

실력 확인 문제

1. 두 집합 $A = \{\text{한국}, \text{브라질}, \text{독일}, \text{터키}\}$, $B = \{\text{이탈리아}, \text{프랑스}, \text{독일}, \text{포르투갈}\}$ 에 대해 $A \cap B$ 는?
[배점 2, 하하]

- ① {한국}
- ② {브라질}
- ③ {독일}
- ④ {한국, 독일}
- ⑤ {독일, 터키, 포르투갈}

해설

$$A \cap B = \{\text{독일}\}$$

2. $n(D) = n$ 일 때 집합 D 의 부분집합의 개수로 옳은 것은?
[배점 2, 하하]

- ① n
- ② $2 \times n$
- ③ $n \times (n + 1)$
- ④ $2 + 2 + 2 + 2 + 2 \cdots + 2$ (2를 n 번 더한다)
- ⑤ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \cdots \times 2$ (2를 n 번 곱한다)

해설

어떤 집합의 부분집합의 개수는 2를 그 집합의 원소의 개수만큼 곱한 수이다. 따라서 원소의 개수가 n 개인 집합의 부분집합의 개수는 2를 n 번 곱한 수이다.

3. 두 집합 $A = \{1, 3, 4\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 2, 하하]

- ① $3 \in A$
- ② $1 \notin B$
- ③ $\emptyset \in B$
- ④ $\{1\} \in A$
- ⑤ $\{1, 2, 3, 6\} \subset B$

해설

- ② 1은 B 에 속하므로 $1 \in B$ 이다.
- ③ $\emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이므로 $\emptyset \subset B$ 이다.
- ④ $\{1\} \in A$ 에서 집합과 집합의 관계에서는 $\subset$ 를 써야 한다.

4. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 두 자리의 홀수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 100 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 포함관계를 기호를 써서 나타내어라.
[배점 2, 하중]

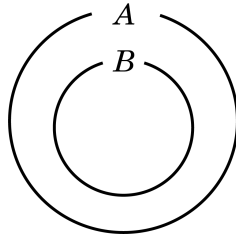
▶ 답:

▷ 정답: $A \subset B$

해설

$A = \{11, 13, 15, \dots, 99\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, \dots, 100\}$ 이므로 $A \subset B$ 이다.

5. 집합 B 가 $\{1, 3, 7\}$ 일 때, 다음 중 아래 벤 다이어그램을 만족하는 집합 A 가 될 수 있는 것은?



[배점 2, 하중]

- ① $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 7 \text{의 약수}\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 소수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 10 \text{이하의 홀수}\}$

해설

- ① $\{3, 6, 9, 12, \dots\}$
- ② $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- ③ $\{1, 7\}$
- ④ $\{2, 3, 5, 7\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

6. 다음 중 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\{3, 6, 9, 12, \dots\} = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$
- ㉡ $\{1, 2, 3, 4, 5\} = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다 작은 자연수}\}$
- ㉢ $\{\text{도, 레, 미, 파, 솔, 라, 시}\} = \{x \mid x \text{는 계이름}\}$
- ㉣ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$
- ㉤ $\{\text{고구려, 백제, 신라}\} = \{x \mid x \text{는 현재 우리나라 수도의 명칭}\}$
- ㉥ $\{\text{빨강, 주황, 노랑, 초록, 파랑, 남색, 보라}\} = \{x \mid x \text{는 무지개의 색깔}\}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉥

해설

- ㉠ $\{1, 2, 3, 4\} = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{보다작은자연수}\}$
- ㉡ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의약수}\}$
- ㉤ $\{\text{고구려, 백제, 신라}\} = \{x \mid x \text{는 우리나라 삼국시대 삼국의명칭}\}$

7. 다음은 지성이가 부분집합의 갯수를 구하기 위하여 자신이 생각한 방법을 친구에게 설명한 것이다.

공집합의 부분집합의 갯수는 1개야. 원소가 한 개인 집합의 부분집합의 갯수는 원소가 없는 집합 1개와 원소가 1개인 집합 1개로 모두 2개야. 원소가 두 개인 집합의 부분집합의 갯수는 원소가 없는 집합 1개, 원소가 1개인 집합 2개, 원소가 2개인 집합 1개로 모두 4개야. 이와 같은 방법으로 원소가 3개인 집합의 부분집합의 갯수도 쉽게 구할수 있어. 이상을 정리하여 각 단계를 수로 나타내면 다음과 같음을 알수 있어.

원소가 없는 집합(공집합)	1	...	1개
원소가 1개인 집합	1	1	... 2개
원소가 2개인 집합	1	2	1 ... 4개
원소가 3개인 집합	1	3	3 1 ... 8개

같은 방법으로 집합 {가, 나, 다}의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

- ① {가, 나, 다}의 부분집합을 원소의 갯수에 따라 구한다.
 원소가 0개 : $\emptyset$
 원소가 1개 : {가}, {나}, {다}
 원소가 2개 : {가, 나}, {나, 다}, {다, 가}
 원소가 3개 : {가, 나, 다}
 따라서 부분집합의 갯수는 8개이다.
 ② 원소의 갯수만큼 2를 곱한다.
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

8. 다음과 같은 방법으로 집합 {1, 2, 3}의 부분집합의 갯수를 구하여라.

집합 A가 유한집합이면 A의 부분집합의 갯수는 다음과 같이 구할 수 있다. 예를 들어 $A = \{a, b, c\}$ 이고, $B \subset A$ 이면 부분집합 B에는 집합 A의 원소 a가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다. 같은 방법으로 집합 A의 원소 b가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우와 c가 들어 있거나 들어 있지 않은 두 가지 경우가 있다.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

- ① {1, 2, 3}의 부분집합을 원소의 갯수에 따라 구한다.
 원소가 0개 : $\emptyset$
 원소가 1개 : {1}, {2}, {3}
 원소가 2개 : {1, 2}, {1, 3}, {2, 3}
 원소가 3개 : {1, 2, 3}
 따라서 부분집합의 갯수는 8개이다.
 ② 원소의 갯수만큼 2를 곱한다.
 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ (개)

9. 집합 $A = \{k \mid k \leq 12, k \text{는 } 3 \text{의 배수}\}$ 를 원소나열법으로 나타내면? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{3, 6\}$
 ② $A = \{3, 6, 9\}$
 ③ $A = \{3, 6, 9, 12\}$
 ④ $A = \{3, 6, 9, 10, 12\}$
 ⑤ $A = \{3, 6, 9, 10, 11\}$

해설

집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 이다.

10. 다음 중 무한집합인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $\{a, b\}$
 ② $\emptyset$
 ③ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{인 자연수}\}$
 ④ $\{x \mid x \text{는 } x \times 0 = 0 \text{인 자연수}\}$
 ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

해설

- ③ $\{1, 2\}$: 유한집합
 ④ $\{1, 2, 3, \dots\}$: 무한집합
 ⑤ $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$: 유한집합

11. 두 집합 $A = \{a - 1, 6, 7\}$, $B = \{a, 4, 6\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{4, 6\}$ 일 때, a 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$4 \in A$ 이므로 $a - 1 = 4$
 $\therefore a = 5$

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 14, n(B) = 19, n(A \cup B) = 21$ 일 때, $n(B^c) - n(A - B)$ 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 15 ⑤ 19

해설

$n(B^c) = n(U) - n(B) = 40 - 19 = 21$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$,
 $21 = 14 + 19 - n(A \cap B)$ 이므로
 $n(A \cap B) = 12$ 이다. $n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 14 - 12 = 2$ 이므로
 $n(B^c) - n(A - B) = 21 - 2 = 19$ 이다.

13. 두 집합

$$A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$$

에 대하여 $A \subset B$ 이고 $A \neq B$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 가장 작은 자연수는?

[배점 3, 중하]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

A 는 B 의 진부분집합이므로 4의 배수 중 4를 제외한 가장 작은 자연수는 8이다.

14. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A) = 8$, $n(A \cap B) = 3$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A - B)$ 와 $n(B - A)$ 를 각각 구한 것으로 옳은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $n(A - B) : 4$, $n(B - A) : 4$
 ② $n(A - B) : 4$, $n(B - A) : 5$
 ③ $n(A - B) : 5$, $n(B - A) : 4$
 ④ $n(A - B) : 5$, $n(B - A) : 5$
 ⑤ $n(A - B) : 8$, $n(B - A) : 7$

해설

$$n(A - B) = n(A) - n(A \cap B) = 8 - 3 = 5$$

$$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$$

$$12 = 5 + 3 + n(B - A) \quad \therefore n(B - A) = 4$$

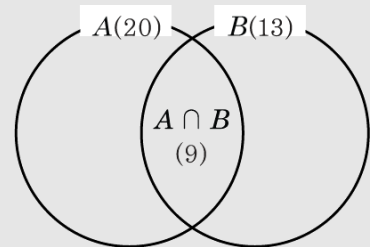
15. 우리 반에서 여름방학 중 바다로 여행을 간 학생이 20명, 산으로 여행을 간 학생이 13명이고 두 곳 모두 여행을 간 학생이 9명이었다. 이때 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15명

해설

바다로 여행을 간 학생의 집합을 A , 산으로 여행을 간 학생의 집합을 B 라고 할 때, 주어진 조건을 벤 다이어그램에 그리면 다음과 같다.



두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 $n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$ 이다.

$$n(A - (A \cap B)) + n(B - (A \cap B))$$

$$= (20 - 9) + (13 - 9) = 11 + 4 = 15$$

따라서 두 곳 중 한 곳으로만 여행을 간 학생 수는 15명이다.