

단원 종합 평가

1. 집합 $B = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 20 \text{ 미만의 홀수}\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17\}$, $A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$ 일 때 집합 A 를 구하면?

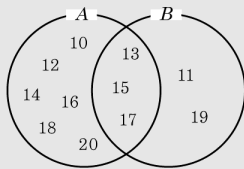
[배점 3, 하상]

- ① $\{13, 15\}$
 ② $\{13, 15, 17, 19, 20\}$
 ③ $\{10, 12, 14, 16, 18, 20\}$
 ④ $\{10, 14, 16, 18\}$
 ⑤ $\{10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고쳐보면 $B = \{11, 13, 15, 17, 19\}$ 가 된다.

$A \cup B = \{10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$, $A \cap B = \{13, 15, 17\}$ 이 성립하도록 벤 다이어그램에 그려보자.



그러므로 $A = \{10, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 20\}$ 이다.

2. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ 에 대하여 $A = \{3, 4, 5\}$, $B = \{1, 2, 3\}$ 일 때, $B^c - A^c$ 은? [배점 3, 하상]

- ① $\{3\}$ ② $\{3, 5\}$ ③ $\{4\}$
 ④ $\{4, 5\}$ ⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$B^c - A^c = A - B = \{3, 4, 5\} - \{1, 2, 3\} = \{4, 5\}$ 이다.

3. ●○○●은 이진법으로 나타낸 수 $101_{(2)}$ 을 의미한다. 십진법으로 나타낸 수 22를 바르게 나타낸 것은?

[배점 3, 하상]

- ① ●●○○● ② ●○○●●●
 ③ ●●●○○ ④ ●●○○●○
 ⑤ ●○○●●○

해설

$22 = 10110_{(2)}$ 이므로 ⑤이다.

4. 가로 길이, 세로 길이, 높이가 각각 42 cm, 70 cm, 84 cm인 직육면체 모양의 상자를 크기가 같은 정육면체로 빈틈없이 채우려고 한다. 가능한 한 큰 정육면체의 한 모서리의 길이를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 14 cm

해설

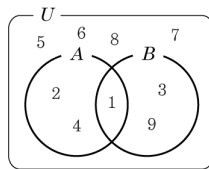
정육면체가 가능한 한 커야하고, 상자의 빈틈이 없도록 채워야하므로, 주어진 세 모서리의 최대공약수를 구해야 한다.

따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는

$$42 = 2 \times 3 \times 7, 70 = 2 \times 5 \times 7, 84 = 2^2 \times 3 \times 7$$

의 최대공약수 $2 \times 7 = 14$ (cm)

5. 전체집합을 U 와 두 부분집합 A, B 가 다음 벤 다이어그램과 같을 때, 다음 중 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

- ① $A - B = \{2, 4\}$
- ② $B \cap A^c = \{3, 9\}$
- ③ $(A^c)^c = \{4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- ④ $(A \cup B)^c = \{5, 6, 7, 8\}$
- ⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 6, 7, 8\}$

해설

$$(A^c)^c = \{1, 2, 4\} = A$$

6. 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8 개

해설

$\{1, 2, 3\} \cup X = \{1, 2, 3\}$ 은 $X \subset \{1, 2, 3\}$ 이므로 가능한 X 의 개수는 $\{1, 2, 3\}$ 의 부분집합의 개수이다.

$$\therefore 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ (개)}$$

7. 두 분수 $\frac{420}{121}, \frac{126}{143}$ 에 같은 수를 곱하여 자연수가 되게 하려고 한다. 가장 작은 수를 곱하여 만들어진 자연수를 모두 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 130

▶ 정답 : 33

해설

두 수에 각각 $\frac{11 \times 11 \times 13}{2 \times 3 \times 7}$ 을 곱한다.

8. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 차례대로 기호를 써라.

- | | |
|-------|--------|
| ㉠ 360 | ㉡ 1125 |
| ㉢ 384 | ㉣ 244 |

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉠

해설

- ㉠ 24 개
- ㉡ 12 개
- ㉢ 16 개
- ㉣ 6 개

9. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수의 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은

[배점 3, 중하]

- ① {1, 2, 4, 8, 16}
- ② {4, 16, 64, ...}
- ③ {16, 32, 48}
- ④ {4, 8, 16, 32, ...}
- ⑤ {16, 32, 48, 64, ...}

해설

공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16 의 배수로 이루어진 집합이다.

10. $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 5\}$, $B - A = \{1, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$ 에 대하여 집합 A 는?
[배점 4, 중중]

- ① {2, 4}
- ② {4, 5}
- ③ {2, 4, 5}
- ④ {2, 4, 5, 6}
- ⑤ {2, 4, 5, 10}

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A - B = \{2, 5\}$, $B - A = \{1, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$ 이므로 $A \cap B = \{4, 10\}$ 이다.
따라서 $A = (A - B) \cup (A \cap B) = \{2, 4, 5, 10\}$ 이다.

11. 집합 $A = \{0, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

집합 A 의 원소의 개수는 4 개이므로, $2^4 = 16$ (개)

12. 두 집합 $A = \{2, 5, a, 9\}$, $B = \{3, 7, b-2, b+2\}$ 에 대하여 $A - B = \{2, 8\}$ 일 때, $a - b$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

집합 A 에서 $a = 8$
 $A \cap B = \{5, 9\}$ 이므로
 (i) $b + 2 = 5$ 일 때, $b = 3$ 이므로
 $B = \{1, 3, 5, 7\}$ $A \cap B = \{5\}$ (×)
 (ii) $b - 2 = 5$ 일 때, $b = 7$ 이므로
 $B = \{3, 5, 7, 9\}$ $A \cap B = \{5, 9\}$ (○)
 $\therefore a - b = 8 - 7 = 1$

13. 공책 21 권, 지우개 38 개, 연필 56 자루를 되도록 많은 학생들에게 똑같이 나누어주려고 하였더니 공책은 3 권이 부족하고, 지우개는 2 개가 남고, 연필은 4 자루가 부족했다. 학생은 모두 몇 명인지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12 명

해설

학생 수는 $21 + 3 = 24$, $38 - 2 = 36$, $56 + 4 = 60$ 의 최대공약수이다.

$24 = 2^3 \times 3$, $36 = 2^2 \times 3^2$, $60 = 2^2 \times 3 \times 5$ 이므로
 최대공약수는 $2^2 \times 3 = 12$

따라서 12 명이다.

14. 두 수 $2^a \times 3 \times 5$, $2 \times 5^b \times 7^c$ 의 최소공배수를 구하면 $2 \times 3 \times 5^2 \times 7^2$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5

해설

$2^a = 2$ 이므로 $a = 1$
 $5^b = 5^2$ 이므로 $b = 2$
 $7^c = 7^2$ 이므로 $c = 2$ 따라서 $a + b + c = 5$

15. 48의 소인수를 이진법의 수로 나타낸 집합으로 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $\{1_{(2)}, 11_{(2)}, 111_{(2)}\}$

② $\{10_{(2)}, 11_{(2)}\}$

③ $\{1_{(2)}, 10_{(2)}, 100_{(2)}\}$

④ $\{101_{(2)}, 1100_{(2)}\}$

⑤ $\{11_{(2)}, 111_{(2)}, 1111_{(2)}, 11111_{(2)}\}$

해설

48 을 소인수분해하면 $2^4 \times 3$ 이므로 소인수는 2 와 3 이 된다. 2 와 3 을 이진법의 수로 고치면 $10_{(2)}$, $11_{(2)}$ 이다.

16. 두 수 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$, $2^a \times 3^b \times 7^4$ 의 최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 일 때, $a+b+c$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

최대공약수가 $2^2 \times 3^2 \times 7^2$ 이고
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 2 의 지수가 3 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 2 의 지수가 2 이어야 한다.
 같은 방식으로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 3 의 지수가 4 이므로
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 3 의 지수가 2 이어야 한다.
 또한,
 $2^a \times 3^b \times 7^4$ 에서 7 의 지수가 4 이므로
 $2^3 \times 3^4 \times 7^c$ 에서 7 의 지수가 2 이어야 한다.
 따라서 $a=2$, $b=2$, $c=2$ 이다.

17. 두 집합 A , B 에 대하여 다음 중 옳은 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $A \cap B \neq B \cap A$
 ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = A$
 ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = B$
 ④ $n(A \cap B \cap \emptyset) = 0$
 ⑤ $A \subset (A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

- ① $A \cap B = B \cap A$
 ② $A \subset B$ 이면 $A \cup B = B$
 ③ $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$
 ⑤ $(A \cap B) \subset A \subset (A \cup B)$

18. $\frac{n}{2}$ 이 어떤 자연수의 세제곱이고, $\frac{n}{3}$ 이 어떤 자연수의 제곱이 되는 자연수 n 중에서 가장 작은 것을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 432

해설

가장 작은 자연수 n 에서 $\frac{n}{2}$ 이 세제곱이므로 n 은 적어도 2 가 네 번 곱해져 있고, $\frac{n}{3}$ 이 제곱이므로 n 은 3 이 세 번 곱해져 있다.
 $\therefore n = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 = 432$

19. 밑변의 길이가 $1011_{(2)}\text{cm}$, 높이가 $110_{(2)}\text{cm}$ 인 삼각형의 넓이를 십진법으로 나타내어라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 33cm^2

해설

$$(\text{밑변}) = 1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 2 + 1 = 11(\text{cm})$$

$$(\text{높이}) = 110_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 4 + 2 = 6(\text{cm})$$

$$\therefore (\text{넓이}) = 11 \times 6 \div 2 = 33(\text{cm}^2)$$

20. 1부터 100까지의 자연수 중에서 3으로 나누면 2가 남고 8로 나누면 5가 남는 수들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 164

해설

5는 3으로 나눈 나머지가 2인 수이고, 3과 8의 최소공배수는 24이므로 구하려는 수는

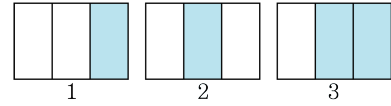
$24n + 5(n = 0, 1, 2, 3, \dots)$ 인 수이다.

$\therefore 5, 29, 53, 77$ 이므로 $5 + 29 + 53 + 77 = 164$

21. [그림 A]는 이진법의 원리를 이용하여 1, 2, 3, ...을 나타낸 바코드이다.

[그림 B]는 위와 같은 방법으로 바코드를 만든 것이다. 상품명과 제조월을 바르게 찾은 것은?

[그림A]



[그림B]



20 : 소시지 21 : 사탕 22 : 우유

23 : 초콜렛 24 : 아이스크림

[배점 5, 중상]

① 우유, 6월

② 아이스크림, 4월

③ 소시지, 6월

④ 사탕, 5월

⑤ 아이스크림, 6월

해설

$$\text{상품명: } 10110_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 22$$

$\therefore$ 우유

$$\text{제조월: } 110_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 6$$

$\therefore$ 6월

22. $A = \{2, 3, 4, 5, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$ 이다. $n(A \cap B \cap X) = 1$, $B \cup X = B$ 인 집합 X 는 모두 몇 개인가? [배점 5, 상하]

① 21개

② 22개

③ 23개

④ 24개

⑤ 25개

해설

$A \cap B = \{2, 4, 6\}$, $B \cup X = B$ 에서 $X \subset B$,
즉 집합 X 는 집합 B 의 부분집합 중 2, 4, 6 중
어느 하나만 원소로 갖는 집합이므로
2, 4, 6 중 2 만을 원소로 가질 때 $2^3 = 8$
4, 6 만을 원소로 가질 때에도 마찬가지로
집합 X 의 개수는 $8 \times 3 = 24$ (개)

23. 다음 수 중 어떤 자연수의 제곱이 되는 수는?

[배점 5, 상하]

- ① 27 ② 44
③ 2×3^2 ④ $2^2 \times 3 \times 5^2$
⑤ $2^4 \times 7^2$

해설

⑤ 지수가 모두 짝수이므로 자연수의 제곱이 되는
수이다.

24. 남자 98 명, 여자 84 명인 어떤 모임에서 조 대항 장기
자랑을 하려고 한다. 조별 인원수가 같고 각 조에 속한
남녀의 비가 같도록 조를 짤 때, 최대한 만들 수 있는
조를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 14 개

해설

짤 수 있는 조의 수를 x 라 할 때,
 $98 = x \times \square$, $84 = x \times \triangle$
 x 는 98 과 84 의 최대공약수
 $98 = 7^2 \times 2$, $84 = 2^2 \times 3 \times 7$
 $\therefore x = 2 \times 7 = 14$ (개)

25. 세 자연수 18 , 45 , x 의 최대공약수가 9 , 최소공배
수가 270 일 때, x 가 될 수 있는 수를 모두 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

▷ 정답 : 54

▷ 정답 : 135

▷ 정답 : 270

해설

270 의 약수는 1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 27, 30, 45,
54, 90, 135, 270 이다.
이 수 중 18, 45 과 최대공약수가 9 , 최소공배수가
270 을 만족하는 수를 찾으려면
 $x = 27, 54, 135, 270$