

stress test

1. $\left(\frac{a^2b^{\square}}{a^{\square}b^2}\right)^4 = \frac{b^8}{a^4}$ 이 이 $\square$ 이 이 $\hat{e}^3\mu\acute{a}\mu\grave{a}$ 이 $\frac{1}{4}\hat{e}j$ $\hat{e}$ $\mathfrak{a}\grave{a}$ 'ê°
 이 $\mathfrak{Y}\frac{1}{4}$ $\hat{e}\mu-\acute{a}$ 이 $-\hat{e}$ $\frac{1}{4}$. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$\frac{b^8}{a^4} = \left(\frac{b^2}{a}\right)^4 = \left(\frac{a^3b^4}{a^4b^2}\right)^4 = \left(\frac{a^3b^{\square}}{a^{\square}b^2}\right)^4$$

2. $\hat{e}\mathfrak{a}\grave{a}$ $\grave{a}^1$ $\acute{a}$ $\grave{a}$ $\acute{a}$ $\hat{e}-\grave{a}$ $(-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2$ $\grave{a}$
 $\hat{e}$ $\grave{a}^1$ $\hat{e}\mu-\hat{e}^{\circ}$ $\acute{a}$ $\hat{e}$ $\mathfrak{a}$. $\hat{e}\mathfrak{a}\grave{a}$ $\grave{a}\mathfrak{a}$ $\hat{a}^3\hat{e}^2$ $\acute{a}$ $\hat{a}$ 'í $\acute{a}$ $\hat{a}$ $\hat{a}$
 $\hat{e}$ $\hat{e}\mu-\grave{a}$ $\grave{a}\S$ $\hat{a}^{\circ}\frac{3}{4}\hat{a}$ $\hat{e}$ $\frac{1}{4}$.

$\hat{e}^{\circ}\hat{a}$

$$\begin{aligned} & (-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2 \\ &= -2^2x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= -4x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= -4 \times x^{2 \times 2 \times 2} \times y^{3 \times 2} \\ &= -4 \times x^8 \times y^6 \\ &= -4x^8y^6 \end{aligned}$$

$\hat{e}-\grave{a}\S$

$$\begin{aligned} & (-2x)^2 \times x^2y^3 \div (xy)^2 \\ &= (-2)^2x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= 4x^2 \times x^2y^3 \div x^2y^2 \\ &= 4 \times x^{2+2-2} \times y^{3-2} \\ &= 4 \times x^2 \times y^1 \\ &= 4x^2y \end{aligned}$$

[배점 2, 하중]

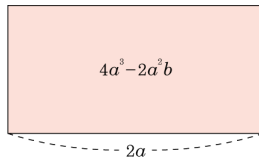
▶ 답 :

▷ 정답 : $\hat{e}-\grave{a}\S$

해설

$(-2x)^2 \times x^2 y^3 \div (xy)^2 = -2^2 x^2 \times x^2 y^3 \div x^2 y^2$
 $\div x^2 y^2 = -4 \times x^{2+2-2} \times y^{3-2}$
 $= -4 \times x^{2+2-2} \times y^{3-2}$
 $= -4x^2 y$
 $\div x^2 y^2 = -4 \times x^{2+2-2} \times y^{3-2}$
 $= -4x^2 y$
 $\div x^2 y^2 = -4 \times x^{2+2-2} \times y^{3-2}$
 $= -4x^2 y$

3. $4a^3 - 2a^2b$ 이 $2a$ 로 나누어떨어지는 a 의 값은?



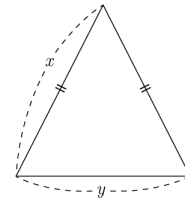
[배점 2, 하중]

- ① $a^2 - a$ ② $2a^2 + a$ ③ $2a^2 - b$
 ④ $2a^2 - ab$ ⑤ $2a^2 + ab$

해설

$2a \times (\text{나누어떨어지는 값}) = 4a^3 - 2a^2b$
 $(\text{나누어떨어지는 값}) = \frac{4a^3 - 2a^2b}{2a}$
 $= \frac{4a^3}{2a} + \frac{-2a^2b}{2a}$
 $= 2a^2 - ab$

4. $x^2 + y^2 = 16$ 이고, x 와 y 의 값이 정수인 x 의 값은?



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $y = -2x + 16$

해설

$x + x + y = 16$, $2x + y = 16$ 이고, $y = -2x + 16$ 이므로
 $2x + (-2x + 16) = 16$ 이고, $y = -2x + 16$ 이므로

5. $x \times (x^3)^4 \times x^3$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① x^{14} ② x^{15} ③ x^{16}
 ④ x^{17} ⑤ x^{18}

해설

$x \times (x^3)^4 \times x^3 = x^{1+12+3} = x^{16}$

6. $\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}}$ 이 10의 자리 수인지? [배점 3, 하상]

- ① 8 자리 ② 10 자리 ③ 11 자리
 ④ 12 자리 ⑤ 13 자리

해설

$$\begin{aligned}\frac{2^{15} \times 15^{20}}{45^{10}} &= \frac{2^{15} \times (3 \times 5)^{20}}{(3^2 \times 5)^{10}} \\ &= \frac{2^{15} \times 3^{20} \times 5^{20}}{3^{20} \times 5^{10}} \\ &= 2^{15} \times 5^{10} \\ &= 2^5 \times 2^{10} \times 5^{10} \\ &= 32 \times 10^{10}\end{aligned}$$

10의 자리 수인 12 자리 수이다.

7. $(3x - 4) - (x + 3)$ 이 10의 자리 수인지? [배점 3, 하상]

- ① $2x - 1$ ② $2x + 1$ ③ $2x - 12$
 ④ $2x + 7$ ⑤ $2x - 7$

해설

$$\begin{aligned}(3x - 4) - (x + 3) \\ = 3x - 4 - x - 3 = 2x - 7\end{aligned}$$

8. $(4x^2 - 2y + 1) - (\quad) = -x^2 + 3y - 4$ 이 () 이 무엇인지? [배점 3, 하상]

- ① $-5x^2 + 5y - 5$ ② $-5x^2 + y - 3$
 ③ $5x^2 + y - 3$ ④ $5x^2 + y + 5$
 ⑤ $5x^2 - 5y + 5$

해설

$$\begin{aligned}(\quad) &= (4x^2 - 2y + 1) - (-x^2 + 3y - 4) \\ &= 4x^2 - 2y + 1 + x^2 - 3y + 4 \\ &= 5x^2 - 5y + 5\end{aligned}$$

9. $m = -2$ 일 때, $3m(2m - 3) - 2m(2 - 4m)$ 이 무엇인지? [배점 3, 하상]

- ① -41 ② 30 ③ -18
 ④ 0 ⑤ 82

해설

$$\begin{aligned}3m(2m - 3) - 2m(2 - 4m) \\ = 6m^2 - 9m - 4m + 8m^2 \\ = 14m^2 - 13m \\ = 14 \times (-2)^2 - 13(-2) \\ = 56 + 26 = 82\end{aligned}$$

10. $a^{12} \div a^2 \div a^4$ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊀ ㊁ ㊂ ㊃ ㊄ ㊅ ㊆ ㊇ ㊈ ㊉ ㊊ ㊋ ㊌ ㊍ ㊎ ㊏ ㊐ ㊑ ㊒ ㊓ ㊔ ㊕ ㊖ ㊗ ㊘ ㊙ ㊚ ㊛ ㊜ ㊝ ㊞ ㊟ ㊠ ㊡ ㊢ ㊣ ㊤ ㊥ ㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ㊪ ㊫ ㊬ ㊭ ㊮ ㊯ ㊰ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

[배점 3, 중하]

- ① $a^{12} \div (a^8 \div a^4)$ ② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2$
 ③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2$ ④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4)$
 ⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2$

해설

- $a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$ 이 '㉔' ㉕.
- ① $a^{12} \div (a^8 \div a^4) = a^{12} \div (a^{8-4}) = a^{12} \div a^4 = a^8$
 ② $(a^4)^3 \div a^2 \div (a^2)^2 = a^{12} \div a^2 \div a^4 = a^{12-2-4} = a^6$
 ③ $\frac{a^{12}}{a^8} \div a^2 = a^{12-8-2} = a^2$
 ④ $a^{12} \div (a^2 \div a^4) = a^{12} \div (a^{2-4}) = a^{12} \div a^{-2} = a^{12-(-2)} = a^{14}$
 ⑤ $(a^3)^4 \div a^5 \div a^2 = a^{12-5-2} = a^5$

11. $(x^a y^b z^c)^n = x^{28} y^{42} z^{70}$ 이 ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊀ ㊁ ㊂ ㊃ ㊄ ㊅ ㊆ ㊇ ㊈ ㊉ ㊊ ㊋ ㊌ ㊍ ㊎ ㊏ ㊐ ㊑ ㊒ ㊓ ㊔ ㊕ ㊖ ㊗ ㊘ ㊙ ㊚ ㊛ ㊜ ㊝ ㊞ ㊟ ㊠ ㊡ ㊢ ㊣ ㊤ ㊥ ㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ㊪ ㊫ ㊬ ㊭ ㊮ ㊯ ㊰ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

[배점 3, 중하]

▶ 답:
 ▷ 정답: 3

해설

2) 28 42 70
 7) 14 21 35
 2 3 5
 28, 42, 70 이 ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊀ ㊁ ㊂ ㊃ ㊄ ㊅ ㊆ ㊇ ㊈ ㊉ ㊊ ㊋ ㊌ ㊍ ㊎ ㊏ ㊐ ㊑ ㊒ ㊓ ㊔ ㊕ ㊖ ㊗ ㊘ ㊙ ㊚ ㊛ ㊜ ㊝ ㊞ ㊟ ㊠ ㊡ ㊢ ㊣ ㊤ ㊥ ㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ㊪ ㊫ ㊬ ㊭ ㊮ ㊯ ㊰ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

$x^{28} y^{42} z^{70} = (x^a y^b z^c)^{14}$
 $a = 2, b = 3, c = 5$
 $\therefore a + 2b - c = 2 + 6 - 5 = 3$

12. $128^{2a-1} \div 16^{a+2} = 8^{3a-4}$ ㉔ ㉕ ㉖ ㉗ ㉘ ㉙ ㉚ ㉛ ㉜ ㉝ ㉞ ㉟ ㊀ ㊁ ㊂ ㊃ ㊄ ㊅ ㊆ ㊇ ㊈ ㊉ ㊊ ㊋ ㊌ ㊍ ㊎ ㊏ ㊐ ㊑ ㊒ ㊓ ㊔ ㊕ ㊖ ㊗ ㊘ ㊙ ㊚ ㊛ ㊜ ㊝ ㊞ ㊟ ㊠ ㊡ ㊢ ㊣ ㊤ ㊥ ㊦ ㊧ ㊨ ㊩ ㊪ ㊫ ㊬ ㊭ ㊮ ㊯ ㊰ ㊱ ㊲ ㊳ ㊴ ㊵ ㊶ ㊷ ㊸ ㊹ ㊺ ㊻ ㊼ ㊽ ㊾ ㊿

[배점 3, 중하]

▶ 답:
 ▷ 정답: 3

해설

$(2^7)^{2a-1} \div (2^4)^{a+2} = (2^3)^{3a-4}$
 $7(2a-1) - 4(a+2) = 3(3a-4)$
 $14a - 7 - 4a - 8 = 9a - 12$
 $10a - 9a = -12 + 15$
 $\therefore a = 3$

13. 이 식의 값을 구하시오. $3x - 2y - \{x - (7y - 6x) + 5\}$ 이 $x = 14$, $y = 10$ 일 때의 값을 구하시오.

$$3x - 2y - \{x - (7y - 6x) + 5\} = ax + by + c \text{ 이고, } a - b + c \text{의 값을 구하시오.}$$

이 때 $x = 14$, $y = 10$ 일 때, $x = -10$, $y = -14$ 일 때의 값을 구하시오.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -14

해설

$$\begin{aligned} & 3x - 2y - \{x - (7y - 6x) + 5\} \\ &= 3x - 2y - (x - 7y + 6x + 5) \\ &= 3x - 2y - (7x - 7y + 5) \\ &= 3x - 2y - 7x + 7y - 5 \\ &= -4x + 5y - 5 \end{aligned}$$

이 때 $x = 14$, $y = 10$ 일 때, $x = -10$, $y = -14$ 일 때의 값을 구하시오.

이 때 $x = 14$, $y = 10$ 일 때, $x = -10$, $y = -14$ 일 때의 값을 구하시오.

14. A, B, C, D, E 의 값을 구하시오.

$$\textcircled{1} 4(x^2 - 3x) - (3x^2 - 6x + 7) = Ax^2 + Bx - 7$$

$$\textcircled{2} \frac{2x^2 - 3x + 1}{Cx^2 + Dx + E} = \frac{x^2 - 2x + 3}{3}$$

[배점 3, 중하]

$$\textcircled{1} A = 1 \quad \textcircled{2} B = -6 \quad \textcircled{3} C = 4$$

$$\textcircled{4} D = -5 \quad \textcircled{5} E = 3$$

해설

$$\begin{aligned} \textcircled{1} & 4(x^2 - 3x) - (3x^2 - 6x + 7) \\ &= 4x^2 - 12x - 3x^2 + 6x - 7 \\ &= x^2 - 6x - 7 \end{aligned}$$

이 때, $Ax^2 + Bx - 7 = x^2 - 6x - 7$ 이므로,

$A = 1$, $B = -6$ 이다.

$$\begin{aligned} \textcircled{2} & \frac{2x^2 - 3x + 1}{Cx^2 + Dx + E} = \frac{x^2 - 2x + 3}{3} \\ &= \frac{3(2x^2 - 3x + 1)}{6} - \frac{2(x^2 - 2x + 3)}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3}{6} - \frac{2x^2 - 4x + 6}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3 - (2x^2 - 4x + 6)}{6} \\ &= \frac{6x^2 - 9x + 3 - 2x^2 + 4x - 6}{6} \\ &= \frac{4x^2 - 5x - 3}{6} \end{aligned}$$

이 때, $\frac{Cx^2 + Dx + E}{6} = \frac{4x^2 - 5x - 3}{6}$ 이므로,

$C = 4$, $D = -5$, $E = -3$ 이다.

15. $x = -2, y = 5$ 이 때, $\frac{6x^2y - 9x^5y^4}{3xy}$ 의 값을 구하시오. [배점 3, 중하]

- ① $-(a - 5b) = a + 5b$
 ② $-x(-3x + y) = 3x^2 - xy$
 ③ $2x(3x - 6) = 6x^2 - 6x$
 ④ $3x(2x - 3y) - 2y(x + y) = 6x^2 - 11xy - 2y^2$
 ⑤ $-x(x - y + 2) + 3y(2x + y + 4) = -x^2 + 7xy - 2x + 3y^2 + 12y$

해설

- ① $-(a - 5b) = -a + 5b$
 ③ $2x(3x - 6) = 6x^2 - 12x$

16. $x = -2, y = 5$ 이 때, $\frac{6x^2y - 9x^5y^4}{3xy}$ 의 값을 구하시오. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: -6004

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{6x^2y}{3xy} - \frac{9x^5y^4}{3xy} \right) &= 2x - 3x^4y^3 \\ 2x - 3x^4y^3 \text{ 이 } x = -2, y = 5 \text{ 일 때} &= 2 \times (-2) - 3 \times (-2)^4 \times 5^3 \\ &= -4 - 6000 \\ &= -6004 \end{aligned}$$

17. $A = 2x^2 + 3x - 2$ 이고 $-5x^2 + 3x + 2$ 이 때, $A - (2x^2 + 3x - 2)$ 의 값을 구하시오. [배점 4, 중중]

- ① $-3x^2 + 6x$ ② $-3x^2 - 6x$
 ③ $-x^2 + 9x - 2$ ④ $x^2 + 9x - 2$
 ⑤ $-x^2 - 9x - 2$

해설

$$\begin{aligned} A - (2x^2 + 3x - 2) &= -5x^2 + 3x + 2 \\ A &= -3x^2 + 6x \\ -5x^2 + 3x + 2 - 3x^2 + 6x + (2x^2 + 3x - 2) &= -x^2 + 9x - 2 \end{aligned}$$

18. $a = \frac{1}{7}, b = -\frac{1}{5}$ 이 때, $3(a + b) - (4ab^2 - 6a^2b) \div (-2ab)$ 의 값을 구하시오. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: -1

해설

$$(3a + 3b + 2b - 3a) \div 5b = 5b \div 5b = 1$$

19. $x - y = 2$ 이고 $a = 2^{3x}$, $b = 2^{3y}$ 이 $\frac{1}{4}$ 이고, $\frac{a}{b}$ 이 2° 이면 $\frac{a}{b}$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① $-6x + 4y - 2$ ② $-4x - 4y - 1$
 ③ $2x + 9y - 2$ ④ $8x - 6y + 7$
 ⑤ $10x - 11y + 10$

해설

$x - y = 2$ 이고 $A = \frac{1}{4}$ 이고

$$A + (2x - 5y + 3) = 6x - y + 4$$

$$A = (6x - y + 4) - (2x - 5y + 3) = 4x + 4y + 1$$

$$\therefore (4x + 4y + 1) - (2x - 5y + 3) = 2x + 9y - 2$$

20. $x + y + z = 0$ 이고 $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ 이 2° 이면 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① $-2x + \frac{3}{2}y$ ② $-8x^2 + 6xy + x$
 ③ $-\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y$ ④ $-2x + 6xy + 1$
 ⑤ $8x + 6y - 1$

해설

$$\frac{1}{2} \text{ 이고 } A = \frac{1}{4} \text{ 이고 } A \div 2x = -4x + 3y + \frac{1}{2}$$

$$\therefore A = \left(-4x + 3y + \frac{1}{2}\right) \times 2x = -8x^2 + 6xy + x$$

21. $x - y = 2$ 이고 $a = 2^{3x}$, $b = 2^{3y}$ 이 $\frac{1}{4}$ 이고, $\frac{a}{b}$ 이 2° 이면 $\frac{a}{b}$ 의 값은?
[배점 4, 중중]

- ① 8 ② 16 ③ 32
 ④ 64 ⑤ 128

해설

$$\frac{a}{b} = 2^{3x-3y} = 2^{3(x-y)} = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$$

22. $x + y + z = 0$ 이고 $x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$ 이 2° 이면 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z}$ 의 값은?
[배점 5, 중상]

- ① -3 ② -2 ③ -1 ④ 0 ⑤ 3

해설

$$\begin{aligned} & x\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) + y\left(\frac{1}{z} + \frac{1}{x}\right) + z\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) \\ &= \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{z} + \frac{y}{x} + \frac{z}{x} + \frac{z}{y} \\ &= \frac{x}{y} + \frac{x}{z} + \frac{y}{y} + \frac{y}{x} + \frac{x}{x} + \frac{y}{y} \\ &= \frac{1}{x}(y+z) + \frac{1}{y}(x+z) + \frac{1}{z}(x+y) \\ &= \frac{1}{x}(-x) + \frac{1}{y}(-y) + \frac{1}{z}(-z) \\ &= (-1) + (-1) + (-1) = -3 \end{aligned}$$

23.

$$a, b, c, d \in \mathbb{R} \mid \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} =$$

$$ad - bc \neq 0.$$

$$\text{이 때, } \begin{vmatrix} x+2y-3 & -\frac{3}{2} \\ y-x+1 & \frac{1}{2} \end{vmatrix} \text{의 값은?} \quad [\text{배점 5, 중상}]$$

- ① $x - \frac{5}{2}y - 3$ ② $x - \frac{3}{2}y - 2$
 ③ $x + \frac{3}{2}y - 1$ ④ $-x + \frac{5}{2}y$
 ⑤ $-x + \frac{7}{2}y$

해설

$$\begin{aligned} & (x+2y-3) \times \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \times (y-x+1) \\ &= \left(\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}y + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\ &= \frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2} + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \\ &= -x + \frac{5}{2}y \end{aligned}$$

24. $(x_1, y_1), (x_2, y_2) \in \mathbb{R}^2$ 에 대하여 $(x_1, y_1) \times$

$$(x_2, y_2) = x_1x_2 + x_1y_2 + y_1x_2 + y_1y_2$$

$$\text{이 때, } (2x, y) \times (-y, 3x) \text{의 값은?}$$

[배점 5, 중상]

- ① $-6x^2 + 2xy - y^2$ ② $-6x^2 + xy + 3y^2$
 ③ $2x^2 - xy - y^2$ ④ $6x^2 + xy - y^2$
 ⑤ $6x^2 - xy + 3y^2$

해설

$$\begin{aligned} & 2x \times (-y) + 2x \times 3x + y \times (-y) + y \times 3x \\ &= -2xy + 6x^2 - y^2 + 3xy \\ &= 6x^2 + xy - y^2 \end{aligned}$$

25. $(a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d)$

$$\text{의 값은?}$$

[배점 5, 중상]

- ① $2ad + 2bc$ ② $3ad + 3bc$ ③ $4ad + 4bc$
 ④ $3ad - 3bc$ ⑤ $4ad - 4bc$

해설

$$\begin{aligned} & (a+b+c-d)(-a+b+c+d) + (a+b-c+d)(a-b+c+d) \\ &= \{(b+c) + (a-d)\}\{(b+c) - (a-d)\} + \{(a+d) + (b-c)\}\{(a+d) - (b-c)\} \\ &= (b+c)^2 - (a-d)^2 + (a+d)^2 - (b-c)^2 \\ &= b^2 + 2bc + c^2 - a^2 + 2ad - d^2 + a^2 + 2ad + d^2 - b^2 + 2bc - c^2 \\ &= 4ad + 4bc \end{aligned}$$