stress test

1. $\left(\frac{1}{9}\right)^3 = 3^{x+2} = 9^x \times 3^y$ 을 만족할 때, $x+y$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 2

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{9}\right)^3 &= 3^{x+2} = 9^x \times 3^y \\ (3^{-2})^3 &= 3^{x+2} = (3^2)^x \times 3^y \\ 3^{-6} &= 3^{x+2} = 3^{2x+y} \\ x+2 &= -6 \\ \therefore x &= -8 \\ 2x+y &= -16+y = -6 \\ \therefore y &= 10 \\ \therefore x+y &= -8+10 = 2 \end{aligned}$$

2. $(a^2b^x)^3 \div a^yb^3 = a^5b^9$ 일 때, $x+y$ 의 값은? [배점 2, 하중]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} (a^2b^x)^3 \div a^yb^3 &= a^5b^9 \\ a^{6-y}b^{3x-3} &= a^5b^9 \\ 6-y=5 &\quad \therefore y=1 \\ 3x-3=9 &\quad \therefore x=4 \\ \therefore x+y &= 5 \end{aligned}$$

3. 다음 식 중에서 이차식을 모두 찾아라.

㉠ $x+y$	㉡ x^2+2
㉢ $\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x} + \frac{1}{3}$	㉣ $a(a-1)$
㉤ b^2+b+1	

[배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉤

해설

- ㉠ 일차식
㉢ x^2 이 분모에 있으므로 이차식 아님.

4. 다음 식 중에서 이차식을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① $3(2a^2-1)$
② $1 + \frac{1}{x^2}$
③ $6a^2 - a + 1 - 6a^2$
④ $x\left(x - \frac{1}{x}\right) - x^2 + 1$
⑤ $\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{2}y - 1$

해설

$$3(2a^2 - 1) = 6a^2 - 3$$

5. $\left(\frac{2y}{x}\right)^2 \times x^2y \div \left(-\frac{3}{x}\right) = ax^by^c$ (a, b, c 는 상수) 일 때, abc 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① $-\frac{2}{3}$ ② -4 ③ 0
 ④ $\frac{8}{3}$ ⑤ 4

해설

$$\frac{4y^2}{x^2} \times x^2y \times \left(-\frac{x}{3}\right) = -\frac{4}{3}xy^3 = ax^by^c$$

$\therefore a = -\frac{4}{3}, b = 1, c = 3$
 $\therefore abc = -4$

6. 가로 길이가 $3ab^2$, 세로 길이가 $4a^2b$ 인 직사각형의 넓이는 밑변이 $6a^3b^2$, 높이가 $\square$ 인 평행사변형의 넓이와 같다. 높이 $\square$ 의 길이를 구하면? [배점 3, 하상]

- ① ab ② $2ab$ ③ $2a$
 ④ $2b$ ⑤ a^2b

해설

(직사각형의 넓이) = (가로) $\times$ (세로)
 (평행사변형의 넓이) = (밑변) $\times$ (높이)

$$3ab^2 \times 4a^2b = 6a^3b^2 \times \square$$

$$\therefore \square = \frac{12a^3b^3}{6a^3b^2} = 2b$$

7. 다음 중 x 에 관한 이차식인 것은? [배점 3, 하상]

- ① $2x + 5y - 3$ ② $3x^2 + 1 - 3x^2$
 ③ $-\frac{1}{2}x^2 + 3$ ④ $3y^2 + 2$
 ⑤ $-2x^3 + x^2$

해설

- ① $2x + 5y - 3$: x, y 에 관한 일차식
 ② 1
 ③ $-\frac{1}{2}x^2 + 3$: x 에 관한 이차식
 ④ $3y^2 + 2$: y 에 관한 이차식
 ⑤ $-2x^3 + x^2$: x 에 관한 삼차식

8. 어떤 다항식에서 $2x + 5y$ 를 빼어야 할 것을 잘못하여 더했더니 $6x + 2y$ 가 되었다. 이 때, 바르게 계산한 답은? [배점 3, 하상]

- ① $-8x + 4y$ ② $-4x + 6y$ ③ $-2x + 6y$
 ④ $2x - 8y$ ⑤ $8x + 2y$

해설

어떤 식을 A라 하면

$$A + (2x + 5y) = 6x + 2y$$

$$A = (6x + 2y) - (2x + 5y) = 4x - 3y$$

따라서 바르게 계산하면 $(4x - 3y) - (2x + 5y) = 2x - 8y$ 이다.

해설

$$2) \begin{array}{r} 28 \ 42 \ 70 \\ \hline \end{array}$$

$$7) \begin{array}{r} 14 \ 21 \ 35 \\ \hline 2 \ 3 \ 5 \end{array}$$

28, 42, 70의 최대공약수가 14이므로 $n = 14$ 이다.

$$x^{28}y^{42}z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$$

$$a = 2, b = 3, c = 5$$

$$\therefore a + 2b - c = 2 + 6 - 5 = 3$$

9. $(3x-4)-(x+3)$ 을 간단히 하면? [배점 3, 하상]

- ① $2x - 1$ ② $2x + 1$ ③ $2x - 12$
- ④ $2x + 7$ ⑤ $2x - 7$

해설

$$(3x - 4) - (x + 3)$$

$$= 3x - 4 - x - 3 = 2x - 7$$

11. 다음 조건을 만족할 때, 상수 A, B, C, D, E의 값이 아닌 것은?

$$\textcircled{A} \ 4(x^2 - 3x) - (3x^2 - 6x + 7) = Ax^2 + Bx - 7$$

$$\textcircled{B} \ \frac{2x^2 - 3x + 1}{Cx^2 + Dx + E} - \frac{x^2 - 2x + 3}{3} = \frac{\quad}{6}$$

[배점 3, 중하]

- ① $A = 1$ ② $B = -6$ ③ $C = 4$
- ④ $D = -5$ ⑤ $E = 3$

10. $(x^a y^b z^c)^n = x^{28} y^{42} z^{70}$ 을 만족하는 자연수 n의 값이 최대일 때, $a + 2b - c$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & 4(x^2 - 3x) - (3x^2 - 6x + 7) \\ &= 4x^2 - 12x - 3x^2 + 6x - 7 \\ &= x^2 - 6x - 7 \\ &\text{즉, } Ax^2 + Bx - 7 = x^2 - 6x - 7 \text{ 이다.} \\ &\text{따라서 } A = 1, B = -6 \text{ 이다.} \\ \textcircled{2} & \frac{2x^2 - 3x + 1}{2} - \frac{x^2 - 2x + 3}{3} \\ &= \frac{3(2x^2 - 3x + 1)}{6} - \frac{2(x^2 - 2x + 3)}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3}{6} - \frac{2x^2 - 4x + 6}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3 - (2x^2 - 4x + 6)}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3 - 2x^2 + 4x - 6}{6} \\ &= \frac{4x^2 - 5x - 3}{6} \\ &\text{즉, } \frac{Cx^2 + Dx + E}{6} = \frac{4x^2 - 5x - 3}{6} \text{ 이다.} \\ &\text{따라서 } C = 4, D = -5, E = -3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

12. $(4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy$ 를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 0

해설

$$\begin{aligned} & (4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy \\ &= (4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{xy}{2} \\ &= (4xy - x^3y - 3xy^2) \times \frac{2}{xy} \\ &= 8 - 2x^2 - 6y \\ &x^2 \text{ 의 계수 } -2, y \text{ 의 계수 } -6, \text{ 상수항 } 8 \\ &\text{이들의 합을 구하면 } -2 - 6 + 8 = 0 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

13. 다음 계산 중 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① $-(a - 5b) = a + 5b$
- ② $-x(-3x + y) = 3x^2 - xy$
- ③ $2x(3x - 6) = 6x^2 - 6x$
- ④ $3x(2x - 3y) - 2y(x + y) = 6x^2 - 11xy - 2y^2$
- ⑤ $-x(x - y + 2) + 3y(2x + y + 4) = -x^2 + 7xy - 2x + 3y^2 + 12y$

해설

- ① $-(a - 5b) = -a + 5b$
- ③ $2x(3x - 6) = 6x^2 - 12x$

14. 한 변의 길이가 xm 인 정사각형의 모양의 화단을 가로는 $2m$ 만큼 늘리고, 세로는 $3m$ 만큼 줄일 때, 화단의 넓이는? [배점 3, 중하]

- ① $(x^2 - 9)m^2$
- ② $(x^2 - x - 6)m^2$
- ③ $(x^2 + x - 6)m^2$
- ④ $(x^2 - 4x + 4)m^2$
- ⑤ $(x^2 + 6x + 9)m^2$

해설

가로의 길이는 $x + 2$, 세로의 길이는 $x - 3$ 이다.
 $(x + 2)(x - 3) = x^2 - x - 6$

15. 곱셈 공식을 이용하여 $(x-7)(5x+a)$ 를 전개하였을 때, x 의 계수가 -30 이다. 이때 상수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: $a = 5$

해설

$$(x-7)(5x+a) = 5x^2 + (a-35)x - 7a$$

x 의 계수가 -30 이므로

$$a - 35 = -30$$

$$\therefore a = 5$$

16. $(ax-2)(7x+b)$ 를 전개한 식이 $cx^2 + 10x - 16$ 일 때, 상수 a, b, c 에 대하여 $a+b+c$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 32

해설

$$(ax-2)(7x+b) = 7ax^2 + (ab-14)x - 2b$$

$$7ax^2 + (ab-14)x - 2b = cx^2 + 10x - 16$$

$$-2b = -16, \therefore b = 8$$

$$ab - 14 = 10, 8a - 14 = 10, 8a = 24, \therefore a = 3$$

$$7a = c, \therefore c = 21$$

$$\therefore a = 3, b = 8, c = 21$$

$$\therefore a + b + c = 32$$

17. $3x(x-y) + \frac{4x^3y - 8x^2y^2}{-2xy}$ 를 간단히 했을 때, x^2 항의 계수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$(준식) = 3x^2 - 3xy - 2x^2 + 4xy = x^2 + xy$$

따라서 x^2 항의 계수는 1 이다.

18. 어떤 식에 $3x^2 + 5x - 4$ 를 빼었더니 $7x^2 + 3x + 1$ 이 되었다. 어떤 식을 구하면? [배점 4, 중중]

① $-4x^2 + 2x - 3$ ② $-4x^2 - 8x - 5$

③ $4x^2 + 8x - 3$ ④ $10x^2 + 8x - 5$

⑤ $10x^2 + 8x - 3$

해설

$$7x^2 + 3x + 1 + (3x^2 + 5x - 4)$$

$$= 7x^2 + 3x + 1 + 3x^2 + 5x - 4$$

$$= 10x^2 + 8x - 3$$

19. $x = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{y}}}$ 일 때, y 를 x 에 관하여 풀어라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $y = -x + 1$

해설

$$x = \frac{1}{1 - \frac{1}{y-1}} = \frac{1}{1 - \frac{y}{y-1}} = \frac{1}{\frac{(y-1) - y}{y-1}}$$

$$= \frac{y-1}{-1} = -y+1$$

$x = -y+1$ 에서 y 를 x 에 관하여 풀면 $y = -x+1$ 이다.

20. $(x - 4y + 3)^2$ 의 전개식에서 x 의 계수를 a , xy 의 계수를 b , 상수항을 c 라 하자. 이 때, 상수 a , b , c 의 합 $a + b + c$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① -11 ② -3 ③ 5
 ④ 7 ⑤ 11

해설

$(x - 4y + 3)(x - 4y + 3)$ 에서
 x 항 : $x \times 3 + 3 \times x = 6x$
 xy 항 : $x \times (-4y) + (-4y) \times x = -8xy$
 상수항 : $3^2 = 9$
 $\therefore a + b + c = 7$

21. $(4x+9)(x-2)$ 를 전개하면 $4x^2 - (2a-5)x + 3b$ 이다. 이 때, 상수 a , b 의 곱 ab 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -36 ② -12 ③ -9
 ④ 2 ⑤ 18

해설

$$(4x+9)(x-2) = 4x^2+x-18 = 4x^2-(2a-5)x+3b$$

에서

$$-2a + 5 = 1 \text{ 이므로 } a = 2,$$

$$3b = -18 \text{ 이므로 } b = -6$$

$$\therefore ab = -12$$

22. n 이 짝수일 때, $(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$ 이다. 이 때, $m+n$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답: 12

▷ 정답: 12

해설

$$(-4)^3 \div (-2)^m = -2^{n-6}$$

$$-2^6 = -2^{n-6} \times (-2)^m$$

$$2^6 = 2^{n-6} \times (-2)^m$$

좌변이 양수이므로 우변도 양수이어야 한다.

$$\text{따라서 } m \text{ 도 짝수이므로 } (-2)^m = 2^m,$$

$$2^6 = 2^{n-6} \times 2^m = 2^{n-6+m}$$

$$n - 6 + m = 6$$

$$\therefore m + n = 12$$

23. $A = x(2x + 1)$, $B = (8x^3 + 2x^2 - 6x) \div (-2x)$, $C = (2x^4y^2)^3 \div (2x^5y^3)^2$ 이다. $A - [2B - \{A + (B + C)\}]$ 를 간단히 하였을 때 각 항의 계수와 상수항의 합을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① 10 ② 11 ③ 12 ④ 13 ⑤ 14

해설

$$\begin{aligned}
& A = 2x^2 + x, B = -4x^2 - x + 3, C = 2x^2 \\
& A - [2B - \{A + (B + C)\}] \\
& = 2A - B + C \\
& = 2(2x^2 + x) - (-4x^2 - x + 3) + 2x^2 \\
& = 4x^2 + 2x + 4x^2 + x - 3 + 2x^2 \\
& = 10x^2 + 3x - 3 \\
& \therefore 10 + 3 + (-3) = 10
\end{aligned}$$

24. $abc = 1$ 일 때, $\frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned}
& \frac{a}{ab+a+1} + \frac{b}{bc+b+1} + \frac{c}{ca+c+1} \\
& = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{a(bc+b+1)} + \frac{abc}{ab(ca+c+1)} \\
& = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{abc+ab+a} + \frac{abc}{a^2bc+abc+ab} \\
& = \frac{a}{ab+a+1} + \frac{ab}{1+ab+a} + \frac{1}{a+1+ab} \\
& = \frac{a+ab+1}{ab+a+1} = 1
\end{aligned}$$

25. $xyz \neq 0, xy = a, yz = b, zx = c$ 일 때, $x^2 + y^2 + z^2$ 의 값을 a, b, c 에 관하여 바르게 나타낸 것은?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{b}$
- ② $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{c} + \frac{ab}{a}$
- ③ $\frac{bc}{c} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{a}$
- ④ $\frac{bc}{b} + \frac{ac}{a} + \frac{ab}{c}$
- ⑤ $\frac{bc}{a} + \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c}$

해설

$$\begin{aligned}
& x^2y^2z^2 = abc \text{ 이고} \\
& x^2 = \frac{abc}{y^2z^2} = \frac{abc}{b^2} = \frac{ac}{b} \\
& y^2 = \frac{abc}{x^2z^2} = \frac{abc}{c^2} = \frac{ab}{c} \\
& z^2 = \frac{abc}{x^2y^2} = \frac{abc}{a^2} = \frac{bc}{a} \\
& \therefore x^2 + y^2 + z^2 = \frac{ac}{b} + \frac{ab}{c} + \frac{bc}{a}
\end{aligned}$$