stress test

1. 다음 중 옳지 <u>않은</u> 것은? [배점 2, 하중]

① $3^5 \div 9^2 = 1$

② $(x^2)^3 \times (x^3)^4 = x^{18}$

③ $\left(\frac{x^4}{y^2}\right)^3 = \frac{x^{12}}{y^6}$

④ $(x^2y^5)^4 = x^8y^{20}$

⑤ $(a^2b)^3 \div a^2 = a^4b^3$

해설

① $3^5 \div 9^2 = 3^5 \div (3^2)^2 = 3$

2. $18ab^2 \div 3a^2b \div 4a^3b^3 \times 2a^5b^3$ 을 간단히 하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $3ab$

해설

$\frac{18ab^2 \times 2a^5b^3}{3a^2b \times 4a^3b^3} = 3ab$

3. $(3a-1)(-a)$ 를 간단히 하였을 때, a^2 의 계수는? [배점 2, 하중]

① -3 ② -1 ③ 2 ④ 3 ⑤ 5

해설

$3a \times (-a) + (-1) \times (-a)$

$= -3a^2 + a$

따라서 a^2 의 계수는 -3 이다.

4. 가로의 길이가 $3a+2$, 세로의 길이가 $5b$ 인 직사각형 모양의 화단에 꽃을 심으려고 한다. $a=1$, $b=2$ 일 때, 넓이를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 50

해설

(직사각형의 넓이)

= (가로의 길이) × (세로의 길이)

$= (3a+2) \times 5b$

$= 15ab + 10b$

$= 15 \times 1 \times 2 + 10 \times 2$

$= 50$

5. $\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 은 몇 자리의 수인가? [배점 3, 하상]

① 8 자리 ② 10 자리 ③ 11 자리

④ 12 자리 ⑤ 13 자리

해설

$$\frac{2^{15}\times 15^{20}}{45^{10}} = \frac{2^{15}\times (3\times 5)^{20}}{(3^2\times 5)^{10}}$$
$$= \frac{2^{15}\times 3^{20}\times 5^{20}}{3^{20}\times 5^{10}}$$
$$= 2^{15}\times 5^{10}$$
$$= 2^5\times 2^{10}\times 5^{10}$$
$$= 32\times 10^{10}$$

따라서 12 자리 의 수이다.

6. $\left(\frac{3}{2}ab^{\square}\right)^2 \div \left(3a^{\square}b^2\right)^3 = \frac{b^2}{12a^{10}}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 두 수의 합을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\left(\frac{3}{2}ab^{\square}\right)^2 \div \left(3a^{\square}b^2\right)^3 = \frac{9}{4}a^2b^{2\square}\times\frac{1}{27a^{3\square}b^6}$$
$$= \frac{b^2}{12a^{10}}$$

이므로 $\square$안에 들어갈 수는 각각 4, 4 이다.
따라서 두 수의 합은 8 이다.

7. $x(y+3x)-y(2x+1)-2(x^2-xy-4)$ 를 간단히 하였을 때, x^2 의 계수와 xy 의 계수의 합은? [배점 3, 하상]

① 1 ② -1 ③ 2 ④ -2 ⑤ 4

해설

x^2 의 계수 : 1, xy 의 계수 : 1
$\therefore\ 1+1=2$

8. $(-x^2y-xy^2)\div(-xy)$ 를 간단히 한 것은? [배점 3, 하상]

① $x+y$ ② $x-y$ ③ $-x+y$
④ $-x-y$ ⑤ x

해설

$(-x^2y-xy^2)\div(-xy)$
$= (-x^2y-xy^2)\times(-\frac{1}{xy})$
$= x+y$

9. 102×98 을 계산할 때, 곱셈 공식을 이용하려고 한다. 다음 중 가장 적당한 것은? [배점 3, 하상]

① $(a+b)^2 = a^2+2ab+b^2$
② $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$
③ $(a+b)(a-b) = a^2-b^2$
④ $(x+a)(x+b) = x^2+(a+b)x+ab$
⑤ $(ax+b)(cx+d) = acx^2+(ad+bc)x+bd$

해설

$(100+2)(100-2) = 100^2 - 2^2 = 9996$

10. $(x^a y^b z^c)^n = x^{28}y^{42}z^{70}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값이 최대일 때, $a+2b-c$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

2) 28 42 70

7) 14 21 35

2 3 5

28 , 42 , 70 의 최대공약수가 14 이므로 $n = 14$ 이다.

$x^{28}y^{42}z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$

$a = 2,\ b = 3,\ c = 5$

$\therefore\ a+2b-c = 2+6-5 = 3$

11. 다음 중 결과가 나머지 것과 다른 것을 골라라.

㉠ a^{2+2+2}	㉡ $a^2 \times a^3$
㉢ $(a^2)^2 \times a^2$	㉣ $a^2 \times a^3 \times a$
㉤ $(a^2)^3$	

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

해설

㉠ $a^{2+2+2} = a^6$

㉡ $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$

㉢ $(a^2)^2 \times a^2 = a^4 \times a^2 = a^6$

㉣ $a^2 \times a^3 \times a = a^{2+3+1} = a^6$

㉤ $(a^2)^3 = a^6$

12. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $(-1)^2 \times (-1)^4 = (-1)^8$

② $3^2 \times 3^3 = 3^6$

③ $(-2) \times (-2)^3 = (-2)^3$

④ $4^3 \times 4^2 = 4^5$

⑤ $(-3)^2 \times (-3) = 3^2$

해설

① $(-1)^2 \times (-1)^4 = (-1)^{2+4} = (-1)^6$

② $3^2 \times 3^3 = 3^{2+3} = 3^5$

③ $(-2) \times (-2)^3 = (-2)^{1+3} = (-2)^4$

⑤ $(-3)^2 \times (-3) = 3^{2+1} = 3^3$

13. $\left(\frac{x^b y^3}{x^5 y^a}\right)^8 = \frac{x^8}{y^{16}}$ 일 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$\left(\frac{x^b y^3}{x^5 y^a}\right)^8 = \left(\frac{x}{y^2}\right)^8$

$\frac{x^b y^3}{x^5 y^a} = \frac{x}{y^2}$

$b-5=1$

$\therefore\ b=6$

$3-a=-2$

$\therefore\ a=5$

$\therefore\ b-a=6-5=1$

14. 다음 계산 중 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

① $-(a-5b)=a+5b$

② $-x(-3x+y)=3x^2-xy$

③ $2x(3x-6)=6x^2-6x$

④ $3x(2x-3y)-2y(x+y)=6x^2-11xy-2y^2$

⑤ $-x(x-y+2)+3y(2x+y+4)=-x^2+7xy-2x+3y^2+12y$

해설

① $-(a-5b)=-a+5b$

③ $2x(3x-6)=6x^2-12x$

15. 수진이네 반에서 매달 실시하는 수학 퀴즈 대회는 문제를 맞히는 모든 학생에게 도서 상품권을 준다고 한다. 다음은 이번 달 수학 퀴즈 문제에 대하여 5 명의 학생들이 답을 적어 제출한 것이다. 이때 도서상품권을 받을 사람은 누구인지 말하여라.

> 문제) $3x-2y-\{x-(7y-6x)+5\}=ax+by+c$ 일 때, $a-b+c$ 의 값을 구하여라.
> 서준 : 14, 성진 : 10, 유진 : -10, 명수 : -14, 형돈 : 12

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 명수

해설

$3x-2y-\{x-(7y-6x)+5\}$
$=3x-2y-(x-7y+6x+5)$
$=3x-2y-(7x-7y+5)$
$=3x-2y-7x+7y-5$
$=-4x+5y-5$

이므로 $a=-4,\ b=5,\ c=-5$ 이다.

따라서 $a-b+c=-4-5+(-5)=-14$ 이다.

16. $4x+3y=2$ 일 때, $5(x-3y)-2(4x-3y)$ 를 x 에 관한 식으로 나타내어라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $9x-6$

해설

$4x+3y=2$

$\therefore\ 3y=-4x+2$

$(\text{준식})=5(x-2+4x)-2(4x-2+4x)$

$=5(5x-2)-2(8x-2)$

$=9x-6$

17. $a=\frac{1}{7}$, $b=-\frac{1}{5}$ 일 때, $3(a+b)-(4ab^2-6a^2b)\div(-2ab)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$(\text{준식})=3a+3b+2b-3a=5b=-1$

18. 식 $(3x^2+x-2)+(-5x^2-7x+1)$ 을 간단히 하면? [배점 4, 중중]

① $-2x^2-6x-1$ ② $-2x^2+6x+1$

③ $-2x^2-5x-1$ ④ $8x^2-4x-1$

⑤ $8x^2+4x+1$

해설

$(3x^2+x-2)+(-5x^2-7x+1)$

$=3x^2+x-2-5x^2-7x+1$

$=-2x^2-6x-1$

19. $7x-\frac{9}{4}\left[5x-\frac{2}{3}\left\{2y-\frac{1}{3}(x-3y)\right\}\right]$ 를 간단히 했을 때, x 의 계수와 y 의 계수의 합은? [배점 4, 중중]

① $-\frac{11}{12}$ ② $-\frac{1}{14}$ ③ 0

④ $\frac{1}{4}$ ⑤ $\frac{2}{3}$

해설

$7x-\frac{9}{4}\left[5x-\frac{2}{3}\left\{2y-\frac{1}{3}(x-3y)\right\}\right]$

$=7x-\frac{9}{4}\left\{5x-\frac{2}{3}\left(2y-\frac{1}{3}x+y\right)\right\}$

$=7x-\frac{9}{4}\left(5x-\frac{4}{3}y+\frac{2}{9}x-\frac{2}{3}y\right)$

$=7x-\frac{45}{4}x+3y-\frac{1}{2}x+\frac{3}{2}y$

$=-\frac{19}{4}x+\frac{9}{2}y$

$\therefore -\frac{19}{4}+\frac{9}{2}=-\frac{1}{4}$

20. $2(2x+1)^2-(x+4)(x-4)$ 를 간단히 하면? [배점 4, 중중]

① $15x^2+16x+20$ ② $15x^2+16x-12$

③ $7x^2+8x-14$ ④ $7x^2+8x+18$

⑤ $7x^2+4x+17$

해설

$2(4x^2+4x+1)-(x^2-16)$

$=(8x^2+8x+2-x^2+16)$

$=7x^2+8x+18$

21. $(3x-2y+z)(5x+2y-z)$ 의 전개식에서 xy , yz , zx 각각의 계수의 합은? [배점 4, 중중]

① 2 ② 10 ③ 21 ④ 33 ⑤ 40

해설

$(3x-2y+z)(5x+2y-z)$

$=\{3x-(2y-z)\}\{5x+(2y-z)\}$

$2y-z=A$로 치환하면

$(3x-A)(5x+A)$

$=15x^2-2xA-A^2$

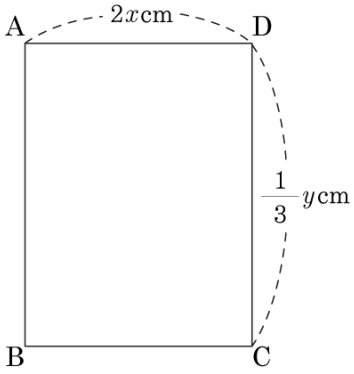
$A=2y-z$를 대입하면

$15x^2-2x(2y-z)-(2y-z)^2$

$=15x^2-4xy+2xz-4y^2+4yz-z^2$

$\therefore xy$, yz , zx 각각의 계수의 합 : $-4+4+2=2$

22. 다음 그림과 같이 $\overline{AD}=2x\,\text{cm}$, $\overline{CD}=\frac{1}{3}y\,\text{cm}$인 직사각형 ABCD가 있다. $\overline{AD}$를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피는 $\overline{CD}$를 축으로 1회전시켜서 생긴 회전체의 부피의 몇 배인가?



[배점 5, 중상]

① $\frac{y}{5x}$ 배 ② $\frac{y}{6x}$ 배 ③ $\frac{y}{7x}$ 배

④ $\frac{y}{8x}$ 배 ⑤ $\frac{y}{9x}$ 배

해설

문제에서 생기는 회전체의 모양은 원기둥이다.

(원기둥의 부피) = (밑면의 넓이) × (높이) 이므로

$\overline{AD}$를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$\pi\times\left(\frac{1}{3}y\right)^2\times 2x=\frac{2}{9}\pi xy^2$

$\overline{CD}$를 축으로 회전시킨 회전체의 부피 :

$\pi\times(2x)^2\times\frac{1}{3}y=\frac{4}{3}\pi x^2y$

$\therefore\ \frac{2}{9}\pi xy^2\div\frac{4}{3}\pi x^2y=\frac{2}{9}\pi xy^2\times\frac{3}{4\pi x^2y}=\frac{y}{6x}$ (배)

23. 음이 아닌 수 a, b에 대하여 $2^a + 2^b \le 1 + 2^{a+b}$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$일 때 성립)이 성립한다. $a+b+c = 4$일 때, $2^a + 2^b + 2^c$의 최댓값을 구하여라. (단, $c \ge 0$) [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 18

해설

$2^a + 2^b + 2^c \le 1 + 2^{a+b} + 2^c$ (단, 등호는 $a = 0$ 또는 $b = 0$일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \le 1 + (1 + 2^{a+b+c})$ (단, 등호는 $a+b = 0$ 또는 $c = 0$일 때 성립)

$2^a + 2^b + 2^c \le 1 + (1 + 2^4)$

$2^a + 2^b + 2^c \le 18$

따라서 최댓값은 18 ($a = 0$, $b = 0$ 또는 $b = 0$, $c = 0$ 또는 $c = 0$, $a = 0$ 일 때)

24. 두 식 x, y 에 대하여 $*$, $\triangle$ 를 $x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x \triangle y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때, $\dfrac{(x * y) - (x \triangle y)}{(x * y) + (x \triangle y)}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

① $\dfrac{6y + x}{6y + x}$ ② $\dfrac{6y - x}{6y - x}$ ③ $\dfrac{6y - x}{6y + x}$

④ $\dfrac{6y + x}{6y - x}$ ⑤ $\dfrac{3y - x}{3y + x}$

해설

$x * y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy = 4y + 2y$

$x \triangle y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy = 3x - 2x = x$

$\therefore \dfrac{(x * y) - (x \triangle y)}{(x * y) + (x \triangle y)} = \dfrac{6y - x}{6y + x}$

25. $(x - y + 2)(x - y + 3) - (x + 2y - 3)^2$을 전개하였을 때, 상수항을 제외한 나머지 모든 항의 계수의 총합을 구하면? [배점 5, 중상]

① -3 ② 6 ③ 9 ④ 15 ⑤ 21

해설

$x - y = A$, $x + 2y = B$라 하면

$(x - y + 2)(x - y + 3) - (x + 2y - 3)^2$

$= (A + 2)(A + 3) - (B - 3)^2$

$= A^2 + 5A + 6 - B^2 + 6B - 9$

$= (x-y)^2 + 5(x-y) + 6 - (x+2y)^2 + 6(x+2y) - 9$

$= x^2 - 2xy + y^2 + 5x - 5y + 6 - x^2 - 4xy - 4y^2 + 6x + 12y - 9$

$= -3y^2 - 6xy + 11x + 7y - 3$

$\therefore$ 상수항을 제외한 나머지 항의 계수의 총합 :

$-3 - 6 + 11 + 7 = 9$