 A 의 원소가 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 4, 중중]

- ① \emptyset ② $\{2, 4\}$ ③ $\{\emptyset\}$
④ $\{1, 2, 4\}$ ⑤ $\{\{1, 2\}\}$

해설

$$A = \{\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\}, \{2, 4\}, \{1, 2, 4\}\}$$

14. 다음 중 옳은 것을 고르면? [배점 4, 중중]

- ① $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이다.
② $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
③ $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 1$
④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3$
⑤ $n(\{x \mid x \text{는 } \textit{mathematics} \text{에 있는 알파벳}\}) = 11$

해설

- ① $n(A) < n(B)$ 이면 $A \subset B$ 이거나 $A \not\subset B$
③ $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 0 + 1 + 1 = 2$
④ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 2\}) = 3 - 2 = 1$
⑤ $n(\{m, a, t, h, e, i, c, s\}) = 8$

15. $2^4 < a < 2^5$ 인 자연수 a 를 이진법의 수로 나타내면 몇 자리의 수가 되는가? [배점 4, 중중]

- ① 두 자리의 수 ② 세 자리의 수
③ 네 자리의 수 ④ 다섯 자리의 수
⑤ 알 수 없다

해설

$$10000_{(2)} < a < 100000_{(2)}$$

\therefore 다섯 자리의 수

16. 다음 보기 중 3의 배수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$$2^4 \times 3, 111_{(2)}, 1011_{(2)}, 10111_{(2)}, 100100_{(2)}, 282$$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

$$111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 7$$

$$1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11$$

$$10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 23$$

$$100100_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 = 36$$

따라서 3의 배수가 아닌 수는 $111_{(2)}, 1011_{(2)}, 10111_{(2)}$ 의 3개이다.

17. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$ 일 때, $n(C)$ 는?
[배점 5, 중상]

- ① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

집합 C 의 원소는

$$1 + 2 = 3, 1 + 4 = 5, 1 + 6 = 7,$$

$$3 + 2 = 5, 3 + 4 = 7, 3 + 6 = 9,$$

$$5 + 2 = 7, 5 + 4 = 9, 5 + 6 = 11$$

에서 $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(C) = 5$ 이다.

18. 세 수 $\frac{16}{75}, \frac{28}{45}, \frac{24}{25}$ 에 어떤 수를 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\frac{225}{4}$

해설

어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를

$\frac{b}{a}$ 라 하면

a 는 16, 28, 24의 최대공약수 4이고,

b 는 75, 45, 25의 최소공배수 225이다.

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{225}{4}$$

19. 20 과 28의 어느 것으로 나누어도 6 이 남는 자연수 중 가장 큰 세 자리 자연수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 986

해설

20 과 28 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 6 인 수를 k 라고 하면, $(k - 6)$ 은 20 과 28 의 공배수가 됩니다.

따라서 20 과 28 의 공배수 중에서 세 자리의 자연수를 구하고, 거기에 6 을 더하면 됩니다.

20 과 28 의 최소공배수는 140 이므로, 세 자리 수 중 가장 큰 140 의 배수는 $140 \times 7 = 980$ 입니다.

따라서 구하는 수는 $980 + 6 = 986$ 입니다.

20. 108, 135 의 최대공약수는? [배점 5, 중상]

- ① 2^2 ② 3^3 ③ 2^3
④ 3×5 ⑤ $2^2 \times 3^2$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$, $135 = 3^3 \times 5$ 이므로 최대공약수는 3^3

21. 민수는 15 층 아파트에서 살고 있는데, 엘리베이터가 자주 고장이 난다. 어느 날 엘리베이터 입구에 '약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 층에서만 쉼니다.' 라는 문구가 적혀 있었을 때, 엘리베이터가 서는 층은 모두 몇 개인가? [배점 5, 중상]

- ① 5 개 ② 6 개 ③ 7 개
 ④ 8 개 ⑤ 9 개

해설

약수의 개수가 1 개인 수는 1 뿐이다. 약수가 3 개 이상인 수는 합성수이므로 15 층 아래에 있는 합성수는 4, 6, 8, 9, 10, 12, 14, 15 로 8 개이다. 따라서 약수의 개수가 1 개 또는 3 개 이상인 수는 모두 9 개이다.

22. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 세 개인 부분집합에 들어 있는 모든 원소들의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 90

해설

집합 A 의 부분집합 중에서 원소가 3 개인 부분집합은
 $\{1, 2, 3\}, \{1, 2, 4\}, \{1, 2, 5\}, \{1, 3, 4\},$
 $\{1, 3, 5\}, \{1, 4, 5\}, \{2, 3, 4\}, \{2, 3, 5\},$
 $\{2, 4, 5\}, \{3, 4, 5\}$ 의 10 개이고,
 이 부분집합들에는 집합 A 의 원소가 6 개씩 들어 있으므로, $(1 + 2 + 3 + 4 + 5) \times 6 = 90$ 이 된다.

23. 집합 $S = \{x | x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x | x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3 개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가 $A = \{x | x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때,
 집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4 이다.
 조건을 이용하면 1 과 4, 2 와 3 은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로
 집합 A 는 $\{1, 4\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3, 4\}$ 의 3 개의 경우가 가능하다.

24. 가로 18cm , 세로 27cm , 높이 36cm 인 직육면체 모양의 나무를 잘라서 여러 개의 정육면체 모양을 만들려고 한다. 만들 수 있는 가장 큰 정육면체 하나의 부피를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 729 cm^3

해설

가로 18cm , 세로 27cm , 높이 36cm 의 최대공약수는 9cm 이므로
 만들 수 있는 가장 큰 정육면체의 부피 = $9 \times 9 \times 9 = 729(\text{cm}^3)$

25. 63 를 소인수분해 한 것으로 옳은 것은?

[배점 5, 상하]

① 7×9

② 2^6

③ $3^2 \times 7$

④ $2^2 \times 3 \times 5$

⑤ $2^6 \times 9$

해설

$$\begin{array}{r} 3 \overline{) 63} \\ 3 \overline{) 21} \\ \quad 7 \end{array}$$