stress test

1. 다음 칠판에 적힌 문제 $(-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2$ 을 두 친구가 풀었다. 다음 중 옳게 풀이한 학생은 누구인지 찾아라.

가영

$$\begin{aligned} & (-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2 \\ &= -2^2x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= -4x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= -4 \times x^{2 \times 2 \times 2} \times y^{3 \times 2} \\ &= -4 \times x^8 \times y^6 \\ &= -4x^8y^6 \end{aligned}$$

미진

$$\begin{aligned} & (-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2 \\ &= (-2)^2x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= 4x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= 4 \times x^{2+2-2} \times y^{3-2} \\ &= 4 \times x^2 \times y^1 \\ &= 4x^2y \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 미진

해설

가영의 부분에서 맨 위 부분인

$(-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2 = -2^2x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2$ 부분이 틀렸다. $(-2x)^2 = (-2)^2x^2 = 4x^2$ 으로 계산해야 한다.

$-4x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 = -4 \times x^{2 \times 2 \times 2} \times y^{3 \times 2}$ 부분에서도 부분계산이 틀렸다.

$$\begin{aligned} & -4x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= -4 \times x^{2+2-2} \times y^{3-2} \end{aligned}$$

$$= -4x^2y$$

로 계산해야 한다.

2. 다음 식을 간단히 하여라.

$$-[x + 3y - \{2x - (x + 5y)\} + 2y]$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $-10y$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= -\{x + 3y - (2x - x - 5y) + 2y\} \\ &= -(x + 3y - 2x + x + 5y + 2y) \\ &= -10y \end{aligned}$$

3. 다음 안에 들어갈 알맞은 식을 구하여라.

$$x - 6y - \text{□} = -2(2x - y)$$

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $5x - 8y$

해설

$$\begin{aligned} \square &= x - 6y + 2(2x - y) \\ &= x - 6y + 4x - 2y = 5x - 8y \end{aligned}$$

4. $(x+a)^2 = x^2 + bx + 9$ 일 때, $a-b$ 의 값을 구하여라.
(단, $a > 0$) [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: -3

해설

$$\begin{aligned} a^2 &= 9 \quad \therefore a = 3 \\ (x+3)^2 &= x^2 + 6x + 9 \quad \therefore b = 6 \\ \text{따라서 } a-b &= 3 - 6 = -3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

5. $\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^c y^b}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?
[배점 3, 하상]

- ① 15 ② 17 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 &= \frac{8z^{18}}{x^c y^b} \text{ 에서 좌변을 정리하면} \\ \frac{2^3(z^b)^3}{(x^5)^3(y^a)^3} &= \frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}} \text{ 이므로 } \frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}} = \frac{8z^{18}}{x^c y^b} \text{ 의} \\ &\text{지수를 비교한다.} \\ 3b &= 18 \text{ 이므로 } b = 6, c = 15 \text{ 이고} \\ b &= 3a \text{ 에서 } 6 = 3a, a = 2 \text{ 이다.} \\ \therefore a+b+c &= 2+6+15 = 23 \end{aligned}$$

6. $-4ab \times \square = 12a^3b^2$ 일 때, $\square$ 안에 알맞은 식을 고르면? [배점 3, 하상]

- ① $-3a^2b$ ② $-3ab^2$ ③ $-a^2b$
④ a^2b ⑤ $3a^2b$

해설

$$\square = \frac{12a^3b^2}{-4ab} = -3a^2b$$

7. $(x^5)^4 \div (x^3)^4 \div (x^2)^2$ 을 간단히 하면?
[배점 3, 하상]

- ① x^3 ② x^4 ③ x^5 ④ x^6 ⑤ x^7

해설

$$x^{20} \div x^{12} \div x^4 = x^{20-12-4} = x^4$$

8. $(x+3)(x-2) + (x-3)(x+5)$ 를 간단히 하면?
[배점 3, 하상]

- ① $x^2 + 3x - 21$ ② $x^2 + 6x - 15$
 ③ $2x^2 + 3x - 15$ ④ $2x^2 + 3x - 21$
 ⑤ $2x^2 + 6x - 6$

해설

$$\begin{aligned} & (x+3)(x-2) + (x-3)(x+5) \\ &= x^2 + x - 6 + x^2 + 2x - 15 \\ &= 2x^2 + 3x - 21 \end{aligned}$$

9. $(2x-5)^2 + a = 4x^2 + bx + 21$ 일 때, $a+b$ 의 값은?
(단, a, b 는 상수이다.) [배점 3, 하상]

- ① -24 ② -11 ③ 3
 ④ 8 ⑤ 19

해설

$$\begin{aligned} & (2x)^2 - 2 \times 2x \times 5 + 5^2 + a = 4x^2 - 20x + 25 + a \\ & \text{이므로} \\ & 25 + a = 21 \\ & a = -4, b = -20 \\ & \therefore a + b = -24 \end{aligned}$$

10. 다음 중 계산 결과가 옳지 않은 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $(-2xy^2) \times (3x)^2 \div (6y)^2 = -\frac{x^3}{2}$
 ② $14a^2 \div (-2b^2)^2 \times (2ab^2)^2 = 14a^4$
 ③ $\left(\frac{2}{3}a^2\right)^2 \times (3b^2)^2 \div (4ab^2)^2 = \frac{a^2}{4}$
 ④ $(10a)^2 \times (-ab^2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2 = 25a^2$
 ⑤ $(-4x^2y) \div \left(-\frac{2}{3}y^2\right) \times (2xy^2)^3 = 48x^5y^5$

해설

- ① $(-2xy^2) \times 9x^2 \times \frac{1}{36y^2} = -\frac{x^3}{2}$
 ② $14a^2 \div 4b^4 \times 4a^2b^4 = 14a^4$
 ③ $\frac{4}{9}a^4 \times 9b^4 \times \frac{1}{16a^2b^4} = \frac{a^2}{4}$
 ④ $(10a)^2 \times (-ab^2)^2 \div \left(-\frac{1}{3}ab^2\right)^2$
 $= 100a^2 \times a^2b^4 \div \frac{1}{9}a^2b^4 = 900a^2$
 ⑤ $(-4x^2y) \times \left(-\frac{3}{2y^2}\right) \times 8x^3y^6 = 48x^5y^5$

11. $(x^a y^b z^c)^n = x^{28} y^{42} z^{70}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $a+2b-c$ 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$$2) \begin{array}{r} 28 \ 42 \ 70 \\ \hline 2 \ 3 \ 5 \end{array}$$

$$7) \begin{array}{r} 14 \ 21 \ 35 \\ \hline 2 \ 3 \ 5 \end{array}$$

$$2 \ 3 \ 5$$

28, 42, 70의 최대공약수가 14 이므로 $n = 14$ 이다.

$$x^{28}y^{42}z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5$$

$$\therefore a + 2b - c = 2 + 6 - 5 = 3$$

12. $2^{12} \times 5^{13}$ 은 몇 자리의 수인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 13 자리의 수

해설

$$\begin{aligned} 2^{12} \times 5^{13} &= 2^{12} \times 5^{12} \times 5 = (2 \times 5)^{12} \times 5 \\ &= 10^{12} \times 5 \end{aligned}$$

13. 다음 조건을 만족할 때, 상수 A, B, C, D, E 의 값이 아닌 것은?

$$\textcircled{1} 4(x^2 - 3x) - (3x^2 - 6x + 7) = Ax^2 + Bx - 7$$

$$\textcircled{2} \frac{2x^2 - 3x + 1}{Cx^2 + Dx + E} - \frac{x^2 - 2x + 3}{3} = \frac{2}{6}$$

[배점 3, 중하]

① $A = 1$ ② $B = -6$ ③ $C = 4$

④ $D = -5$ ⑤ $E = 3$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} 4(x^2 - 3x) - (3x^2 - 6x + 7) &= 4x^2 - 12x - 3x^2 + 6x - 7 \\ &= x^2 - 6x - 7 \end{aligned}$$

즉, $Ax^2 + Bx - 7 = x^2 - 6x - 7$ 이다.

따라서 $A = 1, B = -6$ 이다.

$$\begin{aligned} \textcircled{2} \frac{2x^2 - 3x + 1}{2} - \frac{x^2 - 2x + 3}{3} &= \frac{3(2x^2 - 3x + 1)}{6} - \frac{2(x^2 - 2x + 3)}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3}{6} - \frac{2x^2 - 4x + 6}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3 - (2x^2 - 4x + 6)}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3 - 2x^2 + 4x - 6}{6} \\ &= \frac{4x^2 - 5x - 3}{6} \end{aligned}$$

즉, $\frac{Cx^2 + Dx + E}{6} = \frac{4x^2 - 5x - 3}{6}$ 이다.

따라서 $C = 4, D = -5, E = -3$ 이다.

14. $(4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy$ 를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned} & (4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy \\ &= (4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{xy}{2} \\ &= (4xy - x^3y - 3xy^2) \times \frac{2}{xy} \\ &= 8 - 2x^2 - 6y \end{aligned}$$

x^2 의 계수 -2 , y 의 계수 -6 , 상수항 8 이들의 합을 구하면 $-2 - 6 + 8 = 0$ 이다.

15. 다음 식을 간단히 하여라.

$$2a - [a - \{3b - (5a - b)\} + b] \quad [\text{배점 3, 중하}]$$

▶ 답:

▷ 정답: $-4a + 3b$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= 2a - \{a - (3b - 5a + b) + b\} \\ &= 2a - (a - 3b + 5a - b + b) \\ &= 2a - (6a - 3b) \\ &= -4a + 3b \end{aligned}$$

16. $\frac{3}{4}xy \left(-\frac{5}{3}x + \frac{1}{6}y - \frac{1}{3}\right)$ 을 간단히 하였을 때, 각 항의 계수의 합을 a 라 하자. 이때, $|8a|$ 의 값은?

[배점 3, 중하]

- ① $\frac{15}{8}$ ② $\frac{11}{8}$ ③ 11 ④ 15 ⑤ $\frac{1}{8}$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{5}{3}x\right) + \frac{3}{4}xy \times \frac{1}{6}y + \frac{3}{4}xy \times \left(-\frac{1}{3}\right) = \\ & -\frac{5}{4}x^2y + \frac{1}{8}xy^2 - \frac{1}{4}xy \end{aligned}$$

따라서 $a = \left(-\frac{5}{4}\right) + \frac{1}{8} + \left(-\frac{1}{4}\right) = -\frac{11}{8}$ 이므로 $|8a| = 11$ 이다.

17. 높이가 $6a$ cm인 원뿔의 부피가 $32\pi a^3$ cm³ 일 때, 밑면의 반지름의 길이는?

[배점 4, 중중]

- ① a cm ② $2a$ cm ③ $3a$ cm
④ $4a$ cm ⑤ $5a$ cm

해설

$$\begin{aligned} (\text{원뿔의 부피}) &= \frac{1}{3} \times (\text{밑면의 넓이}) \times (\text{높이}) \text{ 이므로 밑면의 반지름의 길이를 } r \text{ cm, 밑면의 넓이를 } x \text{ cm}^2 \text{ 라고 하면 } x = \pi r^2 \\ 32\pi a^3 &= \frac{1}{3} \times x \times 6a \\ x &= 32\pi a^3 \times \frac{1}{2a} = 16a^2\pi \\ 16a^2\pi &= \pi r^2 \\ \therefore r &= 4a \end{aligned}$$

18. $27^{x-2} = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-6}$ 일 때, x 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$(3^3)^{x-2} = 3^{-x+6}$$

$$\text{지수 : } 3x - 6 = -x + 6, 4x = 12, x = 3$$

19. $3^x \div 3^2 = 81, 3^5 + 3^5 + 3^5 = 3^y$ 일 때, $x - y$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

$$3^{x-2} = 3^4$$

$$\therefore x = 6$$

$$3 \times 3^5 = 3^6 = 3^y$$

$$\therefore y = 6$$

$$x = 6, y = 6$$

$$\therefore x - y = 0$$

20. 다음 중 $\left(-a + \frac{1}{2}b\right)^2$ 과 전개식이 같은 것은?

[배점 4, 중중]

① $-\left(a - \frac{1}{2}b\right)^2$

② $-\left(a + \frac{1}{2}b\right)^2$

③ $\left(-a - \frac{1}{2}b\right)^2$

④ $\left(a - \frac{1}{2}b\right)^2$

⑤ $\left(a + \frac{1}{2}b\right)^2$

해설

$$\left(-a + \frac{1}{2}b\right)^2 = \left\{-\left(a - \frac{1}{2}b\right)\right\}^2 = \left(a - \frac{1}{2}b\right)^2$$

21. $(x - 2)(x + k) = x^2 + ax + b$ 일 때, $2a + b$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① 2

② -4

③ -6

④ 8

⑤ 10

해설

$$(x-2)(x+k) = x^2 + (-2+k)x - 2k = x^2 + ax + b$$

$$a = k - 2, b = -2k$$

$$\therefore 2a + b = 2(k-2) + (-2k) = 2k - 4 - 2k = -4$$

22. n 이 짝수일 때, $(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$ 이다. 이 때, $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$$(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$$

$$-2^6 = -2^{n-6} \times (-2)^m$$

$$2^6 = 2^{n-6} \times (-2)^m$$

좌변이 양수이므로 우변도 양수이어야 한다.

따라서 m 도 짝수이므로 $(-2)^m = 2^m$,

$$2^6 = 2^{n-6} \times 2^m = 2^{n-6+m}$$

$$n - 6 + m = 6$$

$$\therefore m + n = 12$$

23. $\frac{27}{8} \times \square \div \left\{ \left(-\frac{xy}{2}\right)^3 \times (-3xy^2)^2 \right\} = -\frac{3}{x^2y^4}$ 일

때, $\square$ 안에 알맞은 식을 고르면?

[배점 5, 중상]

① xy ② x^2y^2 ③ x^3y^3

④ x^4y^4 ⑤ x^5y^5

해설

$$\frac{27}{8} \times \square \div \left\{ \frac{-x^3y^3}{8} \times 9x^2y^4 \right\} = -\frac{3}{x^2y^4}$$

$$\square = -\frac{3}{x^2y^4} \times \frac{8}{27} \times \frac{-x^3y^3}{8} \times 9x^2y^4$$

$$\therefore \square = x^3y^3$$

24. 두 순서쌍 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ 에 대하여 $(x_1, y_1) \times (x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$ 로 정의 한다. 이 때, $(2x, y) \times (-y, 3x)$ 를 간단히 하면?

[배점 5, 중상]

① $-6x^2 + 2xy - y^2$ ② $-6x^2 + xy + 3y^2$

③ $2x^2 - xy - y^2$ ④ $6x^2 + xy - y^2$

⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x$$

$$= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy$$

$$= 6x^2 + xy - y^2$$

25. 두 식 x, y 에 대하여 $*$, Δ 를 $x*y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때,

$\frac{(x*y) - (x\Delta y)}{(x*y) + (x\Delta y)}$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

① $\frac{6y+x}{6y+x}$ ② $\frac{6y-x}{6y-x}$ ③ $\frac{6y-x}{6y+x}$

④ $\frac{6y+x}{6y-x}$ ⑤ $\frac{3y-x}{3y+x}$

해설

$$x*y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy = 4y + 2y$$

$$x\Delta y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy = 3x - 2x = x$$

$$\therefore \frac{(x*y) - (x\Delta y)}{(x*y) + (x\Delta y)} = \frac{6y-x}{6y+x}$$