

# 단원 종합 평가

1. 다음 계산 중 옳은 것을 모두 고르면?

[배점 3, 중하]

①  $-(a - 5b) = a + 5b$

②  $-x(-3x + y) = 3x^2 - xy$

③  $2x(3x - 6) = 6x^2 - 6x$

④  $3x(2x - 3y) - 2y(x + y) = 6x^2 - 11xy - 2y^2$

⑤  $-x(x - y + 2) + 3y(2x + y + 4) = -x^2 + 7xy - 2x + 3y^2 + 12y$

해설

①  $-(a - 5b) = -a + 5b$

③  $2x(3x - 6) = 6x^2 - 12x$

2. 다음 보기 중 이차식은 모두 몇 개 인가?

보기

㉠  $4x^2 - 5x$

㉡  $x(4x - 4) + 2 - 4x^2$

㉢  $\frac{1}{x^2} - x$

㉣  $(2 - 4x + 3x^2) - 2(x^2 - 4x + 1)$

㉤  $\left(\frac{1}{2}x^2 + 4x - 1\right) - \left(-1 - 4x - \frac{1}{3}x^2\right)$

[배점 3, 중하]

① 1 개

② 2 개

③ 3 개

④ 4 개

⑤ 5 개

해설

식에서 가장 높은 차수가 이차식이어야 한다.

㉠.  $4x^2 - 5x \rightarrow$  이차식이다.

㉡.

$$x(4x - 4) + 2 - 4x^2 = 4x^2 - 4x + 2 - 4x^2 = -4x + 2$$

$\rightarrow$  계산을 하면 이차항이 소거된다.

㉢.  $\frac{1}{x^2} - x \rightarrow$  이차항이 분모에 있으므로 이차식이 아니다.

㉣.

$$(2 - 4x + 3x^2) - 2(x^2 - 4x + 1) = 2 - 4x + 3x^2 - 2x^2 + 8x - 2 = x^2 + 4x$$

$\rightarrow$  이차식이다.

㉤.

$$\begin{aligned} & \left(\frac{1}{2}x^2 + 4x - 1\right) - \left(-1 - 4x - \frac{1}{3}x^2\right) \\ &= \frac{1}{2}x^2 + 4x - 1 + 1 + 4x + \frac{1}{3}x^2 \\ &= \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^2 + 8x \\ &= \frac{3}{6}x^2 + \frac{2}{6}x^2 + 8x \\ &= \frac{5}{6}x^2 + 8x \end{aligned}$$

$\rightarrow$  이차식이다.

3.  $(4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy$  를 간단히 할 때, 상수항을 포함한 모든 계수의 합을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$$\begin{aligned}
& (4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{1}{2}xy \\
&= (4xy - x^3y - 3xy^2) \div \frac{xy}{2} \\
&= (4xy - x^3y - 3xy^2) \times \frac{2}{xy} \\
&= 8 - 2x^2 - 6y
\end{aligned}$$

$x^2$ 의 계수  $-2$ ,  $y$ 의 계수  $-6$ , 상수항  $8$   
이들의 합을 구하면  $-2 - 6 + 8 = 0$ 이다.

4. 상수  $a, b$ 에 대하여  $3x - 5y - \{y - 2(2x + 3y)\} = ax + by$  일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 7

해설

$$\begin{aligned}
& 3x - 5y - \{y - 2(2x + 3y)\} \\
&= 3x - 5y - (y - 4x - 6y) \\
&= 3x - 5y - (-4x - 5y) \\
&= 3x - 5y + 4x + 5y \\
&= 3x + 4x - 5y + 5y \\
&= (3 + 4)x + (-5 + 5)y \\
&= 7x
\end{aligned}$$

이므로  $a = 7, b = 0$ 이다.

$$\therefore a + b = 7 + 0 = 7$$

5.  $\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b = \frac{64x^{15}}{y^{3c}}$  일 때,  $a + b + c$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① 6    ② 7    ③ 8    ④ 9    ⑤ 10

해설

$$\begin{aligned}
\left(\frac{4x^a}{y}\right)^b &= \frac{4^b x^{ab}}{y^b} = \frac{4^3 x^{15}}{y^{3c}} \text{ 이므로} \\
b &= 3, ab = 15 \text{ 이므로 } a = 5 \text{ 이다.} \\
b &= 3c \text{ 이므로 } c = 1 \text{ 이다.} \\
\therefore a + b + c &= 5 + 3 + 1 = 9
\end{aligned}$$

6.  $3^4 = A$ 라 할 때, 다음 중  $9^3 \div 9^7$ 의 값과 같은 것은?

[배점 4, 중중]

- ①  $A$                       ②  $A^2$                       ③  $A^3$   
④  $\frac{1}{A}$                       ⑤  $\frac{1}{A^2}$

해설

$$9^3 \div 9^7 = \frac{1}{9^4} = \frac{1}{(3^2)^4} = \frac{1}{(3^4)^2} = \frac{1}{A^2} \text{ 이다.}$$

7.  $\frac{1}{3}x^2 + 2 - \left[\frac{2}{3}x^2 + \left\{x - \left(\frac{1}{2}x^2 - 3\right)\right\}\right] = ax^2 + bx + c$

에서 상수  $a, b, c$ 의 합  $a + b + c$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ①  $-2$                       ②  $-\frac{11}{6}$                       ③  $\frac{1}{6}$   
④  $\frac{5}{6}$                       ⑤  $1$

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}x^2 + 2 - \left[ \frac{2}{3}x^2 + \left\{ x - \left( \frac{1}{2}x^2 - 3 \right) \right\} \right] \\ &= \frac{1}{3}x^2 + 2 - \left( \frac{2}{3}x^2 + x - \frac{1}{2}x^2 + 3 \right) \\ &= \frac{1}{3}x^2 + 2 - \frac{2}{3}x^2 - x + \frac{1}{2}x^2 - 3 \\ &= \frac{1}{6}x^2 - x - 1 \\ \therefore a + b + c &= \frac{1}{6} + (-1) + (-1) = -\frac{11}{6} \end{aligned}$$

8.  $a = \frac{1}{7}, b = -\frac{1}{5}$  일 때,  $3(a+b) - (4ab^2 - 6a^2b) \div (-2ab)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: -1

해설

$$(준식) = 3a + 3b + 2b - 3a = 5b = -1$$

9.  $(x+1)(x+2)(x-3)(x-4)$ 의 전개식에서  $x^2$ 의 계수는?  
[배점 4, 중중]

- ① -12      ② -7      ③ 3  
④ 6      ⑤ 8

해설

$$\begin{aligned} & (x+1)(x+2)(x-3)(x-4) \\ &= \{(x+1)(x-3)\}\{(x+2)(x-4)\} \\ &= (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8) \\ & x^2 \text{이 나오는 항은 } -8x^2 + 4x^2 - 3x^2 \text{이다.} \\ & \text{따라서, } x^2 \text{의 계수는 } -7 \text{이다.} \end{aligned}$$

10.  $x^A \times x^5 = x^7, (x^3)^4 \div x^B = x^7$  일 때,  $A+B$ 의 값은?  
[배점 5, 중상]

- ① 3      ② 5      ③ 7      ④ 9      ⑤ 11

해설

$$\begin{aligned} x^A \times x^5 &= x^7 \\ A + 5 &= 7 \quad \therefore A = 2 \\ (x^3)^4 \div x^B &= x^7 \\ x^{12} \div x^B &= x^7 \\ 12 - B &= 7 \quad \therefore B = 5 \\ \therefore A + B &= 2 + 5 = 7 \end{aligned}$$

11.  $\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^p y^q = \frac{16y}{9x^2}$  일 때,  $p+q$ 의 값을 구하여라.  
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$$\left(-\frac{4}{3}xy^3\right)^2 \times 4xy \div 4x^p y^q = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^2 y^6 \times 4xy \times \frac{1}{4x^p y^q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$\frac{16}{9}x^{3-p} y^{7-q} = \frac{16y}{9x^2}$$

$$3-p = -2 \quad \therefore p = 5$$

$$7-q = 1 \quad \therefore q = 6$$

$$\therefore p + q = 11$$

12.  $5^a \times 9 = 225$ ,  $3 \times 2^b = 192$  일 때,  $a \times b$  를 구하여라.  
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$$225 \text{ 를 소인수분해 해보면 } 3^2 \times 5^2 = 5^a \times 9 = 5^a \times 3^2$$

$$192 \text{ 를 소인수분해 해보면 } 3 \times 2^6 = 3 \times 2^b$$

$$\therefore a = 2, b = 6$$

13.  $A = x(2x + 1)$ ,  $B = (8x^3 + 2x^2 - 6x) \div (-2x)$ ,  $C = (2x^4 y^2)^3 \div (2x^5 y^3)^2$  이다.  $A - [2B - \{A + (B + C)\}]$  를 간단히 하였을 때 각 항의 계수와 상수항의 합을 구하면?  
[배점 5, 중상]

- ① 10    ② 11    ③ 12    ④ 13    ⑤ 14

해설

$$A = 2x^2 + x, B = -4x^2 - x + 3, C = 2x^2$$

$$A - [2B - \{A + (B + C)\}]$$

$$= 2A - B + C$$

$$= 2(2x^2 + x) - (-4x^2 - x + 3) + 2x^2$$

$$= 4x^2 + 2x + 4x^2 + x - 3 + 2x^2$$

$$= 10x^2 + 3x - 3$$

$$\therefore 10 + 3 + (-3) = 10$$

14.  $(3x - 2y + 4z)(2x - 3y - z)$  를 전개하였을 때,  $xy$  의 계수를  $A$ ,  $xz$  의 계수를  $B$  라 할 때,  $A + B$  의 값은?  
[배점 5, 중상]

- ① -8                      ② -13                      ③ -18  
④ 5                        ⑤ 8

해설

$$(3x - 2y + 4z)(2x - 3y - z) \text{ 에서}$$

$$xy \text{ 의 계수: } 3x \times (-3y) + (-2y) \times 2x = -13xy \cdots \therefore A = -13$$

$$xz \text{ 의 계수: } 3x \times (-z) + 4z \times 2x = 5xz \cdots \therefore B = 5$$

$$\therefore A + B = -8$$

15. 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는? [배점 5, 중상]

- ①  $(2x - \frac{1}{3}y)^2$
- ②  $(\frac{1}{3}y - 2x)^2$
- ③  $\left\{-\left(2x - \frac{1}{3}y\right)\right\}^2$
- ④  $-\left(-\frac{1}{3}y + 2x\right)^2$
- ⑤  $\left(2x + \frac{1}{3}y\right)^2 - \frac{8}{3}xy$

해설

①, ②, ③, ⑤ :  $4x^2 - \frac{4}{3}x + \frac{1}{9}y^2$   
 ④ :  $-4x^2 + \frac{4}{3}x - \frac{1}{9}y^2$

16.  $16^3 \div 4^n = 8^{-2}$  일 때,  $n$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$16^3 \div 4^n = 8^{-2}$   
 $2^{12} \div 4^n = 2^{-6}$   
 $4^n = 2^{18} = 4^9$   
 $\therefore n = 9$

17.  $f(x) = 3^x$  이라고 할 때,  안에 알맞은 수를 구하여라.

$f(2) \times f(-3) \div f(5) = f(\text{□})$  [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: -6

해설

$f(2) \times f(-3) \div f(5) = 3^2 \times 3^{-3} \div 3^5$   
 $= 3^{-6} = f(-6)$

18.  $-2(2x - y - \text{□}) + 4) - 4y = -2x - 4y - 8$  일 때,  안에 알맞은 식을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답:  $x - y$

해설

양변에  $4y$  를 더하면

$-2(2x - y - \text{□}) + 4) - 4y = -2x - 8$

$\therefore 2x - y - \text{□} + 4 = x + 4$

$\therefore \text{□} = x - y$

19.  $x + y + z = 4$ ,  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ ,  $xyz = 12$  일 때,  $x^3 + y^3 + z^3$  의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

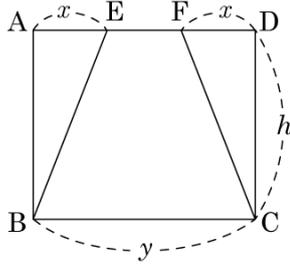
▶ 답:

▷ 정답: 10

해설

$$\begin{aligned}
 & x^2 + y^2 + z^2 \\
 &= (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) \\
 &= 4^2 - 2(xy + yz + zx) = 1 \\
 \therefore xy + yz + zx &= \frac{15}{2} \\
 \therefore x^3 + y^3 + z^3 \\
 &= (x + y + z) \{x^2 + y^2 + z^2 - (xy + yz + zx)\} + 3xyz \\
 &= 4\left(1 - \frac{15}{2}\right) + 36 = 10
 \end{aligned}$$

20. 다음 그림에서 □ABCD는 직사각형이다. □EBCF의 넓이를 S라 할 때, h를 S, x, y의 식으로 나타내어라. (단,  $\overline{AE} = \overline{FD} = x$ ,  $\overline{BC} = y$ ,  $\overline{CD} = h$ )



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답:  $h = \frac{S}{y-x}$

해설

$$S = \frac{(y - 2x + y)h}{2} \Rightarrow h = \frac{S}{y - x}$$

21.  $(ax^3 - x^2 + 3x - 1)(2x^3 + bx^2 + 4)$ 를 전개하였을 때,  $x^2$ 의 계수는 1,  $x^3$ 의 계수는 -1이다. 이때, a, b의 값을 각각 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 4$

▷ 정답:  $b = -5$

해설

주어진 식에서  $x^2$  항은  $-4x^2 - bx^2 = (-4 - b)x^2$  즉,  $-4 - b = 1 \quad \therefore b = -5$   
 $x^3$  항은  $4ax^3 + 3bx^3 - 2x^3 = (4a + 3b - 2)x^3$  따라서  $4a + 3b - 2 = -1$  이므로  $a = 4$ 이다. 따라서  $a = 4, b = -5$ 이다.

22. 네 개의 수 a, b, c, d에 대하여  $\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ad - bc$ 로 정의한다.  $A = x + 1, B = -2x + 3$ 이고,  $\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} =$

$\begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$ 일 때, 상수 p, q의 값을 각각 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $p = -1$

▷ 정답:  $q = 1$

해설

$$\begin{pmatrix} A & B \\ B & A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B & pA \\ A & -qB \end{pmatrix}$$

$$A^2 - B^2 = -qB^2 - pA^2$$

$$(1+p)A^2 = (1-q)B^2$$

$$A = x + 1, B = -2x + 3 \text{ 이므로}$$

$$(1+p)(x+1)^2 = (1-q)(-2x+3)^2 \text{ 이다.}$$

$$(1+p)x^2 + (2+2p)x + (p+1)$$

$$= (4-4q)x^2 + (-12+12q)x + (9-9q)$$

$$1+p = 4-4q \Rightarrow p = 3-4q \dots \textcircled{1}$$

$$2+2p = -12+12q \Rightarrow 2p-12q = -14$$

$$\Rightarrow p-6q = -7 \dots \textcircled{2}$$

$$p+1 = 9-9q \Rightarrow p+9q = 8 \dots \textcircled{3}$$

①, ②, ③ 어떤 식에 대입해도 상관없으므로 ①

식을 ②식에 대입하면

$$3-4q-6q = -7, q = 1 \dots \textcircled{4}$$

④를 ①식에 대입하면

$$p = 3-4 \times 1 = -1 \text{ 따라서 } p = -1, q = 1$$

23. a%의 설탕물 xg에 yg의 물을 더 부어 b%의 설탕물이 되었다. y를 a, b, x에 관한 식으로 나타내어라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 정답:  $y = \frac{ax}{b} - x$

해설

$$\frac{a \times x}{100} = \frac{b \times (x+y)}{100}$$

$$ax = b(x+y)$$

$$x+y = \frac{ax}{b}$$

$$y = \frac{ax}{b} - x$$

24. 함수  $f(x) = \frac{1+3^x}{3^x}$  이고,  $3^a \times 2f(1)f(2)f(4)f(8) + b = 3^c$  일 때, a, b, c의 값을 각각 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: a = 16

▷ 정답: b = 3

▷ 정답: c = 17

해설

$$f(x) = \frac{1+3^x}{3^x} = 1 + \frac{1}{3^x}$$

$$3^a \times 2f(1)f(2)f(4)f(8) + b = 3^c \text{ 에서}$$

$$2f(1)f(2)f(4)f(8) = \frac{3^c - b}{3^a}$$

$$f(1)f(2)f(4)f(8)$$

$$= \left(1 + \frac{1}{3^1}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right) \left(1 + \frac{1}{3^4}\right) \left(1 + \frac{1}{3^8}\right)$$

$$= \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 + \frac{1}{3^1}\right) \left(1 + \frac{1}{3^2}\right)$$

$$\times \left(1 + \frac{1}{3^4}\right) \left(1 + \frac{1}{3^8}\right)$$

$$= \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{16}}\right) = \frac{3^{17} - 3}{2 \times 3^{16}}$$

$$2f(1)f(2)f(4)f(8) = \frac{3^c - b}{3^a} = \frac{3^{17} - 3}{3^{16}}$$

$$\therefore a = 16, b = 3, c = 17$$

25.  $x^3 + ax^2 + bx + 13$  을  $(x-6)(x+1)$  로 나눈 나머지가  $x+1$  일 때, 상수  $a, b$  의 값을 각각 구하여라.

[배점 6, 상중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = -7$

▷ 정답:  $b = 5$

해설

$x^3 + ax^2 + bx + 13$  을  $(x-6)(x+1)$  로 나눈 몫을  $x+p$  라 하면

$$x^3 + ax^2 + bx + 13$$

$$= (x-6)(x+1)(x+p) + x+1$$

$$= x^3 + (p-5)x^2 + (-5p-5)x - 6p+1$$

계수를 비교해보면

$$a = p - 5$$

$$b = -5p - 5$$

$$13 = -6p + 1 \text{ 에서 } p = -2 \text{ 이므로}$$

$$\therefore a = -7, b = 5$$