실력 확인 문제

1. $A = \{a,\ i,\ u,\ e,\ o\}$ 일 때, $B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 의 개수는? [배점 2, 하하]

① 3 개 ② 7 개 ③ 15 개

④ 31 개 ⑤ 63 개

해설

$B \subset A$ 이고, $A \neq B$ 인 집합 B 는 집합 A 의 진부분집합이다.
따라서 집합 B 의 개수는 (집합 A 의 부분집합의 수) -1 (개)가 된다.
따라서 $2^5 - 1 = 32 - 1 = 31$ (개)이다.

2. 집합 $\{1,\ 3,\ 5\}$ 의 부분집합 중에서 원소 3 을 포함하지 않는 부분집합으로 옳은 것은? [배점 2, 하하]

① $\{1,\ 3\}$ ② $\{1,\ 5\}$

③ $\{2,\ 5\}$ ④ $\{1,\ 2,\ 5\}$

⑤ $\{1,\ 2,\ 3,\ 5\}$

해설

원소 3 을 제외한 $\{1,\ 5\}$ 의 부분집합을 구하면 $\varnothing$, $\{1\}$, $\{5\}$,$\{1,\ 5\}$ 이고, 그것이 원소 3 을 포함하지 않는 집합 $\{1,\ 3,\ 5\}$ 의 부분집합이다.

3. 다음 중 집합이 아닌 것을 고르면? [배점 2, 하하]

① 3 보다 작은 자연수의 모임

② 100 이하의 짝수의 모임

③ 아름다운 꽃의 모임

④ 6 의 약수의 모임

⑤ 반에서 키가 가장 큰 친구들의 모임

해설

주어진 조건에 알맞은 대상을 분명하게 구별할 수 있어야 하므로 3 번은 집합이 아니다.

4. $A = \{x | x$는 20 이하의 3의 배수$\}$ 일 때, 집합 A 를 원소나열법으로 나열한 것으로 옳은 것은? [배점 2, 하하]

① $A = \{3,\ 6,\ 9\}$

② $A = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 18\}$

③ $A = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18\}$

④ $A = \{3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11,\ 13,\ 15,\ 17,\ 19\}$

⑤ $A = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ 21,\ 24,\ 27,\ 30\}$

해설

20 보다 작은 3 의 배수는 3, 6, 9, 12, 15, 18 이다. 이것이 집합 A 의 원소가 된다. 원소나열법은 집합에 속한 모든 원소를 { } 안에 나열하는 방법이므로, 이 원소들을 그대로 나열하면 된다.

5. 두 집합 $A = \{a,\ b,\ \square\}, B = \{b,\ c,\ \triangle\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $\square$, $\triangle$ 안에 각각 들어갈 알파벳을 차례로 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: c

▷ 정답: a

해설

$A = B$ 이면 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 한다.
집합 A 의 $\square = c$ 이고, 집합 B 의 $\triangle = a$ 이다.

6. 집합 $A = \{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$ 에 대하여 a 와 b 를 반드시 포함하고 c 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 4 개

해설

$2^{5-3} = 2^2 = 4$ (개)

7. 집합 $A = \{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15\}$ 에 대하여 12 를 반드시 포함하고 15 를 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 8 개

해설

$2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

8. 다음 중 무한집합을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

① $\{x|x$는 7의 배수$\}$

② $\{x|x$는 2의 약수$\}$

③ $\left\{\frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{5}\cdots\right\}$

④ $\{2,\ 4,\ 6,\ 8,\ 10,\ \cdots,\ 2000\}$

⑤ $\{x|x$는 30보다 작은 5의 배수$\}$

해설

① $\{7,\ 14,\ 21,\ 28,\ \cdots\}$ → 무한집합
② $\{1,\ 2\}$ → 유한집합
③ 무한집합
④ 유한집합
⑤ $\{5,\ 10,\ 15,\ 20,\ 25\}$ → 유한집합

9. 다음 중에서 집합인 것을 모두 고르면? (정답 2 개)
[배점 2, 하중]

① 10보다 작은 짝수의 모임

② 눈이 큰 사람의 모임

③ 애국가 1 절의 모임

④ 착한 사람의 모임

⑤ 키가 큰 사람의 모임

해설

① 2, 4, 6, 8이므로 집합이다.
② '큰'이라는 단어가 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
③ '애국가 1 절' 이라는 명확한 기준이 있으므로 집합이다.
④ '착한' 이라는 단어는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.
⑤ '키가 크다' 는 기준이 명확하지 않으므로 집합이 아니다.

10. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 의 부분집합의 개수가 8 개일 때, 자연수 n 의 값은? [배점 3, 하상]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$2^n = 8 \ \therefore n = 3$

11. 집합 $A = \{2, 4, 6, 8\}$ 의 부분집합 중 원소 6 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 부분집합은 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1 개

해설

$\{2, 4, 8\}$ 의 부분집합 중 원소의 개수가 3 개인 것은 $\{2, 4, 8\}$ 의 1 개이므로, 원소 6 을 반드시 포함하고 원소의 개수가 4 개인 A 의 부분집합은 $\{2, 4, 6, 8\}$ 의 1 개이다.

12. 집합 $A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이라 할 때, 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고른 것은?

㉠ $\varnothing \subset A$	㉡ $\{3, 5, 7\} \subset A$
㉢ $1 \in A$	㉣ $2 \in A$
㉤ $\{2\} \in A$	

[배점 3, 하상]

① ㉠ ② ㉢
③ ㉢, ㉤ ④ ㉠, ㉢, ㉤
⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉤

해설

㉢ $1 \notin A$
㉤ $\{2\} \notin A$

13. 다음 중 부분집합의 개수가 다른 집합은?

[배점 3, 하상]

① $\{0,\ 2,\ 4\}$ ② $\{\text{ㄱ},\ \text{ㄷ},\ 2\}$

③ $\{\varnothing,\ a,\ e\}$ ④ $\{a,\ b,\ c,\ d\}$

⑤ $\{3,\ 6,\ z\}$

해설

① $2^3 = 8$ (개)
② $2^3 = 8$ (개)
③ $2^3 = 8$ (개)
④ $2^4 = 16$ (개)
⑤ $2^3 = 8$ (개)

14. 다음 중 부분집합의 개수가 8 개인 집합은?

[배점 3, 하상]

① $\{0,\ 2\}$ ② $\{\text{ㄱ},\ \text{ㄷ}\}$

③ $\{\varnothing,\ a,\ e\}$ ④ $\{a,\ b,\ c,\ d,\ e\}$

⑤ $\{3,\ 6,\ 9,\ 12,\ \cdots\}$

해설

① $2^2 = 4$ (개)
② $2^2 = 4$ (개)
③ $2^3 = 8$ (개)
④ $2^5 = 32$ (개)
⑤ 무수히 많다.

15. 다음 보기 중 집합은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ 우리나라의 놀이공원의 모임

㉡ 머리가 긴 가수들의 모임

㉢ 10에 가까운 수들의 모임

㉣ 큰 자동차들의 모임

㉤ 1보다 작은 자연수의 모임

㉥ 6의 배수의 모임

[배점 3, 하상]

① 1개 ② 2개 ③ 3개

④ 4개 ⑤ 5개

해설

㉡ '긴' 이라는 단어가 명확한 기준이 없으므로 집합이 될 수 없다.
㉢ '가까운' 이라는 단어는 애매하므로 집합이 될 수 없다.
㉣ '큰' 이라는 단어는 사람에 따라 그 기준이 달라지므로 집합이 될 수 없다.

16. 두 집합 A, B 가 다음과 같을 때, $n(A)+n(B)$ 의 값을 구하여라.

$A = \{x \mid x\text{는 } 20\text{의 약수}\},\ B = \{x \mid x\text{는 } 110 \text{ 미만인 } 5\text{의 배수}\}$

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 27

해설

$A = \{1, 2, 4, 5, 10, 20\}$, $B = \{5, 10, 15, 20, \cdots, 105\}$ 이므로

$n(A) = 6,\ n(B) = 21$

$\therefore n(A) + n(B) = 27$

17. 집합 $A = \{1, 2, \cdots, n\}$ 에서 1 을 포함하지 않는 부분집합의 개수가 8 개라고 할 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$2^{(1\text{을 제외한 원소의 개수})} = 2^{n-1} = 8 = 2^3 \quad \therefore n = 4$

18. 5 이상 10 미만의 자연수의 집합을 A 라고 할 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개)

[배점 3, 중하]

① $5 \notin A$ ② $7 \notin A$ ③ $8.5 \notin A$

④ $9 \in A$ ⑤ $10 \in A$

해설

집합 A 의 원소는 5, 6, 7, 8, 9 이므로 $8.5 \notin A$ 이고 $9 \in A$ 이다.

19. $n(\{x|x\text{는 윷놀이의 명칭}\}) + n(\{0\}) - n(\varnothing)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

윷놀이의 명칭은 '도, 개, 걸, 윷, 모' 의 5 개이고, $n(\{0\}) = 1$, $n(\varnothing) = 0$ 이므로 $n(\{x|x\text{는 윷놀이의 명칭}\}) + n(\{0\}) - n(\varnothing) = 5 + 1 - 0 = 6$ 이다.

20. 두 집합 $A = \{a - 3, 2, 6, 7\}$, $B = \{1, 2, 3b, 2a - 1\}$ 에 대하여 $A \subset B$, $B \subset A$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다

$a - 3 = 1$

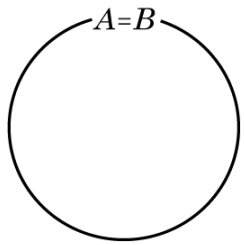
$\therefore\ a = 4$

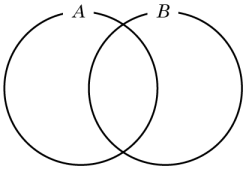
$B = \{1, 2, 3b, 7\}$

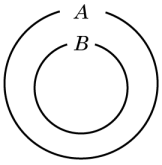
$3b = 6$

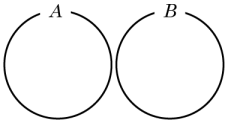
$\therefore\ b = 2$

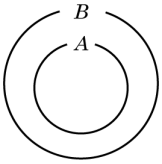
21. $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, 두 집합 A, B 를 벤 다이어그램으로 바르게 나타낸 것은? [배점 3, 중하]

① 

② 

③ 

④ 

⑤ 

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다. 두 집합 A, B 의 원소가 모두 같다.

22. $A = \{x \mid x$는 홀수$\}$, $B = \{x \mid x$는 5의 약수$\}$, $C = \{x \mid x$는 자연수$\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $C \subset A \subset B$ ② $A \subset B \subset C$

③ $B \subset A \subset C$ ④ $C \subset B \subset A$

⑤ $A \subset C \subset B$

해설

$A = \{1, 3, 5, \cdots\}$, $B = \{1, 5\}$, $C = \{1, 2, 3, \cdots\}$
따라서 ③ $B \subset A \subset C$

23. $\{x \mid x$는 4의 약수$\} \subset X \subset \{x \mid x$는 12의 약수$\}$ 를 만족하는 집합 X 는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

① 2 개 ② 4 개 ③ 6 개

④ 8 개 ⑤ 10 개

해설

$\{1, 2, 4\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
집합 X 는 원소1, 2, 4 를 반드시 포함하는 $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 의 부분집합이므로
그 개수는 $2^3 = 8$ (개) 이다.

24. 집합 $A = \{x|x$는 20 이하의 홀수$\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수는 포함하지 않는 부분집합의 개수는? [배점 4, 중중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, \cdots, 19\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 15 는 반드시 포함하고, 소수 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19 는 포함하지 않는 부분집합의 개수는

$2^{10-2-7} = 2^1 = 2$(개)

25. 집합 $A = \{x|x$는 10 이하의 홀수$\}$ 의 부분집합 중에서 3 의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 의 부분집합 중 원소 1, 3 을 모두 포함하는 부분집합의 개수는

$2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)