단원 종합 평가

1. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4$의 y절편을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $-\frac{13}{3}$

해설

$y = -\frac{1}{3}(x+1)^2 - 4$

$= -\frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x - \frac{13}{3}$

따라서 y절편은 $-\frac{13}{3}$

2. 이차함수 $y = \frac{1}{5}x^2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 b 만큼 평행이동시켰더니 점 $(-4, 5)$ 를 지났다. b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{9}{5}$

해설

$y = \frac{1}{5}x^2 + b$ 에 $(-4,\ 5)$ 를 대입하면

$5 = \frac{1}{5} \times (-4)^2 + b$

$\therefore b = 5 - \frac{16}{5} = \frac{9}{5}$

3. 어떤 축구 선수가 축구공을 찼을 때, x 초 후의 축구공의 높이를 ym 라고 하면 $y = -x^2 + 6x$ 의 관계가 성립한다. 축구공이 가장 높이 올라갔을 때의 높이를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9 m

해설

$y = -x^2 + 6x$ 에서 $y = -(x-3)^2 + 9$ 이다.
따라서 가장 높이 올라갔을 때의 높이는 9m 이다.

4. 다음 ☐ 에 알맞은 말을 써 넣어라.
이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프와 같은 모양의 곡선을 ☐ 이라고 한다. 이 그래프는 선대칭도형으로 그 대칭축을 포물선의 ☐ 이라 하고, 그래프와 축과의 교점을 ☐ 이라고 한다. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 포물선

▷ 정답 : 축

▷ 정답 : 절편

해설

이차함수는 포물선이고 축을 기준으로 대칭이다.

5. $y=-x^2$ 의 그래프를 x 축 방향으로 p 만큼 평행이동 시켰더니 점 $(4,\ -1)$ 을 지났다. p 의 값이 될 수 있는 것을 모두 합하면? [배점 3, 하상]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$y=-(x-p)^2$ 의 그래프가 점 $(4,\ -1)$ 을 지나므로

$-1=-(4-p)^2$

$p=3$ 또는 $p=5$, $3+5=8$ 이다.

6. 이차함수 $y=-2(x-p)^2$ 의 그래프는 점 $(1,\ -32)$ 을 지난다. 축의 방정식을 구하여라. (단, $p>0$)

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

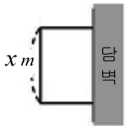
▷ 정답 : $x=5$

해설

$y=-2(x-p)^2$ 의 그래프가 점 $(1,\ -32)$ 를 지나므로 $-32=-2(1-p)^2$, $p=5$

$\therefore y=-2(x-5)^2$, 축의 방정식 : $x=5$

7. 다음 그림과 같이 길이 20m 인 철망을 담벽에 ㄷ자 모양으로 둘러싸서 닭장을 만들려고 한다. 이 닭장의 넓이의 최댓값은 얼마인가?



[배점 3, 하상]

① 70m^2 ② 40m^2 ③ 50m^2

④ 80m^2 ⑤ 60m^2

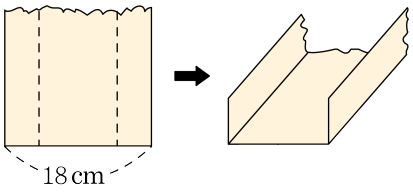
해설

닭장 넓이를 y라 하면

$$y=x\left(\frac{20-x}{2}\right)$$
$$=\frac{1}{2}(-x^2+20x)$$
$$=-\frac{1}{2}(x^2-20x+100-100)$$
$$=-\frac{1}{2}(x-10)^2+50$$

$\therefore x=10$ 일 때 최댓값 50

8. 다음 그림과 같이 너비가 18cm 인 철판의 양쪽을 접어 단면이 직사각형인 물받이를 만들려고 한다. 단면의 넓이가 최대가 되도록 하려면 물받이의 높이를 얼마로 해야 하는가?



[배점 3, 하상]

① 4.5 cm ② 4.0 cm ③ 3.8 cm
④ 3.6 cm ⑤ 3.4 cm

해설

물받이의 높이를 x 라 할 때,
단면의 넓이는 $y = x(18 - 2x)$
$y = -2x^2 + 18x = -2(x - \frac{9}{2})^2 + \frac{81}{2}$
따라서 $x = \frac{9}{2}$(cm) 일 때, 최대값 $\frac{81}{2}$(cm^2)를 갖는다.

9. 이차함수 $y = -\frac{1}{3}(x+3)^2 - 6$ 의 그래프는 $y = -\frac{1}{3}x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 m 만큼, y 축의 방향으로 n 만큼 평행이동시킨 그래프이다. $m - n$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$m = -3,\ n = -6$
$\therefore\ m - n = (-3) - (-6) = 3$

10. 이차함수 $y = -\frac{2}{3}x^2$ 에 대한 다음 설명 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① 치역은 $\{y \mid y \geq 0\}$ 이다.
② 아래로 볼록하다.
③ 꼭짓점은 원점이고 축은 y축이다.
④ $y = \frac{3}{2}x^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
⑤ $x > 0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

해설

① 치역은 $\{y \mid y \leq 0\}$
② 위로 볼록하다.
④ $y = \frac{2}{3}x^2$ 의 그래프와 x축에 대하여 대칭이다.
⑤ $x > 0$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 감소한다.

11. $y = -\frac{1}{2}x^2 + q$ 의 그래프가 점 $(-2,\ 1)$ 을 지날 때, 이 포물선의 꼭짓점의 좌표는? [배점 3, 중하]

① $(3,\ 0)$ ② $(0,\ 3)$ ③ $(-2,\ 0)$
④ $(0,\ -2)$ ⑤ $(-2,\ 1)$

해설

$y=-\frac{1}{2}x^2+q$ 의 그래프가 점 $(-2,\ 1)$ 을 지나므로

$1=-\frac{1}{2}\times(-2)^2+q\ ,\ q=3$

$\therefore\ y=-\frac{1}{2}x^2+3$

12. 다음 중 이차함수 $y=ax^2\ (a<0)$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 3, 중하]

① 위로 볼록한 그래프이다.

② y 축에 대하여 대칭이다.

③ 치역은 $\{y\mid y\le 0\}$ 이다.

④ $x<0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 는 감소한다.

⑤ a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

해설

④ $x<0$ 의 범위에서 x 가 증가할 때, y 도 증가한다.

13. $y=k(k-2)x^2-3x^2+5x+8k$ 가 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 <u>없는</u> 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

이차함수는 $y=ax^2+bx+c$ 의 형태에서 $a\neq 0$ 이어야 하므로 $k(k-2)-3\neq 0,\ k(k-2)\neq 3$ 이어야 한다. 따라서 $k\neq -1,\ k\neq 3$ 이다.

14. $y=2x^2$ 의 그래프 위의 두 점 $A(2,\ p),\ B(q,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은?(단, $q<0$) [배점 3, 중하]

① $y=2x-3$ ② $y=-2x+3$

③ $y=2x+4$ ④ $y=-2x+4$

⑤ $y=2x-4$

해설

$(2,\ p)$ 를 $y=2x^2$ 에 대입하면 $p=2\times 2^2=8$

$(q,\ 2)$ 를 대입하면 $2=2q^2,\ q^2=1\ \therefore q=\pm 1$

그런데 $q<0$ 이므로 $q=-1$

$(2,\ 8),\ (-1,\ 2)$ 를 지나는 직선의 방정식은 (기울기)$=\frac{8-2}{2-(-1)}=\frac{6}{3}=2$

$y=2x+b$ 에 $(2,\ 8)$ 을 대입하면 $8=2\times 2+b$

$\therefore\ b=4$

따라서 구하는 식은 $y=2x+4$

15. 이차함수 $y=3x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -2 만큼 평행이동하면 점 $(1,\ k)$ 를 지난다고 한다. k 의 값은? [배점 3, 중하]

① 1 ② 3 ③ 5 ④ 12 ⑤ 27

해설

$y = 3(x+2)^2$

$(1,\ k)$를 대입하면

$k = 27$

16. 이차함수 $y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$y = \frac{1}{2}x^2 + ax + b$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(-2, 3)$ 이므로

$y = \frac{1}{2}(x+2)^2 + 3$

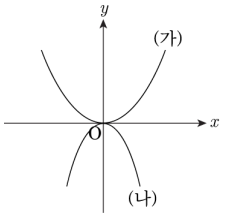
$= \frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 3$

$= \frac{1}{2}x^2 + 2x + 5$

$a = 2\ ,\ b = 5$

$\therefore a - b = 2 - 5 = -3$

17. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프가 그림의 (가)와 같을 때 다음 중 그래프 (나)의 식으로 적당한 것은?



[배점 4, 중중]

① $y = -2ax^2$ ② $y = -ax^2$

③ $y = 2ax^2$ ④ $y = -\frac{1}{2}ax^2$

⑤ $y = \frac{1}{2}ax^2$

해설

$y = bx^2\ ,\ b < 0$

$|\ b\ | > |\ a\ |$

18. 이차함수 $f(x) = -x^2 + ax - 1$ 에 대하여 $f(1) = 2,\ f(-1) = b$ 일 때, 상수 $a,\ b$ 의 합 $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 2 ② 1 ③ 0 ④ -2 ⑤ -4

해설

$f(1) = 2,\ -1^2 + a \times 1 - 1 = 2,\ -1 + a - 1 = 2$

$\therefore a = 4$

$f(x) = -x^2 + 4x - 1$ 이므로 $f(-1) = -(-1)^2 + 4(-1) - 1 = -1 - 4 - 1 = -6 \quad \therefore b = -6$

$\therefore\ a + b = 4 + (-6) = -2$

19. 다음 포물선을 폭이 좁은 것부터 차례로 기호로 나열한 것은?

(가) $y=-x^2$	(나) $y=-5x^2$
(다) $y=-\frac{1}{2}x^2$	(라) $y=-\frac{5}{4}x^2$

[배점 4, 중중]

① (가)-(나)-(다)-(라) ② (나)-(라)-(가)-(다)

③ (다)-(나)-(가)-(라) ④ (나)-(가)-(라)-(다)

⑤ (라)-(나)-(다)-(가)

해설

$y=ax$ 에서 a 의 절댓값이 클수록 폭이 좁아진다.

20. 이차함수 $y=3(x-\frac{1}{2})^2+4$ 의 꼭짓점의 좌표가 직선 $y=x+a$ 의 위에 있을 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{7}{2}$

해설

$y=3(x-\frac{1}{2})^2+4$ 의 꼭짓점의 좌표가 $(\frac{1}{2},4)$ 이고 직선 $y=x+a$ 위에 있으므로

$4=\frac{1}{2}+a \quad \therefore a=\frac{7}{2}$

21. 이차함수 $y=x^2-6x+2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면 점$(3,\ m)$ 을 지난다. m 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

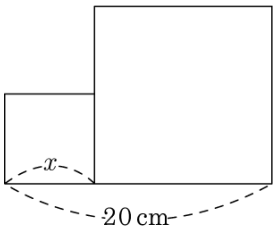
① -1 ② 0 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$y=x^2-6x+2=(x-3)^2-7$ 을 x축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면, $y=x^2-7$

$(3,\ m)$ 을 대입하면 $m=2$ 이다.

22. 다음 그림과 같이 길이가 20cm 인 선분을 두 부분으로 나누어, 그 각각을 한 변으로 하는 정사각형 두 개를 만들려고 한다. 두 정사각형의 넓이의 합이 최소가 되게 할 때, 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 x , 큰 정사각형의 한 변의 길이를 $20-x$,

넓이를 y 라고 하면

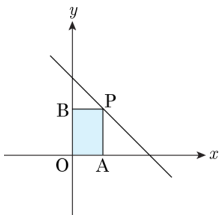
$y=x^2+(20-x)^2$

$=2x^2-40x+400$

$=2(x-10)^2+200$

따라서 $x=10$ 일 때, 최솟값 200 을 갖는다.

23. 다음 그림과 같이 일차함수 $y = -x + 4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 4

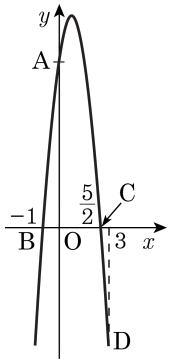
해설

A 의 좌표를 $(t,\ 0)$ 이라고 하면 P 의 좌표는 $(t,\ -t+4)$ 이고 B 의 좌표는$(0,\ -t+4)$

$\therefore \square OAPB = t \times (-t+4) = -t^2 + 4t = -(t-2)^2 + 4$

$t = 2$ 일 때, 넓이의 최댓값4

24. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 $\frac{35}{2}$ 일 때, $\triangle BCD$ 의 넓이를 구하여라. (단, A, B, C, D는 이차함수 $y = ax^2 + bx + c$ 위의 점이다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 14

해설

$A\,(0,\ c),\quad B\,(-1,\ 0),\quad C\left(\frac{5}{2},\ 0\right),\quad D\,(3,\ p),$

$\triangle ABC = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{5}{2}\right) \times c = \frac{35}{2},\ c = 10$

$A\,(0,\ 10)$

$y = ax^2 + bx + c = a\,(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right),$

$-\frac{5}{2}a = 10,\ a = -4$

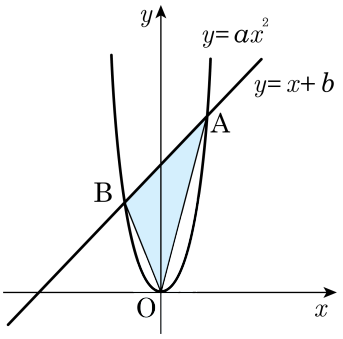
$y = -4\,(x+1)\left(x - \frac{5}{2}\right) = -4x^2 + 6x + 10,$

$y = -4x^2 + 6x + 10$ 에 $D\,(3,\ p)$ 를 대입하면

$p = -36 + 18 + 10 = -8,\ D\,(3,\ -8)$

$\therefore\ \triangle BCD = \frac{1}{2} \times \left(1 + \frac{5}{2}\right) \times 8 = 14$ 이다.

25. 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프와 직선 $y = x + b$ 가 점 $A\,(2,\ 8)$ 과 점 B 에서 만날 때, $\triangle ABO$ 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{21}{2}$

해설

$y = ax^2$ 에 점 $(2,\ 8)$ 을 대입, $8 = 4a,\ a = 2\ \ \therefore\ y = 2x^2$

$y = x + b$ 에 점 $(2,\ 8)$ 을 대입, $8 = 2 + b,\ b = 6\ \ \therefore\ y = x + 6$

$y = 2x^2$ 과 $y = x + 6$ 의 교점을 구하면

$2x^2 = x + 6$

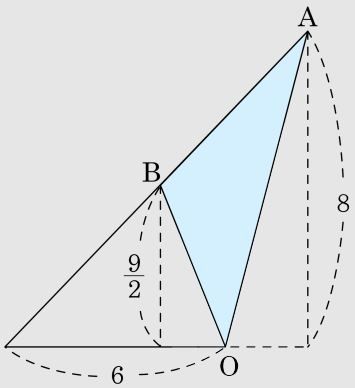
$2x^2 - x - 6 = 0$

$(2x + 3)(x - 2) = 0$

$\therefore x = -\frac{3}{2}$또는 $x = 2$

$\therefore\ \mathrm{B}\left(-\frac{3}{2},\ \frac{9}{2}\right)$

$y = x + 6$ 에서 $x = -6$ 일 때, $y = 0$ 이므로



$\triangle$ABO 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 6 \times 8 - \frac{1}{2} \times 6 \times \frac{9}{2} = \frac{21}{2}$ 이다.