

실력 확인 문제

1. $x = \frac{a}{2}, y = \frac{2b}{3}$ 일 때, $2ax - 3by$ 를 a 와 b 에 관한 식으로 나타내면? [배점 3, 하상]

- ① $2a - 2b$ ② $2a - 3b$ ③ $a^2 - 2b^2$
 ④ $a^2 - b^2$ ⑤ $2a^2 - 3b^2$

해설

$$x = \frac{a}{2}, y = \frac{2b}{3} \text{를 식 } 2ax - 3by \text{에 대입하면}$$

$$2a \times \frac{a}{2} - 3b \times \frac{2b}{3} = a^2 - 2b^2$$

해설

$$V = a(1 + \frac{t}{273})$$

$$V = a + \frac{at}{273}$$

$$273V = 273a + at$$

$$\therefore 273V - 273a = at$$

$$273a = 273V - at$$

$$\therefore a = \frac{273V - at}{273}$$

$$273V - 273a = at$$

$$\therefore t = \frac{273V - 273a}{a}$$

$$273V = 273a + at$$

$$273V - 273a = at$$

$$273(V - a) = at$$

$$\therefore 273 = \frac{at}{V - a}$$

2. 다음 식 중 나머지 넷과 다른 하나는? [배점 3, 중하]

- ① $V = a(1 + \frac{t}{273})$ ② $273V - 273a = at$
 ③ $a = \frac{273V - at}{273}$ ④ $\frac{at}{a - V} = 273$
 ⑤ $t = \frac{273V - 273a}{a}$

3. $A = x - y, B = -2x + y$ 일 때, $3A - [2B - A - \{3B - (2A - B)\}] = ax + by$ 이다. $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 0 ② 2 ③ -2 ④ 4 ⑤ -4

해설

$$3A - [2B - A - \{3B - (2A - B)\}]$$

$$= 3A - \{2B - A - (3B - 2A + B)\}$$

$$= 3A - (2B - A + 2A - 4B)$$

$$= 3A - (A - 2B)$$

$$= 2A + 2B \text{ 이다.}$$

$$A = x - y, B = -2x + y \text{를 대입하면}$$

$$2(x - y) + 2(-2x + y) = -2x$$

$$a = -2, b = 0 \quad \therefore a + b = -2$$

4. $5x - 3y - 7 = -x + 9y - 1$ 일 때, $-5x + 2y - 1$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay + b$ 라고 한다. $a + b$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① -14 ② -10 ③ -5 ④ 10 ⑤ 14

해설

$5x - 3y - 7 = -x + 9y - 1$, $6x = 12y + 6$, $x = 2y + 1$ 을 대입하면,

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= -5(2y + 1) + 2y - 1 \\ &= -10y - 5 + 2y - 1 \\ &= -8y - 6 \end{aligned}$$

$$\therefore a + b = -14$$

5. $x = \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{y}}}$ 일 때, y 를 x 에 관하여 풀어라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: $y = -x + 1$

해설

$$\begin{aligned} x &= \frac{1}{1 - \frac{1}{1 - \frac{1}{y}}} = \frac{1}{1 - \frac{y}{y-1}} = \frac{1}{\frac{(y-1)-y}{y-1}} \\ &= \frac{y-1}{-1} = -y + 1 \end{aligned}$$

$x = -y + 1$ 에서 y 를 x 에 관하여 풀면 $y = -x + 1$ 이다.

6. $a + b + c = 1$, $a^2 + b^2 + c^2 = \frac{3}{2}$, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 일 때, abc 의 값은? [배점 5, 중상]

① -1 ② $-\frac{1}{2}$ ③ $-\frac{1}{3}$
④ $-\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{5}$

해설

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$ 의 양변에 abc 를 곱하면

$$ab + bc + ca = abc$$

$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2(ab + bc + ca)$ 이므로

$$1 = \frac{3}{2} + 2(ab + bc + ca)$$

$$\therefore ab + bc + ca = abc = -\frac{1}{4}$$

7. $\frac{2x - y}{3x + 4y} = \frac{1}{3}$ 일 때 $\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + 3$ 을 y 에 관한 식으로 나타내면 $ay + b$ 이다. $9a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 23

해설

$$\frac{2x - y}{3x + 4y} = \frac{1}{3}$$

$$6x - 3y = 3x + 4y$$

$$3x = 7y$$

$$\therefore x = \frac{7}{3}y$$

$$\frac{2}{3}x + \frac{2}{3}y + 3 = \frac{14}{9}y + \frac{2}{3}y + 3 = \frac{20}{9}y + 3$$

$$\therefore a = \frac{20}{9}, b = 3 \therefore 9a + b = 23$$

8. $\frac{5a-3b}{3} - \frac{3a+5b}{4} = 2a-b$ 를 a 에 관하여 풀면?

[배점 5, 중상]

- ① $a = 3b$ ② $a = -3b$ ③ $a = \frac{1}{3}b$
 ④ $a = \frac{3}{b}$ ⑤ $a = -\frac{3}{b}$

해설

$$\begin{aligned}\frac{5a-3b}{3} + \frac{3a+5b}{4} &= 2a-b \\ 4(5a-3b) + 3(3a+5b) &= 24a-12b \\ 5a &= -15b \\ \therefore a &= -3b\end{aligned}$$

9. $a+b+c=1$ 일 때, $\frac{b+c}{(1-a)^2} + \frac{a+c}{(1-b)^2} + \frac{a+b}{(1-c)^2} - \frac{ab+ac}{(1-a)^2} - \frac{ab+bc}{(1-b)^2} - \frac{ac+bc}{(1-c)^2}$ 의 값을 구하여라. (단, $a \neq 1, b \neq 1, c \neq 1$)

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$$\begin{aligned}&\frac{b+c}{(1-a)^2} + \frac{a+c}{(1-b)^2} + \frac{a+b}{(1-c)^2} \\&- \frac{ab+ac}{(1-a)^2} - \frac{ab+bc}{(1-b)^2} - \frac{ac+bc}{(1-c)^2} \\&= \frac{b+c-a(b+c)}{(1-a)^2} + \frac{a+c-b(a+c)}{(1-b)^2} + \\&\quad \frac{a+b-c(a+b)}{(1-c)^2} \\&= \frac{(b+c)(1-a)}{(1-a)^2} + \frac{(a+c)(1-b)}{(1-b)^2} + \\&\quad \frac{(a+b)(1-c)}{(1-c)^2} \\&= \frac{b+c}{1-a} + \frac{a+c}{1-b} + \frac{a+b}{1-c} \dots \textcircled{1} \\&a+b+c=1 \text{ 이므로} \\&b+c=1-a, a+c=1-b, a+b=1-c \text{ 이고,} \\&\text{이 식들을 식 } \textcircled{1} \text{에 대입하면,} \\&\frac{b+c}{1-a} + \frac{a+c}{1-b} + \frac{a+b}{1-c} \\&= \frac{1-a}{1-a} + \frac{1-b}{1-b} + \frac{1-c}{1-c} \\&= 1+1+1=3\end{aligned}$$

10. $\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 일 때, $\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -3

해설

$\frac{1}{(x-y)} = \frac{z}{y^2-x^2}$ 의 양변에 $x-y$ 를 곱하면

$$1 = \frac{z}{-(x-y)(x+y)} \times (x-y) = \frac{z}{-(x+y)}$$

$$\therefore x+y+z=0 \cdots \textcircled{1}$$

$$\frac{yz+zx}{xy} + \frac{zx+xy}{yz} + \frac{xy+yz}{zx}$$

$$= \left(\frac{z}{x} + \frac{z}{y} \right) + \left(\frac{x}{y} + \frac{x}{z} \right) + \left(\frac{y}{z} + \frac{y}{x} \right)$$

$$= \frac{y+z}{x} + \frac{x+z}{y} + \frac{x+y}{z} \quad (\textcircled{1} \text{을 대입})$$

$$= \frac{-x}{x} + \frac{-y}{y} + \frac{-z}{z} = -1 - 1 - 1 = -3$$