

실력 확인 문제

1. $\sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = a\sqrt{2} + b\sqrt{6}$ 일 때, ab 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: -28

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{2}(2\sqrt{3}-6) - \frac{2-4\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}(2-4\sqrt{3})}{\sqrt{2}\sqrt{2}} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \frac{2\sqrt{2}-4\sqrt{6}}{2} \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - (\sqrt{2}-2\sqrt{6}) \\ &= 2\sqrt{6} - 6\sqrt{2} - \sqrt{2} + 2\sqrt{6} \\ &= -7\sqrt{2} + 4\sqrt{6} \\ &a = -7, b = 4 \\ &\therefore ab = -28 \end{aligned}$$

2. 보기는 두 실수 A, B 의 대소 관계를 비교하는 과정을 나타낸 것이다. 다음 과정 중 가장 먼저 틀린 것은?

$$\begin{aligned} & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ & \textcircled{1} A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ & A^2 - B^2 \\ &= \textcircled{2} (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ &= \textcircled{3} (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ &= \textcircled{4} -2\sqrt{209} - 2\sqrt{221} < 0 \\ &\textcircled{5} \therefore A < B \end{aligned}$$

[배점 2, 하하]

▶ 답:

▷ 정답: ㉔

해설

$$\begin{aligned} & A = \sqrt{19} - \sqrt{11}, B = \sqrt{17} - \sqrt{13} \\ & A, B \text{ 는 양수이므로 } a^2 > b^2 \text{ 이면 } a > b \text{ 이다.} \\ & A^2 - B^2 \\ &= (\sqrt{19} - \sqrt{11})^2 - (\sqrt{17} - \sqrt{13})^2 \\ &= (19 - 2\sqrt{209} + 11) - (17 - 2\sqrt{221} + 13) \\ &= -2\sqrt{209} + 2\sqrt{221} > 0 \\ &\therefore A > B \end{aligned}$$

3. $A = 5\sqrt{3} + 10\sqrt{3}, B = -3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$ 일 때, $A+B$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하하]

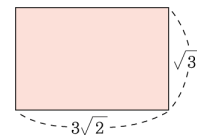
▶ 답:

▷ 정답: $10\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} A+B &= 5\sqrt{3} + 10\sqrt{3} + (-3\sqrt{3} - 2\sqrt{3}) \\ &= 15\sqrt{3} - 5\sqrt{3} \\ &= 10\sqrt{3} \end{aligned}$$

4. 다음 그림과 같은 직사각형의 넓이를 $\sqrt{a}$ 의 꼴로 나타냈을 때, a 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 54

해설

직사각형의 넓이는 (가로)×(세로)이므로 $3\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{6} = \sqrt{54}$ 이다. 따라서 a 의 값은 54 이다.

5. $5\sqrt{2} - \sqrt{75} - \frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{12} = a\sqrt{2} + b\sqrt{3}$ 일 때, 유리수 a, b 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = 4$

▶ 정답 : $b = -3$

해설

$$\begin{aligned} 5\sqrt{2} - \sqrt{75} - \frac{2}{\sqrt{2}} + \sqrt{12} \\ = 5\sqrt{2} - 5\sqrt{3} - \sqrt{2} + 2\sqrt{3} \\ = 4\sqrt{2} - 3\sqrt{3} \end{aligned}$$

이다. 따라서 $a = 4, b = -3$ 이다.

6. 다음 중 그 값이 나머지 넷과 다른 하나는? [배점 2, 하중]

- ① $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$ ② $\frac{\sqrt{12} + \sqrt{4}}{\sqrt{4}}$
 ③ $\frac{\sqrt{15} + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$ ④ $1 + \sqrt{3}$
 ⑤ $\frac{\sqrt{7} + \sqrt{14}}{\sqrt{7}}$

해설

①, ②, ③, ④ $1 + \sqrt{3}$, ⑤ $1 + \sqrt{2}$

7. 다음 표는 제곱근표의 일부분이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
2.6	1,612	1,616	1,619	1,622
2.7	1,643	1,646	1,649	1,652
2.8	1,673	1,676	1,679	1,682
2.9	1,703	1,706	1,709	1,712

[배점 3, 하상]

- ① $\sqrt{2.60}$ ② $\sqrt{2.72}$
 ③ $\sqrt{2.91}$ ④ $\sqrt{2.61} - \sqrt{2.94}$
 ⑤ $\sqrt{2.83} + \sqrt{2.70}$

해설

④ 주어진 근삿값의 표로는 $\sqrt{2.94}$ 를 구할 수 없다.

8. $\frac{12\sqrt{a}}{\sqrt{12}}$ 의 분모를 유리화하였더니 $2\sqrt{6}$ 가 되었다. 이 때, 자연수 $\frac{1}{\sqrt{a}}$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{4}$ ② $\frac{\sqrt{2}}{3}$ ③ $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 ④ $\sqrt{2}$ ⑤ $2\sqrt{2}$

해설

$$\frac{12\sqrt{a}}{\sqrt{12}} = \frac{12\sqrt{a}}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{12\sqrt{3a}}{6} = 2\sqrt{3a} = 2\sqrt{6}$$

$3a = 6$ 이므로 $a = 2$

$$\therefore \frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

9. $\frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{2}}$ 의 분모를 유리화 하였더니 $2\sqrt{6}$ 이 되었다. 이 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\frac{4\sqrt{a}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{a}\sqrt{2}}{\sqrt{2}\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{2a}}{2} = 2\sqrt{2a} = 2\sqrt{6}$$

따라서 $2a = 6$ 이므로 $a = 3$ 이다.

10. $\sqrt{38-n}$ 이 정수가 되도록 하는 자연수 n 의 개수를 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7개

해설

$$38 - n = 36 \Rightarrow n = 2$$

$$38 - n = 25 \Rightarrow n = 13$$

$$38 - n = 16 \Rightarrow n = 22$$

$$38 - n = 9 \Rightarrow n = 29$$

$$38 - n = 4 \Rightarrow n = 34$$

$$38 - n = 1 \Rightarrow n = 37$$

$$38 - n = 0 \Rightarrow n = 38$$

따라서 $n = 7$ 개이다.

11. $4\sqrt{5} + 3\sqrt{20} - \sqrt{45} = A\sqrt{5}$ 일 때, A 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① 10 ② 9 ③ 8 ④ 7 ⑤ 6

해설

$$4\sqrt{5} + 6\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 7\sqrt{5} = A\sqrt{5}$$

$$\therefore A = 7$$

12. 다음 보기 중 두 수의 대소 관계가 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $\sqrt{11} - 2 > -2 + \sqrt{10}$
 ㉡ $\sqrt{20} - 4 > 1$
 ㉢ $\sqrt{15} - \sqrt{17} > -\sqrt{17} + 4$
 ㉣ $2 - \sqrt{3} < \sqrt{5} - \sqrt{3}$
 ㉤ $-\sqrt{7} - \sqrt{2} > -\sqrt{7} - 1$
 ㉥ $\frac{1}{2} - \sqrt{5} < -\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

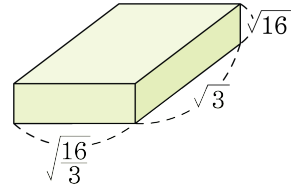
▶ 정답: ㉣

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } & \sqrt{20} - 4 - 1 = \sqrt{20} - 5 = \sqrt{20} - \sqrt{25} < 0 \\ \therefore & \sqrt{20} - 4 < 1 \\ \text{㉢ } & \sqrt{15} - \sqrt{17} - (-\sqrt{17} + 4) = \sqrt{15} - 4 \\ & = \sqrt{15} - \sqrt{16} < 0 \\ \therefore & \sqrt{15} - \sqrt{17} < -\sqrt{17} + 4 \\ \text{㉤ } & -\sqrt{7} - \sqrt{2} - (-\sqrt{7} - 1) = -\sqrt{2} + 1 \\ & = -\sqrt{2} + 1 < 0 \\ \therefore & -\sqrt{7} - \sqrt{2} < -\sqrt{7} - 1 \\ \text{㉥ } & \frac{1}{2} - \sqrt{5} - \left(-\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{2}}{4} \\ & = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} > 0 \\ \therefore & \frac{1}{2} - \sqrt{5} > -\sqrt{5} + \frac{\sqrt{2}}{4} \end{aligned}$$

13. 다음 그림과 같은 직육면체의 부피는?

[배점 3, 중하]



- ① 12 ② 14
 ③ 16 ④ 18
 ⑤ 20

해설

$$\sqrt{\frac{16}{3}} \times \sqrt{3} \times \sqrt{16} = 16$$

14. 다음 제곱근표를 이용하여 $\sqrt{0.0313}$ 의 값을 구하여라.

수	0	1	2	3	4	5	...
3.0	1.732	1.735	1.736	1.741	1.744	1.746	...
3.1	1.761	1.764	1.766	1.769	1.772	1.775	...
3.2	1.789	1.792	1.794	1.797	1.800	1.803	...
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	...

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 0.1769

해설

$$\sqrt{0.0313} = \sqrt{\frac{3.13}{100}} = \frac{\sqrt{3.13}}{10} \approx \frac{1.769}{10} = 0.1769$$

15. $a < 0$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

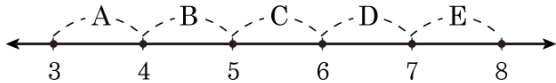
- ① $-\sqrt{(-a)^2} = -a$ ② $-\sqrt{-a^2} = -a$
 ③ $-\sqrt{a^2} = -a$ ④ $\sqrt{(-a)^2} = -a$
 ⑤ $\sqrt{a^2} = a$

해설

$a < 0$ 인 경우, $\sqrt{a^2} = -a$ 이다.

- ① $-\sqrt{(-a)^2} = -\sqrt{a^2} = -(-a) = a$
 ② 음수의 제곱근은 존재하지 않는다.
 ③ a
 ⑤ $-a$

16. 다음 수직선에서 $2\sqrt{5}$ 와 $3\sqrt{5}$ 가 위치하는 구간을 바르게 짝지은 것은?



[배점 3, 중하]

- ① A, B ② A, D ③ B, D
 ④ D, A ⑤ D, B

해설

$2\sqrt{5} = \sqrt{20}$, $4 < \sqrt{20} < 5$ 이므로 B 구간
 $3\sqrt{5} = \sqrt{45}$, $6 < \sqrt{45} < 7$ 이므로 D 구간

17. $\sqrt{x}$ 이하의 자연수의 개수를 $N(x)$ 라고 하면 $2 < \sqrt{5} < 3$ 이므로 $N(5) = 2$ 이다.

이 때, $N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 43

해설

$\sqrt{9} = 3$, $\sqrt{16} = 4$ 이므로

$N(8) = 2$

$N(9), N(10), \dots, N(15) = 3$

$N(16), N(17), \dots, N(20) = 4$

$\therefore N(8) + N(9) + \dots + N(19) + N(20) = 2 + 3 \times 7 + 4 \times 5 = 43$

18. 정수 x 에 대하여 집합 $A = \{x | 0 \leq x \leq 5\}$, $B = \{x | 0 \leq \sqrt{x} < 2\}$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라 [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$

$A - B = \{4, 5\}$ 이므로 $n(A - B) = 2$

19. 실수 전체의 집합에서 연산 $\star$ 를 $x \star y = (x + y)\sqrt{3} + xy\sqrt{2}$ 로 정의할 때, 등식 $(5 \star 2) + (10 \star 1) = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$ 일 때, $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① 18 ② 20 ③ 38 ④ 56 ⑤ 58

해설

$(5 \star 2) = 7\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$ 이고, $(10 \star 1) = 11\sqrt{3} + 10\sqrt{2}$
 이므로
 $(5 \star 2) + (10 \star 1) = 18\sqrt{3} + 20\sqrt{2} = a\sqrt{3} + b\sqrt{2}$
 $\therefore a + b = 18 + 20 = 38$

20. $A = \sqrt{81} + \sqrt{(-7)^2} \div \sqrt{\frac{49}{16}} - (-\sqrt{6})^2$ 일 때, A^2 의 값은? [배점 4, 중중]

① 1 ② $\frac{6}{7}$ ③ 7 ④ $\frac{36}{49}$ ⑤ 49

해설

$A = 9 + 7 \div \frac{7}{4} - 6 = 9 + 4 - 6 = 7$
 $\therefore A^2 = 49$