단원 종합 평가

1. $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{3}$ 일 때, 다음 식 $(x+y)(x-y)$ 의 값은?
[배점 2, 하중]

- ① 0 ② $\frac{1}{36}$ ③ $-\frac{1}{36}$
④ $\frac{5}{36}$ ⑤ $-\frac{5}{36}$

해설

$$x^2 - y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{5}{36}$$

2. $(2x - 3y)(3x + Ay) = 6x^2 + Bxy + 6y^2$ 일 때, $A - B$ 의 값은?
[배점 2, 하중]

- ① 12 ② 11 ③ -5
④ -9 ⑤ -15

해설

$$(2x - 3y)(3x + Ay) = 6x^2 + 2Axy - 9xy - 3Ay^2 = 6x^2 + Bxy + 6y^2$$

$$6x^2 + (2A - 9)xy - 3Ay^2 = 6x^2 + Bxy + 6y^2$$

양변을 비교하면

$$2A - 9 = B \dots \textcircled{1}, \quad -3A = 6 \dots \textcircled{2}$$

②에서 $A = -2$, ①에 대입하면

$$2 \times (-2) - 9 = -13 = B$$

$$\therefore A - B = -2 - (-13) = 11$$

3. 다음 중에서 식을 바르게 전개한 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $(-3x + 4y)(3x + 4y) = -9x^2 - 24xy + 16y^2$
② $(3x + 2)(4x - 1) = 12x^2 - 5x - 2$
③ $2(x - 4)^2 - (x - 2)(x + 3) = x^2 - 17x + 38$
④ $(x - 2y)(x + 3y) = x^2 + x - 6$
⑤ $(-x + 2y)^2 = -x^2 - 4xy + 4y^2$

해설

$$\textcircled{1} \quad (-3x + 4y)(3x + 4y) = -9x^2 + 16y^2$$

$$\textcircled{2} \quad (3x + 2)(4x - 1) = 12x^2 + 5x - 2$$

$$\textcircled{3} \quad 2(x^2 - 8x + 16) - (x^2 + x - 6) = x^2 - 17x + 38$$

$$\textcircled{4} \quad (x - 2y)(x + 3y) = x^2 + xy - 6y^2$$

$$\textcircled{5} \quad (-x + 2y)^2 = x^2 - 4xy + 4y^2$$

4. 다음 두 식이 완전제곱식일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$)
 $4x^2 + ax + 1, 9x^2 + 24x + b$ [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 20

해설

$$4x^2 + ax + 1 = (2x + 1)^2$$

$$a = 2 \times 2 \times 1, \quad a = 4$$

$$9x^2 + 24x + b = (3x + 4)^2$$

$$b = 4^2, \quad b = 16$$

$$\therefore a + b = 4 + 16 = 20$$

5. $(a+b-3)(a-b)$ 를 전개하면? [배점 3, 하상]

- ① $a^2 - b^2 - a + 3b$ ② $a^2 - b^2 - 3a + b$
 ③ $a^2 - b^2 + a + 3b$ ④ $a^2 - b^2 - 3a - 3b$
 ⑤ $a^2 - b^2 - 3a + 3b$

해설

$$\begin{aligned} (a+b-3)(a-b) \\ &= a^2 - ab + ab - b^2 - 3a + 3b \\ &= a^2 - b^2 - 3a + 3b \end{aligned}$$

6. $(x-a)(x-5)$ 의 일차항의 계수가 -8 일 때, $(x-a)(x-a-1)$ 의 상수항은 얼마인가?

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$$\begin{aligned} (x-a)(x-5) &= x^2 - 5x - ax + 5a \\ -5 - a &= -8, \quad a = 3 \\ (x-3)(x-3-1) &= (x-3)(x-4) \\ &= x^2 - 7x + 12 \\ \therefore \text{상수항} &: 12 \end{aligned}$$

7. 다음 중 $x^2(x-1)^2 - 8x(x-1) + 12$ 의 인수가 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① $x+1$ ② $x-1$ ③ $x+2$
 ④ $x-2$ ⑤ $x-3$

해설

$$\begin{aligned} x-1 &= A \text{로 치환하면} \\ A^2x^2 - 8Ax + 12 \\ &= (Ax-2)(Ax-6) \\ &= (x^2-x-2)(x^2-x-6) \\ &= (x+1)(x-2)(x+2)(x-3) \end{aligned}$$

8. 정사각형 모양의 땅의 넓이가 $16a^2 - 24a + 9$ 일 때, 한 변의 길이는? [배점 3, 하상]

- ① $3a+5$ ② $4a-3$ ③ $4a+3$
 ④ $3a-3$ ⑤ $2a+5$

해설

$$\begin{aligned} 16a^2 - 24a + 9 &= (4a-3)^2 \\ \text{따라서 한 변의 길이} & \text{는 } 4a-3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

9. 넓이가 $10x^2 + 17x + 3$ 인 직사각형의 세로의 길이가 $5x+1$ 일 때, 이 직사각형의 가로 길이를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① $2x+5$ ② $5x+3$ ③ $2x+3$
 ④ $5x-3$ ⑤ $2x-5$

해설

$$10x^2 + 17x + 3 = (5x + 1)(2x + 3)$$

10. $(3x + 2 - \sqrt{5})(3x + 2 + \sqrt{5})$ 를 전개한 식에서 x^2 의 계수와 상수의 합은? [배점 3, 중하]

- ① 6 ② 7 ③ 8 ④ 9 ⑤ 10

해설

$(3x + 2 - \sqrt{5})(3x + 2 + \sqrt{5})$ 의 전개식에서 x^2 항은 $9x^2$
상수항은 $2 \times 2 + 2 \times \sqrt{5} - \sqrt{5} \times 2 + (-\sqrt{5}) \times (\sqrt{5})$
 $= 4 - 5 = -1$
 $\therefore 9 + (-1) = 8$

11. $\frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2}$ 의 분모를 유리화하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $9 - 4\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} &= \frac{(\sqrt{5}-2)^2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)} \\ &= \frac{5-4\sqrt{5}+4}{5-4} \\ &= 9-4\sqrt{5} \end{aligned}$$

12. 무리수 $\sqrt{8}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $\frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4}$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 1 ② $\frac{\sqrt{8}}{8}$ ③ $\frac{\sqrt{8}}{4}$
④ 2 ⑤ $\frac{2+\sqrt{8}}{4}$

해설

$$\begin{aligned} 2 < \sqrt{8} < 3 \text{ 에서 } \sqrt{8} &= 2. \times \times \times \dots = 2 + y \\ \therefore \sqrt{8} \text{ 의 정수 부분 } x &= 2 \text{ 소수 부분} \\ y &= \sqrt{8} - 2 = 2\sqrt{2} - 2 \\ \frac{1}{x-y} + \frac{1}{x+y+4} &= \frac{1}{2 - (2\sqrt{2} - 2)} + \\ \frac{1}{2 + (2\sqrt{2} - 2) + 4} &= \frac{1}{4 - 2\sqrt{2}} + \frac{1}{4 + 2\sqrt{2}} \\ &= \frac{(4 + 2\sqrt{2}) + (4 - 2\sqrt{2})}{(4 - 2\sqrt{2})(4 + 2\sqrt{2})} = \frac{8}{4^2 - (2\sqrt{2})^2} = \\ \frac{8}{16 - 8} &= 1 \end{aligned}$$

13. 두 식 $x^2 - 4x + 3$ 과 $2x^2 - 3x - 9$ 의 공통인수는? [배점 3, 중하]

- ① $2x + 3$ ② $2x + 1$ ③ $x - 1$
④ $x - 5$ ⑤ $x - 3$

해설

$$\begin{aligned} x^2 - 4x + 3 &= (x - 3)(x - 1) \\ 2x^2 - 3x - 9 &= (2x + 3)(x - 3) \end{aligned}$$

14. $x = \sqrt{5} - 2$, $y = \sqrt{5} + 2$ 일 때, $x^2 - xy - 2y^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $-10 - 12\sqrt{5}$

해설

$$\begin{aligned} & x^2 - xy - 2y^2 \\ &= (x - 2y)(x + y) \\ &= (\sqrt{5} - 2 - 2\sqrt{5} - 4)(\sqrt{5} - 2 + \sqrt{5} + 2) \\ &= (-\sqrt{5} - 6)2\sqrt{5} \\ &= -10 - 12\sqrt{5} \end{aligned}$$

15. $x = 1 + \sqrt{2}$ 일 때, $x^2 - 2x + 8$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① 7 ② 8 ③ 9
④ $2\sqrt{2} + 3$ ⑤ $\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & x = 1 + \sqrt{2} \text{ 이므로} \\ & x^2 - 2x + 8 = (x^2 - 2x + 1) + 7 \\ & \quad = (x - 1)^2 + 7 \\ & \quad = \sqrt{2}^2 + 7 \\ & \quad = 9 \end{aligned}$$

16. $(2x - 3y)(x + ay)$ 를 전개하였을 때, xy 의 계수가 9 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 2x^2 + 2axy - 3xy - 3ay^2 \\ &= 2x^2 + (2a - 3)xy - 3ay^2 \\ 2a - 3 &= 9 \\ \therefore a &= 6 \end{aligned}$$

17. 한 변의 길이가 a cm 인 정사각형의 가로 길이를 5 cm 만큼 늘이고, 세로 길이를 3 cm 만큼 줄여서 새로운 직사각형을 만들었더니 그 넓이가 15 cm 만큼 커졌다고 한다. 이 때, a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 10 ② 15 ③ 20 ④ 25 ⑤ 32

해설

$$\begin{aligned} & \text{정사각형의 넓이: } a^2, \text{ 직사각형의 넓이: } (a+5)(a-3) \\ & \text{두 사각형의 넓이 차이: } 15 \\ & (a+5)(a-3) - a^2 = 15 \\ & a^2 + 2a - 15 - a^2 = 15 \\ & 2a = 30 \\ & \therefore a = 15 \end{aligned}$$

18. $x + y = 6, xy = 4, x > y$ 일 때, $\left(\frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}}\right)^2$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 5

해설

$$\begin{aligned} \frac{\sqrt{x} + \sqrt{y}}{\sqrt{x} - \sqrt{y}} &= \frac{(\sqrt{x} + \sqrt{y})^2}{(\sqrt{x} - \sqrt{y})(\sqrt{x} + \sqrt{y})} \\ &= \frac{x + y + 2\sqrt{xy}}{x - y} = \frac{x + y + 2\sqrt{xy}}{\sqrt{(x - y)^2}} \\ &= \frac{6 + 4}{\sqrt{20}} = \sqrt{5} \end{aligned}$$

19. $(2a - b + c)^2$ 을 전개했을 때, a^2, b^2, c^2 의 계수들의 합을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$$\begin{aligned} (2a - b + c)^2 &= 4a^2 + b^2 + c^2 - 4ab - 2bc + 4ac \\ \therefore a^2, b^2, c^2 \text{ 의 계수들의 합} &= 4 + 1 + 1 = 6 \end{aligned}$$

20. $\sqrt{7}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $(a+3)^2$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $8 + 2\sqrt{7}$

해설

$$\begin{aligned} a &= \sqrt{7} - 2 \\ (a + 3)^2 &= (\sqrt{7} - 2 + 3)^2 = (\sqrt{7} + 1)^2 \\ &= 7 + 2\sqrt{7} + 1 \\ &= 8 + 2\sqrt{7} \end{aligned}$$

21. $x = \frac{-1}{\sqrt{3} - 2}, y = \frac{-1}{\sqrt{3} + 2}$ 일 때, $\frac{x^2 - y^2}{xy}$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① $-8\sqrt{3}$ ② $-4\sqrt{3}$ ③ $2\sqrt{3}$
 ④ $1 + 2\sqrt{3}$ ⑤ $6\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{-1}{\sqrt{3} - 2} = \frac{-(\sqrt{3} + 2)}{(\sqrt{3} - 2)(\sqrt{3} + 2)} = \\ &= \frac{-(\sqrt{3} + 2)}{3 - 4} = \sqrt{3} + 2 \\ y &= \frac{-1}{\sqrt{3} + 2} = \frac{-(\sqrt{3} - 2)}{(\sqrt{3} + 2)(\sqrt{3} - 2)} = \\ &= \frac{-(\sqrt{3} - 2)}{3 - 4} = \sqrt{3} - 2 \end{aligned}$$

따라서 $x + y = 2\sqrt{3}, x - y = 4, xy = -1$ 이므로

$$\frac{x^2 - y^2}{xy} = \frac{(x + y)(x - y)}{xy} = \frac{2\sqrt{3} \times 4}{-1} = -8\sqrt{3}$$

22. $2 + \sqrt{3}$ 의 정수 부분을 x , 소수 부분을 y 라고 할 때, $\sqrt{x} + \frac{2}{y}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $2\sqrt{3} + 1$

해설

$$2 + \sqrt{3} = 3. \times \times \text{이므로 } x = 3, y = \sqrt{3} - 1$$

$$\begin{aligned} \sqrt{x} + \frac{2}{y} &= \sqrt{3} + \frac{2(\sqrt{3} + 1)}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} \\ &= \sqrt{3} + \sqrt{3} + 1 = 2\sqrt{3} + 1 \end{aligned}$$

23. 다음 중 $\frac{1 - \sqrt{2} + \sqrt{3}}{1 + \sqrt{2} - \sqrt{3}}$ 의 분모를 유리화한 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$
- ③ $\frac{-\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$
- ⑤ $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{3}$

- ② $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{2}$
- ④ $\frac{-\sqrt{2} - \sqrt{6}}{2}$

해설

$$\sqrt{2} - \sqrt{3} = A \text{ 라 하면}$$

$$\begin{aligned} &\frac{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})}{1 + (\sqrt{2} - \sqrt{3})} \\ &= \frac{1 - A}{1 + A} = \frac{(1 - A)^2}{(1 + A)(1 - A)} = \frac{A^2 - 2A + 1}{1 - A^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2} - \sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{2} - \sqrt{3}) + 1}{1 - (\sqrt{2} - \sqrt{3})^2} \\ &= \frac{(2 - 2\sqrt{6} + 3) - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3} + 1}{1 - (2 - 2\sqrt{6} + 3)} \\ &= \frac{6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2\sqrt{6} - 4} \\ &= \frac{(6 - 2\sqrt{6} - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3})(2\sqrt{6} + 4)}{(2\sqrt{6} - 4)(2\sqrt{6} + 4)} \\ &= \frac{12\sqrt{6} + 24 - 24 - 8\sqrt{6} - 4\sqrt{12} - 8\sqrt{2}}{24 - 16} + \\ &\quad \frac{4\sqrt{18} + 8\sqrt{3}}{24 - 16} \\ &= \frac{4\sqrt{6} + 4\sqrt{2}}{8} \\ &= \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{2} \end{aligned}$$

24. $x^2 - 2xy + y^2 + 2x - 2y - 3$ 을 인수분해하면?

[배점 5, 중상]

- ① $(x - y - 3)(x - y + 1)$
- ② $(x + 2y + 3)(x - y - 1)$
- ③ $(x - y + 3)(x - y - 1)$
- ④ $(x - 2y - 3)(x - y - 1)$
- ⑤ $(x - y + 3)(x - 2y + 1)$