

문제 풀이 과제

1. $8a^2b^2 \times 2a^2b \div (-2a^2b)^3 \times 3a^4b^2$ 을 간단히 하면?

[배점 2, 하중]

- ① $-3a^2b^2$ ② $3a^2b^2$ ③ $-6a^2b^2$
 ④ $6a^2b^2$ ⑤ $-8a^2b^2$

해설

$$8a^2b^2 \times 2a^2b \div (-2a^2b)^3 \times 3a^4b^2 = 8a^2b^2 \times 2a^2b \times \left(-\frac{1}{8a^6b^3}\right) \times 3a^4b^2 = -6a^2b^2$$

2. 다음 중 안에 들어갈 수가 나머지 넷과 다른 하나를 골라라. (단, $a \neq 0$)

- ㉠ $a^3 \times a = a^\square$
 ㉡ $a^{12} \div a^8 = a^\square$
 ㉢ $(a^2)^3 \div a^{10} = \frac{1}{a^\square}$
 ㉣ $9^3 \times 3^\square = 3^8$
 ㉤ $(2a^\square)^3 = 8a^{12}$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉣

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } a^3 \times a &= a^{3+1} = a^4 \\ \therefore \square &= 4 \\ \text{㉡ } a^{12} \div a^8 &= a^{12-8} = a^4 \\ \therefore \square &= 4 \\ \text{㉢ } (a^2)^3 \div a^{10} &= a^6 \div a^{10} = \frac{1}{a^4} \\ \therefore \square &= 4 \\ \text{㉣ } 9^3 \times 3^\square &= (3^2)^3 \times 3^\square = 3^8 \\ \therefore \square &= 2 \\ \text{㉤ } (2a^\square)^3 &= 2^3 \times a^{4 \times 3} = 8a^{12} \\ \therefore \square &= 4 \end{aligned}$$

3. 다음 중 x 의 값이 다른 것은? [배점 2, 하중]

- ① $(ab)^x \times ab = a^3b^3$
 ② $(a^xb)^2 \times \frac{a^2}{b^5} = \frac{a^6}{b^3}$
 ③ $(-2a)^2 \times (xb)^3 = 32a^2b^3$
 ④ $\left(\frac{a}{x}\right)^2 \times (a^2b)^3 = \frac{a^8b^3}{16}$
 ⑤ $\left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{a}\right)^2 \times a^xb = \frac{a^6b}{16}$

해설

$$\textcircled{1} (ab)^x \times ab = a^3b^3,$$

$$a^{x+1}b^{x+1} = a^3b^3, x+1=3 \therefore x=2$$

$$\textcircled{2} (a^xb)^2 \times \frac{a^2}{b^5} = \frac{a^6}{b^3},$$

$$\frac{a^{2x+2}}{b^{5-2}} = \frac{a^6}{b^3}$$

$$2x+2=6 \therefore x=2$$

$$\textcircled{3} (-2a)^2 \times (xb)^3 = 32a^2b^3, 4a^2x^3b^3 = 32a^2b^3, x^3=8 \therefore x=2$$

$$\textcircled{4} \left(\frac{a}{x}\right)^2 \times (a^2b)^3 = \frac{a^8b^3}{16}, \frac{a^2}{x^2} \times a^6b^3 = \frac{a^8b^3}{16}, x^2=16 \therefore x=\pm 4$$

$$\textcircled{5} \left(\frac{a}{4}\right)^2 \div \left(\frac{1}{a}\right)^2 \times a^xb = \frac{a^2}{16} \times a^2 \times a^xb = \frac{a^{4+x}b}{16} = \frac{a^6b}{16}, x+4=6 \therefore x=2$$

4. 다음 식에서 안에 알맞은 식을 모두 찾으려면?

$$\text{□} \div (-6a^2b^2) \times (2ab^2)^3 = -12a^5b^6$$

[배점 2, 하중]

$$\textcircled{1} -3a^2b \quad \textcircled{2} (-3a^2b)^2 \quad \textcircled{3} 9a^4b^2$$

$$\textcircled{4} -9a^4b^2 \quad \textcircled{5} 6a^4b^2$$

해설

$$\text{□} \div (-6a^2b^2) \times (2ab^2)^3 = -12a^5b^6$$

$$\text{□} = -12a^5b^6 \times (-6a^2b^2) \div (2ab^2)^3$$

$$= -12a^5b^6 \times (-6a^2b^2) \times \frac{1}{8a^3b^6}$$

$$= 9a^4b^2 = (3a^2b)^2 = (-3a^2b)^2$$

5. $(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$ 일 때, $x+y$ 의 값은?

[배점 2, 하중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 **④ 5** ⑤ 6

해설

$$(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$$

$$a^{6-y}b^{3x-3} = a^5b^9$$

$$6-y=5 \therefore y=1$$

$$3x-3=9 \therefore x=4$$

$$\therefore x+y=5$$

6. 다음 식을 보고 $A+B+C-D$ 의 값을 구하여라. (단, A, B, C, D 는 양수)

$$\left(-\frac{x^Ay^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12}y^{20}}{16z^8}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\left(-\frac{x^Ay^B}{Cz^2}\right)^D = \frac{x^{12}y^{20}}{16z^8}$$

$$(z^2)^D = z^8 \therefore D=4$$

$$(x^A)^4 = x^{12} \therefore A=3$$

$$(y^B)^4 = y^{20} \therefore B=5$$

$$(-C)^4 = 16 \therefore C=2$$

$$\therefore A+B+C+D=3+5+2-4=6$$

7. 다음 중 알맞은 수를 찾아 $A + B + C$ 를 구하여라.

- ㉠ $a^A \div a^3 = \frac{1}{a}$
 ㉡ $(x^B)^3 \div (x^2)^5 = \frac{1}{x^4}$
 ㉢ $(y^3)^C \times y \times y^5 = y^{18}$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 8

해설

$$\begin{aligned} \text{㉠ } a^A \div a^3 &= \frac{1}{a^{3-A}} = \frac{1}{a} \\ 3 - A &= 1 \quad \therefore A = 2 \\ \text{㉡ } (x^B)^3 \div (x^2)^5 &= \frac{1}{x^{2 \times 5 - B \times 3}} = \frac{1}{x^4} \\ 2 \times 5 - B \times 3 &= 4 \quad \therefore B = 2 \\ \text{㉢ } (y^3)^C \times y \times y^5 &= y^{3 \times C + 1 + 5} \\ &= y^{3 \times C + 6} = y^{18} \\ 3 \times C + 6 &= 18 \quad \therefore C = 4 \\ \therefore A + B + C &= 2 + 2 + 4 = 8 \end{aligned}$$

8. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $a^2 \times a^3 \times a^5 = a^{30}$ ② $a^3 \times 3a^4 = 3a^7$
 ③ $a^{10} \div a^2 \times a = a^6$ ④ $(2a)^3 = 6a^3$
 ⑤ $(3a)^2 \times a^5 = 9a^{10}$

해설

- ① $a^2 \times a^3 \times a^5 = a^{10}$
 ③ $a^{10} \div a^2 \times a = a^9$
 ④ $(2a)^3 = 8a^3$
 ⑤ $(3a)^2 \times a^5 = 9a^7$

9. $16^5 = (2^x)^5 = 2^y$ 일 때, $y - x$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: 16

해설

$16^5 = (2^4)^5 = 2^{20}$ 이므로 $x = 4$, $y = 20$ 이다.
 따라서 $y - x = 20 - 4 = 16$ 이다.

10. $3^2 = A$, $2^3 = B$ 라 할 때, 18^3 을 A , B 를 이용하여 나타내면?

[배점 3, 하상]

- ① AB^3 ② A^3B ③ A^2B^3
 ④ A^2B ⑤ A^3B^2

해설

$18^3 = (2 \times 3^2)^3 = 2^3 \times (3^2)^3 = B \times A^3$ 이다.

11. $a = 2^{x-1}$ 일 때, 8^x 를 a 에 관한 식으로 나타내면?
[배점 3, 하상]

- ① $8a^2$ ② $8a^3$ ③ $8a^4$
④ $6a^2$ ⑤ $6a^3$

해설

$a = 2^{x-1} = 2^x \div 2$ 이므로 $2^x = 2a$ 이다.
 $8^x = (2^x)^3$ 이므로 $8^x = (2a)^3 = 8a^3$ 이다.

12. $ax^2y^3 \times (-xy)^b = -5x^cy^6$ 일 때, 자연수 a, b, c 에 대하여 각각의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① $a = 1, b = 2, c = 3$
② $a = 3, b = 4, c = 3$
③ $a = 5, b = 2, c = 3$
④ $a = 5, b = 3, c = 5$
⑤ $a = 4, b = 5, c = 3$

해설

$ax^2y^3 \times (-xy)^b$
 $= a \times (-1)^b \times x^2 \times x^b \times y^3 \times y^b$
 $= -5x^cy^6$
 $a \times (-1)^b = -5, 2 + b = c, 3 + b = 6$ 이므로
 $\therefore a = 5, b = 3, c = 5$

13. $(-ab^x)^3 \div ab^2 = -a^yb^7$ 일 때, $x - y$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$(-a^3b^{3x}) \times \frac{1}{ab^2} = -a^2b^{3x-2} = -a^yb^7$,
 $x = 3, y = 2$
 $\therefore x - y = 1$

14. 세 수의 곱이 모두 2^{24} 이 되도록 하는 서로 다른 2^x (단, x 는 자연수) 의 형태의 수를 찾으려 한다. 학생들의 대화 중 틀린 말을 한 사람을 골라라.

재석 : 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네.

유석 : 그럼 $a = 3, b = 5, c = 16$ 으로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$ 하나가 나오겠네.

동성 : $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2 \times 3 \times 4} = 2^{24}$ 도 되겠구나.

성일 : 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a+b+c = 24$ 인 a, b, c 를 찾으면 돼.

수근 : 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a = 7, b = 8, c = 9$ 인 경우도 되는 거구나.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 동성

해설

재석 : 그럼 식을 $2^a \times 2^b \times 2^c = 2^{24}$ 의 형태로 만들면 되겠네. (○)

유석 : 그럼 $a = 3, b = 5, c = 16$ 로 놓으면 $2^3 \times 2^5 \times 2^{16} = 2^{24}$ 하나가 나오겠네. (○)

동성 : $2^2 \times 2^3 \times 2^4 = 2^{2+3+4} = 2^9$ (×)

성일 : 문제는 $2^{a+b+c} = 2^{24}$ 이니까 $a+b+c = 24$ 인 a, b, c 를 찾으면 돼. (○)

수근 : 그럼 많이 나올 수 있겠네. 그 중 $a = 7, b = 8, c = 9$ 인 경우도 되는 거구나. (○)

15. 다음 중 계산 결과가 나머지와 같지 않은 것을 골라라.

- ㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2)$ ㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3$
 ㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3$ ㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2)$
 ㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

㉠ $a^{12} \div (a^3 \div a^2) = a^{12} \div a = a^{11}$

㉡ $(a^4)^3 \div a^2 \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉢ $\frac{a^{12}}{a^2} \div a^3 = a^{12-2-3} = a^7$

㉣ $a^{12} \div (a^7 \div a^2) = a^{12} \div a^{7-2} = a^{12-5} = a^7$

㉤ $(a^3)^3 \div a^3 \times a = a^{9-3+1} = a^7$

16. $(-2x^2y)^a \times \left(-\frac{y^2}{2x}\right)^b = -2x^4y^7$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

우변 x^4y^7 항의 계수가 -2 이므로 $a > b$ 이고, a, b 중 하나만 홀수 y^7 이므로

$a = 3, b = 2$

$\therefore a+b = 5$

17. $2^{12} \times 3^2 \times 5^{10}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12자리 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 3^2 \times 5^{10} &= 2^{10} \times 2^2 \times 3^2 \times 5^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (2 \times 5)^{10} \\ &= 2^2 \times 3^2 \times (10)^{10} \\ &= 36 \times (10)^{10} \end{aligned}$$

18. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

㉠ $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2y^3)^2 = xy^{12}$

㉡ $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2 = 4x^4y^4$

㉢ $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = y^6$

㉣ $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = ab^9$

㉤ $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = 6$

해설

㉠ $\left(\frac{y^2}{x}\right)^3 \times (x^2y^3)^2 = \frac{y^6}{x^3} \times x^4y^6 = xy^{12}$

㉡ $12x^5 \div (-3xy^2) \times (-y^3)^2$
 $= 12x^5 \times \left(\frac{1}{-3xy^2}\right) \times y^6 = -4x^4y^4$

㉢ $\frac{x^4}{y} \times (y^3)^2 \div \left(\frac{x^2}{y}\right)^2 = \frac{x^4}{y} \times y^6 \times \frac{y^2}{x^4} = y^7$

㉣ $\left(\frac{b}{a}\right)^3 \times (ab^3)^2 \times a^2 = \frac{b^3}{a^3} \times a^2b^6 \times a^2 = ab^9$

㉤ $\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{2^2}{3}\right)^2 = \left(\frac{3^3}{2^3}\right) \times \left(\frac{2^4}{3^2}\right) = 3 \times 2 = 6$

19. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 고르면?

㉠ $x^{12} \div x^8 \div x^4 = 0$

㉡ $(2x^2y^3)^2 = 4x^4y^6$

㉢ $\left(-\frac{3x^2}{y^3}\right)^2 = \frac{9x^4}{y^6}$

㉤ $x^3 \times x = x^{12}$

[배점 4, 중중]

㉠ ㉠, ㉡

㉡ ㉠, ㉢

㉢ ㉠, ㉤

㉣ ㉡, ㉤

㉤ ㉢, ㉤

해설

㉠ $x^{12-8-4} = x^0 = 1$

㉢ $x^3 \times x = x^4$

이므로 옳은 것은 ㉠, ㉢이 답이다.

20. $\left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 \div ax^by^c \div \left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right) = x^3y^4$ 에서 $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$\left(-\frac{1}{2}x^2y^3\right)^3 \div ax^by^c \div \left(-\frac{1}{8}x^2y^3\right)$
 $= \left(-\frac{1}{2^3}x^6y^9\right) \times \frac{1}{ax^by^c} \times \left(-\frac{8}{x^2y^3}\right) = x^3y^4$
 $a = 1, b = 1, c = 2$
 $\therefore a + b + c = 4$

21. $\left(\frac{xy^b}{x^ay^3}\right)^3 = \frac{y^9}{x^3}$ 에서 $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

$$\left(\frac{xy^b}{x^ay^3}\right)^3 = \frac{x^3y^{3b}}{x^{3a}y^9} = \frac{y^9}{x^3}$$

$$3a = 6 \quad \therefore a = 2$$

$$3b = 18 \quad \therefore b = 6$$

$$\therefore a + b = 8$$

22. $2^{10} = A$, $3^{10} = B$ 라고 할 때, $36^{10} \times 3^{20}$ 을 A , B 로 나타내면? [배점 4, 중중]

- ① A^2B^4 ② $2AB^4$ ③ $4AB^2$
 ④ $6A^2B^4$ ⑤ $8A^2B^2$

해설

$$(6^2)^{10} \times 3^{20} = (2 \times 3)^{20} \times 3^{20} = 2^{20} \times 3^{40} \\ = (2^{10})^2 \times (3^{10})^4 = A^2B^4$$

23. 자연수 n 이 홀수일 때, 다음 식의 값을 구하여라.
 $(-1)^n - (-1)^{n+1} - (-1)^{n+2} + (-1)^{2n} - (-1)^{2n+1}$ [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

n : 홀수, $n+1$: 짝수, $n+2$: 홀수

$2n$: 짝수, $2n+1$: 홀수이므로

$$(-1) - (+1) - (-1) + (+1) - (-1) = 1$$

24. $2 \times 2^{\square} \times 2^3 = 64$ 일 때, $\square$ 안의 수는?

[배점 5, 중상]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$2^{\square} \times 2^4 = 64 = 2^6$$

$$\square + 4 = 6 \quad \therefore \square = 2$$

25. 다음 $\square$ 안에 들어갈 알맞은 수를 구하여라.

$$3^{19} = 27^{\square+1} \div 9$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 6

해설

지수끼리의 비교를 위하여 밑을 3으로 맞추어 주면 $3^{19} = 3^{3(\square+1)} \div 3^2$ 이 되므로 지수만을 가지고 계산하면, $19 = 3(\square + 1) - 2$ 이므로 $19 = 3\square + 1$, $\square = 6$ 이다.

26. $(a^xb^yc^z)^n = a^{21}b^{35}c^{14}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $x+y+z$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 10

해설

$$\begin{array}{r} 7 \overline{) 21 \quad 35 \quad 14} \\ \underline{3 \quad 5 \quad 2} \end{array}$$

$$n = 7, x = 3, y = 5, z = 2$$

$$\therefore x + y + z = 3 + 5 + 2 = 10$$

27. $4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} = 16 \times 100^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} (\text{좌변}) &= 4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} \\ &= (2^2)^{x+2} \times 2^{6-2x} \times 5^{2+2x-2} \\ &= 2^{2x+4+6-2x} \times 5^{2x} \\ &= 2^{10} \times 5^{2x} \end{aligned}$$

$$(\text{우변}) = 16 \times 100^x = 2^4 \times (2^2 \times 5^2)^x = 2^{4+2x} \times 5^{2x}$$

따라서 $4 + 2x = 10$ 이므로 $x = 3$ 이다.

28. $G(x) = a^{2x}b^x$ 이라 할 때, $G(x) \times G(2x) \times G(3x) = G(Ax)$ 의 A 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$G(2x) = a^{2 \times 2x} \times b^{2x} = (a^{2x}b^x)^2 = \{G(x)\}^2 \text{ 이고}$$

$$G(3x) = a^{2 \times 3x} \times b^{3x} = (a^{2x}b^x)^3 = \{G(x)\}^3 \text{ 이므로}$$

$$G(nx) = \{G(x)\}^n \text{ 이다.}$$

$$G(x) \times G(2x) \times G(3x) = G(x) \times \{G(x)\}^2 \times \{G(x)\}^3 = \{G(x)\}^6 = G(6x) = G(Ax)$$

$$\therefore A = 6$$

29. $1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 16$ 이 4^n 으로 나누어 떨어지는 자연수 n 의 최댓값을 구하여라. [배점 6, 상상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned} 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 16 &= 1 \times 4^{\frac{1}{2}} \times 3 \times 4 \times 5 \times (4^{\frac{1}{2}} \times 3) \times 7 \times 4^{\frac{3}{2}} \times 9 \times (4^{\frac{1}{2}} \times 5) \times 11 \times (4 \times 3) \times 13 \times (4^{\frac{1}{2}} \times 7) \times 15 \times 4^2 \\ &\rightarrow 4 \text{ 의 인수를 모두 곱하면, } 4^{\frac{1}{2}} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{3}{2} + \frac{1}{2} + 1 + \frac{1}{2} + 2 = 4^{\frac{7}{2}} \text{ 이다.} \\ \therefore 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times \cdots \times 16 \text{ 이 } 4^n \text{ 으로 나누어 떨어지는 자연수 } n \text{ 의 최댓값은 } 3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$