

단원 종합 평가

1. 이차함수 $y = (x - 1)^2 + 4$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 y 축의 방향으로 a 만큼 평행이동시킨 그래프의 y 절편이 $3a$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\begin{aligned} y &= (x - 1 + 3)^2 + 4 + a \\ &= (x + 2)^2 + 4 + a \\ &= x^2 + 4x + 8 + a \end{aligned}$$

y 절편이 $8 + a = 3a$ 이므로
 $2a = 8$ 이다.
 따라서 $a = 4$ 이다.

2. 다음 중 y 가 x 에 관한 이차함수인 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① 반지름의 길이가 x 인 원의 넓이 y
 ② 가로 길이가 $x + 2$, 세로 길이가 $x + 3$ 인 직사각형의 넓이 y
 ③ 한 변의 길이가 x 인 정사각형의 둘레의 길이 y
 ④ 한 모서리의 길이가 x 인 정육면체의 부피 y
 ⑤ 밑변의 길이가 y , 높이 2 인 삼각형의 넓이 x

해설

- ① $y = x^2\pi$ 이므로 이차함수이다.
 ② $y = (x + 2)(x + 3)$ 이므로 이차함수이다.
 ③ $y = 4x$ 이므로 이차함수가 아니다.
 ④ $y = x^3$ 이므로 이차함수가 아니다.
 ⑤ $x = y$ 이므로 이차함수가 아니다.

3. $y = k(k + 1)x^2 + 3x - 1$ 이 x 에 관한 이차함수일 때, 다음 중 상수 k 의 값이 될 수 없는 것을 모두 고르면?

[배점 2, 하중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 의 형태에서 $a \neq 0$ 이어야 하므로 $k(k + 1) \neq 0$ 이어야 한다. 따라서 $k \neq 0$, $k \neq -1$ 이다.

4. 이차함수 $y = x^2 + ax + 5$ 의 축의 방정식이 $x = 3$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$\begin{aligned} y &= x^2 + ax + 5 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{a^2}{4} + 5, \\ \text{축이 } x &= 3 \text{ 이므로 } -\frac{a}{2} = 3, \\ \therefore a &= -6 \end{aligned}$$

5. 다음 이차함수의 그래프 중 모든 사분면을 지나는 것은?
[배점 2, 하중]

- ① $y = 2(x+1)^2 - 1$
 ② $y = -(x-2)^2 + 1$
 ③ $y = -x^2 - 4$
 ④ $y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 5$
 ⑤ $y = 3(x-1)^2$

해설

④ 꼭짓점의 좌표 (2, 5), y 절편 3, 위로 볼록이므로 모든 사분면을 지난다.

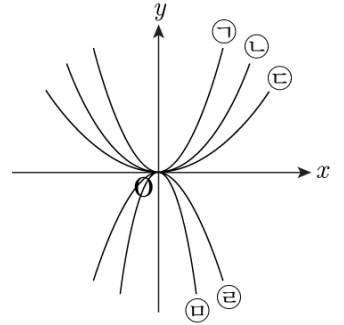
6. $y = -3(x-2)^2 + 3$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -5만큼, y 축의 방향으로 -2만큼 평행이동시킨 식의 x^2 의 계수는?
[배점 3, 하상]

- ① 3 ② -3 ③ 6
 ④ -6 ⑤ -18

해설

그래프를 평행이동했을 때 이차항의 계수는 변하지 않는다.

7. 다음 그림은 이차함수 $y = ax^2$ 의 그래프이다. 이 중 a 의 값이 가장 큰 것은?
[배점 3, 하상]



- ① ① ② ②
 ③ ③ ④ ④
 ⑤ ⑤

해설

$a > 0$ 이고 y 축에 가까울수록 값이 크다.

8. 이차함수 $y = 5x^2$ 의 그래프는 점 (2, a)를 지나고, 이차함수 $y = bx^2$ 과 x 축에 대하여 대칭이다. 이 때, $a + b$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 0 ② 5 ③ 10 ④ 15 ⑤ 20

해설

- (1) $y = 5x^2$ 이 (2, a)를 지나므로,
 $a = 5 \times 2^2 = 20$
 (2) $y = 5x^2$ 과 x 축에 대칭인 그래프는
 $y = -5x^2$ 이므로, $b = -5$
 $\therefore a + b = 20 - 5 = 15$

9. 이차함수 $f(x) = 2x^2 - 3x + 1$ 에 대하여 $f(0) - f(1)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$f(0) = 2 \times 0^2 - 3 \times 0 + 1 = 1$$

$$f(1) = 2 \times 1^2 - 3 \times 1 + 1 = 0$$

$$\therefore 1 - 0 = 1$$

10. 이차함수 $y = x^2 + 2x + k$ 의 최솟값이 5 일 때, k 의 값은? [배점 3, 하상]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$$y = (x + 1)^2 + k - 1$$

$$\text{최솟값 } k - 1 = 5$$

$$\therefore k = 6$$

11. x 가 정수일 때, $y = 2x^2 - 3x + 6$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

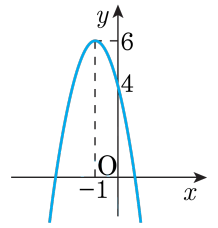
▷ 정답 : 5

해설

$$y = 2x^2 - 3x + 6 = 2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 + \frac{39}{8}$$

x 가 정수이므로 $x = 1$ 일 때, 최솟값 5 를 갖는다.

12. 다음 그림과 같이 꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이고, 점 $(0, 4)$ 를 지나는 이차함수는 $y = ax^2 + bx + c$ 이다. $a + b + c$ 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

꼭짓점의 좌표가 $(-1, 6)$ 이므로

$$y = a(x + 1)^2 + 6$$

점 $(0, 4)$ 를 지나므로

$$4 = a(0 + 1)^2 + 6$$

$$\therefore a = -2$$

$$y = -2(x + 1)^2 + 6$$

$$= -2x^2 - 4x + 4$$

$$\therefore a = -2, b = -4, c = 4$$

$$\therefore a + b + c = (-2) + (-4) + 4 = -2$$

13. 이차함수 $y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동한 그래프의 식이 $y = ax^2 + bx + c$ 일 때, $a + b + c$ 의 값은? [배점 3, 중하]

- ① -16 ② -32 ③ -8
 ④ -4 ⑤ 4

해설

$y = -2x^2$ 의 그래프를 x 축의 방향으로 -3 만큼 평행이동하면
 $y = -2(x+3)^2 = -2x^2 - 12x - 18$
 $\therefore a = -2, b = -12, c = -18$
 $\therefore a + b + c = -32$

14. 이차함수 $y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 얼마만큼 평행이동한 것인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$y = 5x^2 + 2$ 의 그래프는 $y = 5x^2 - 2$ 의 그래프를 y 축의 방향으로 $2 - (-2) = 4$ 만큼 평행이동한 것이다.

15. 다음 중 최댓값을 갖지 않는 것은? [배점 3, 중하]

- ① $y = -4x^2 + 1$
 ② $y = -2(x-1)^2 + 10$
 ③ $y = x^2 + 3x + 1$
 ④ $y = -2x^2 + 3x + 1$
 ⑤ $y = -(x+1)^2$

해설

이차항의 계수가 음수일 때 최댓값을 갖는다.

16. 이차함수 $y = -x^2 + 2ax + 5$ 는 $x = 2$ 일 때, 최댓값 b 를 갖는다. $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

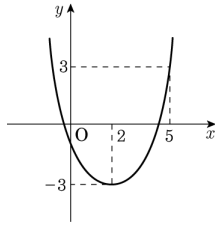
▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$y = -x^2 + 2ax + 5$
 $= -(x-a)^2 + a^2 + 5$
 $x = a$ 일 때, 최댓값 $a^2 + 5$ 를 가지므로 $a = 2$
 $a^2 + 5 = b, b = 9$
 $\therefore a + b = 11$

17. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프이다. apq 의 값을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -4

해설

꼭짓점 좌표가 $(2, -3)$ 이므로 $y = a(x-2)^2 - 3$
 $y = a(x-2)^2 - 3$ 의 그래프가 점 $(5, 3)$ 을 지나므로

$$3 = 9a - 3 \quad \therefore a = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}(x-2)^2 - 3$$

$$\therefore a = \frac{2}{3}, p = 2, q = -3$$

$$\therefore apq = \frac{2}{3} \times 2 \times (-3) = -4$$

18. 주어진 이차함수 중 축의 방정식이 같지 않은 식은?

[배점 4, 중중]

① $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4$

② $y = -2(x+3)^2 + 4$

③ $y = \frac{1}{4}x^2 - 5$

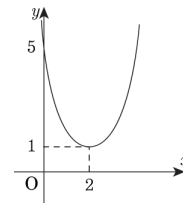
④ $y = x^2 + 4$

⑤ $y = -3x^2$

해설

①, ③, ④, ⑤의 축은 모두 y 축, $x = 0$ 이고, ②의 축은 $x = -3$ 이다.

19. 다음 그림은 이차함수 $y = a(x-p)^2 + q$ 의 그래프이다. 이 포물선에 대한 설명 중 옳은 것은?



[배점 4, 중중]

① 포물선의 꼭짓점의 좌표는 $(1, 2)$ 이다.

② $y = (x-2)^2 + 1$ 의 그래프이다.

③ 축의 방정식은 $x = 1$ 이다.

④ $x < 2$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값도 증가한다.

⑤ 치역은 $\{y|y \leq 1\}$ 이다.

해설

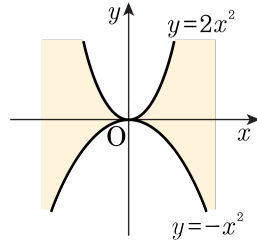
① 포물선의 꼭짓점의 좌표는 $(2, 1)$

③ 축의 방정식은 $x = 2$ 이다.

④ $x < 2$ 이면 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.

⑤ 치역은 $\{y|y \geq 1\}$

20. 다음 그림은 두 이차함수 $y = 2x^2$ 과 $y = -x^2$ 의 그래프이다. 다음 이차함수의 그래프 중 이 두 그래프 사이의 색칠된 부분에 있지 않은 것을 고르면?



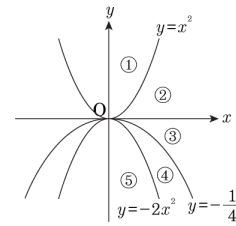
[배점 4, 중중]

- ① $y = \frac{3}{2}x^2$ ② $y = -\frac{3}{2}x^2$
 ③ $y = \frac{1}{2}x^2$ ④ $y = -\frac{1}{2}x^2$
 ⑤ $y = x^2$

해설

$a > 0$ 일 때, a 의 절댓값이 2 보다 작은 그래프
 $a < 0$ 일 때, a 의 절댓값이 1 보다 작은 그래프
 두 조건에 의해서 만족하지 않는 그래프는 ②이다.

21. $y = -\frac{2}{3}x^2$ 의 그래프를 다음 좌표평면에 그리려고 한다. 다음 중 이 그래프가 위치하는 구역은?



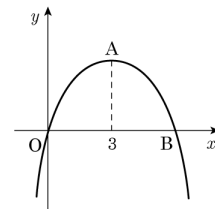
[배점 4, 중중]

- ① $y = x^2$ 의 내부
 ② $y = x^2$ 의 외부와 x 축 위부분의 공통부분
 ③ $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 외부와 x 축 아랫부분의 공통부분
 ④ $y = -\frac{1}{4}x^2$ 의 내부와 $y = -2x^2$ 의 외부의 공통부분
 ⑤ $y = -2x^2$ 의 내부

해설

$$-2 < -\frac{2}{3} < -\frac{1}{4}$$

22. 다음 그림은 $y = -x^2 + bx + c$ 의 그래프이다. $b - c$ 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

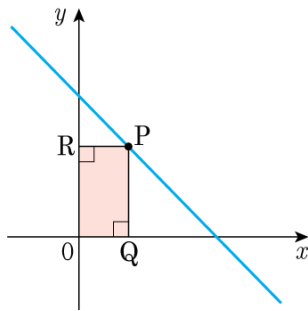
해설

대칭축이 $x = 3$ 이므로 점 B 의 좌표는 (6, 0) 이다.

$y = -(x - 3)^2 + q$ 에서 점 (6, 0) 을 지나므로
 $0 = -(6 - 3)^2 + q$, $q = 9$ 이다.

$y = -(x - 3)^2 + 9 = -x^2 + 6x$
 $b = 6$, $c = 0 \therefore b - c = 6$

23. 직선 $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ 위를 움직이는 한 점 P 가 있다. 점 P 에서 x 축, y 축 위에 내린 수선의 발을 각각 Q, R 라고 할 때, 직사각형 OQPR 의 넓이의 최댓값을 구하여라. (단, 점 P 는 제 1 사분면 위에 있다.)



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{3}{2}$

해설

직선의 방정식은 $y = -\frac{3}{2}x + 3$ 이므로

점 P 의 좌표를 (a, b) 로 놓으면 $b = -\frac{3}{2}a + 3$

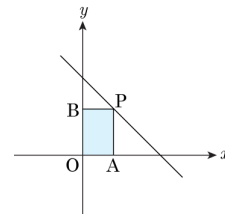
$$\begin{aligned} \square \text{OQPR} &= ab = a \left(-\frac{3}{2}a + 3 \right) \\ &= -\frac{3}{2}a^2 + 3a \\ &= -\frac{3}{2}(a - 1)^2 + \frac{3}{2} \end{aligned}$$

한편, 점 P 는 제 1 사분면 위의 점이므로

$$a > 0, b = -\frac{3}{2}a + 3 > 0 \therefore 0 < a < 2$$

따라서 $\square \text{OQPR}$ 의 넓이는 $a = 1$ 일 때, 최댓값 $\frac{3}{2}$ 을 갖는다.

24. 다음 그림과 같이 일차함수 $y = -x + 4$ 의 그래프 위의 한 점 P 에서 x 축, y 축에 내린 수선의 발을 각각 A, B 라 할 때, 직사각형 OAPB 의 넓이의 최댓값을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

A의 좌표를 $(t, 0)$ 이라고 하면 P의 좌표는 $(t, -t+4)$ 이고 B의 좌표는 $(0, -t+4)$
 $\therefore \square OAPB = t \times (-t+4) = -t^2 + 4t = -(t-2)^2 + 4$
 $t=2$ 일 때, 넓이의 최댓값 4

25. 초속 50m 로 지상에서 곧바로 위로 던진 돌의 x 초 후의 높이를 y m 라고 하면 x 와 y 사이에는 $y = 40x - 5x^2$ 의 관계식이 성립한다. 돌이 최고의 높이에 도달하는 것은 몇 초 후인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4 초

해설

$y = 40x - 5x^2$
 $y = -5(x-4)^2 + 80$
 $x=4$ 일 때, 최댓값 80 을 갖는다.