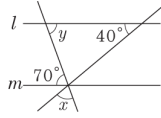


단원 종합 평가

1. 다음 그림에서 $l \parallel m$ 일 때, $\angle x$ 와 $\angle y$ 의 크기를 각각 구하여라.



[배점 3, 중하]

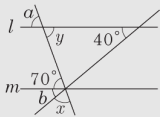
▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $\angle x = 70^\circ$

▶ 정답 : $\angle y = 70^\circ$

해설

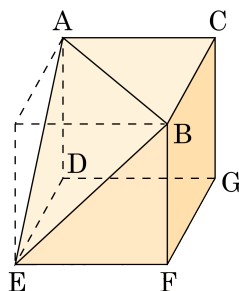


$\angle a = 70^\circ$ (동위각)이므로 $y = 70^\circ$

$\angle b = 40^\circ$ (동위각)이므로 $70^\circ + 40^\circ + x = 180^\circ$

$\angle x = 70^\circ$

2. 다음 그림과 같은 입체도형에서 $\overline{AB}$ 를 포함하는 평면을 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : 면 ABC

▶ 정답 : 면 ABE

해설

면 ABC와 면 ABE는 선분 AB를 포함하고 있다.

3. 다음 도형 중 서로 합동이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

① 넓이가 같은 두 삼각형

② 넓이가 같은 두 정사각형

③ 넓이가 같은 두 원

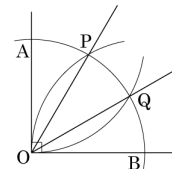
④ 둘레의 길이가 같은 두 마름모

⑤ 한 변의 길이가 같은 두 정삼각형

해설

넓이가 같거나 한 변의 길이가 같은 정사각형, 원, 정삼각형은 합동이다.

4. 다음 그림은 직각인 $\angle AOB$ 를 삼등분한 것이다. $\angle OPQ$ 의 크기를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 75°

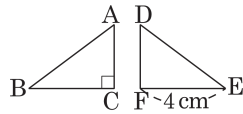
해설

$$\angle POQ = \frac{1}{3}\angle R = 30^\circ$$

$$\overline{OP} = \overline{OQ} \text{ 이므로 } \angle OPQ = \angle OQP$$

$$\therefore \angle OPQ = (180^\circ - 30^\circ) \div 2 = 75^\circ$$

5. 다음 그림에서 $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$ 이다. $\triangle ABC$ 의 넓이가 6cm^2 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 cm

해설

$$\overline{BC} = \overline{EF} = 4(\text{cm})$$

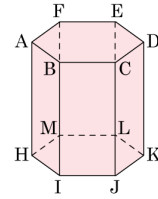
$$\overline{DF} = x \text{ cm라고 하면}$$

$$4 \times x \times \frac{1}{2} = 6$$

$$x = 3$$

$$\overline{DF} = \overline{AC} = 3 \text{ cm}$$

6. 다음 그림은 정육각기둥이다. 모서리 AB 와 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8 개

해설

$\overline{FM}$, $\overline{EL}$, $\overline{DK}$, $\overline{CJ}$, $\overline{MH}$, $\overline{ML}$, $\overline{KJ}$, $\overline{JI}$

7. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 4, 중중]

① $\frac{5}{6}\angle R = 75^\circ$

② $2\angle R$ 은 평각이다.

③ $\frac{1}{3}\angle R$ 은 예각이다.

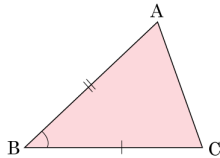
④ 시계에서 시각이 3시 30분일 때, 두 바늘이 이루는 각은 직각이다.

⑤ 둔각은 90° 보다 큰 각을 말한다.

해설

- ④ 시침이 회전한 각의 크기 : $30^\circ \times 3 + 0.5^\circ \times 30 = 105^\circ$
 분침이 회전한 각의 크기 : $6^\circ \times 30 = 180^\circ$
 시침과 분침이 이루는 각의 크기 : $180^\circ - 105^\circ = 75^\circ$
 ⑤ 둔각은 90° 보다 크고 180° 보다 작은 각을 말한다.

8. 삼각형 ABC에서 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\angle B$ 가 주어졌을 때, 이 삼각형의 작도 순서로 맨 마지막에 해당하는 것은?



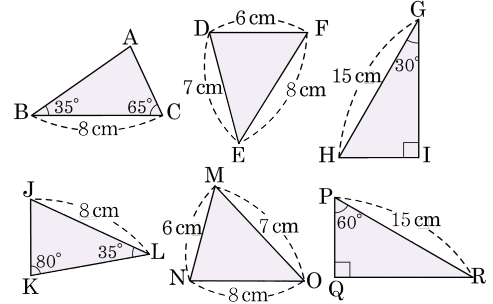
[배점 4, 중중]

- ① $\overline{AB}$ 를 그린다. ② $\angle B$ 를 그린다.
 ③ $\overline{AC}$ 를 그린다. ④ $\overline{BC}$ 를 그린다.
 ⑤ $\angle C$ 를 그린다.

해설

- 두 변의 길이와 끼인각이 주어졌을 때
 ㉠. $\overline{BC}$ 를 그린다.
 ㉡. $\angle B$ 를 그린다.
 ㉢. $\overline{AB}$ 를 그린다.
 ㉣. $\overline{AC}$ 를 그린다.

9. 유선은 네 종류의 나무막대기를 본드로 붙여서 삼각형을 만들려고 한다. 유선이 갖고 있는 나무막대기의 종류와 그 개수는 다음과 같다. 만들 수 있는 삼각형은 몇 개인가?



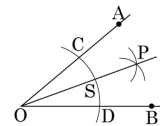
[배점 4, 중중]

- ① 3개 ② 4개 ③ 5개
 ④ 6개 ⑤ 7개

해설

(3, 6, 8), (6, 6, 8), (6, 8, 12)

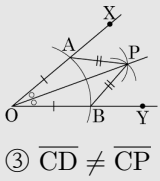
10. 다음 그림은 $\angle AOB$ 의 이등분선을 작도한 것이다. 다음 중 옳지 않은 것은?



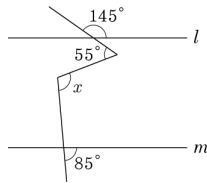
[배점 4, 중중]

- ① $\overline{CS} = \overline{DS}$ ② $\angle AOP = \angle BOP$
 ③ $\overline{CD} = \overline{CP}$ ④ $\angle COS = \angle DOS$
 ⑤ $\overline{CP} = \overline{DP}$

해설



11. 다음 그림에서 $l \parallel m$ 일 때, $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

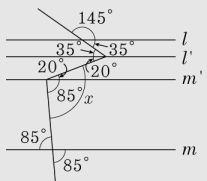


[배점 5, 중상]

▶ 답 :

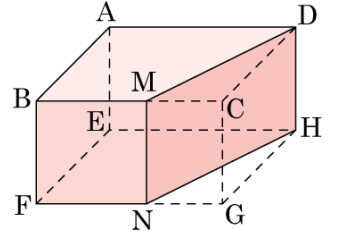
▶ 정답 : 105°

해설



$$\therefore \angle x = 20^\circ + 85^\circ = 105^\circ$$

12. 다음 그림은 직육면체를 $\overline{BM} = \overline{FN}$ 이 되도록 자른 것이다. 옳지 않은 것은?



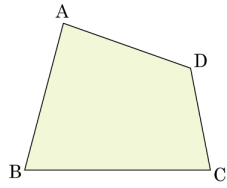
[배점 5, 중상]

- ① 모서리 MD 와 모서리 DH 는 수직이다.
- ② 모서리 MD 와 모서리 NH 는 평행이다.
- ③ 모서리 MD 와 모서리 AE 는 꼬인 위치에 있다.
- ④ 평면 BFMN 과 모서리 MD 는 수직이다.
- ⑤ 평면 BFMN 과 모서리 DH 는 평행이다.

해설

평면 BFMN 과 모서리 MD 는 수직이 아니다.

13. 아래 그림의 사각형 ABCD 에서 세 변 AB, BC, CD로부터 같은 거리에 있는 점 P 를 작도하려고 할 때, 다음 <보기> 중 알맞은 작도법을 고르면?



보기

- ㉠ 선분의 수직이등분선 작도
- ㉡ 크기가 같은 각 작도
- ㉢ 평행한 직선 작도
- ㉣ 수선의 작도
- ㉤ 각의 이등분선 작도

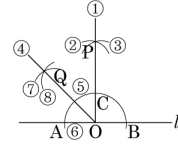
[배점 5, 중상]

① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ④ ㉣ ⑤ ㉤

해설

각의 이등분선 위의 한 점에서 양변에 내린 수선의 길이는 같다. $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선의 교점을 P 로 한다.

14. 다음 그림은 점 O 를 꼭지점으로 크기가 135° 인 각을 작도한 것이다. 순서를 써라.



- ㉠ OP 를 긋는다.
- ㉡ A, B 를 각각의 중심으로 반지름의 길이가 같은 원을 그려 교점 P 를 잡는다.
- ㉢ A, C 를 각각의 중심으로 반지름이 같은 원을 그려 교점 Q 를 잡는다.
- ㉣ OQ 를 연결한다.
- ㉤ l 위의 점 O 를 중심으로 원을 그려 교점 A, B 를 잡는다.
- ㉥ 직선 l 를 긋는다.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉥

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉢

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉣

▶ 정답: ㉤

해설

직선 l 를 긋는다.

l 위의 점 O 를 중심으로 원을 그려 교점 A, B 를 잡는다.

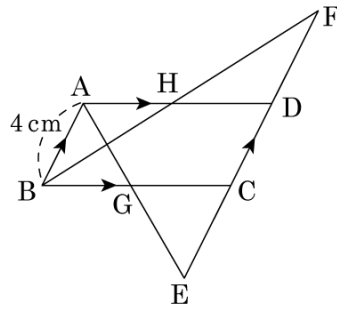
A, B 를 각각의 중심으로 반지름의 길이가 같은 원을 그려 교점 P 를 잡는다.

OP 를 긋는다.

A, C 를 각각의 중심으로 반지름이 같은 원을 그려 교점 Q 를 잡는다.

OQ 를 연결한다.

15. $\overline{AD} = 2\overline{AB}$ 인 평행 사변형 $ABCD$ 의 두 꼭짓점 A, B 에서 두 변 BC, AD 의 중점 G, H 를 지나는 직선을 그어 변 CD 의 연장선과 만나는 점이 각각 E, F 이다. $\overline{AB} = 4\text{cm}$ 일 때, $\overline{EF}$ 의 길이를 구하시오.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12cm

해설

$\angle BAD = \angle ADF$ (엇각),

$\angle AHB = \angle DHF$ (맞꼭지각),

$\overline{AH} = \overline{HD}$ (H 가 중점) 이므로

$\therefore \triangle ABH \equiv \triangle DFH$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{DF} = \overline{AB} = 4(\text{cm})$

또한 $\triangle ABG \equiv \triangle ECG$ (ASA 합동)

$\therefore \overline{EC} = \overline{AB} = 4(\text{cm})$

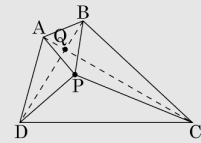
$\therefore \overline{EF} = \overline{DF} + \overline{DC} + \overline{EC} = 4 + 4 + 4 = 12(\text{cm})$

16. 넓이가 17.5cm^2 인 사각형 $ABCD$ 의 대각선의 길이는 각각 $x\text{cm}, (x-2)\text{cm}$ 이고, 두 대각선은 수직으로 만난다. 사각형의 내부에 임의의 점 P 를 잡고, 점 P 에서 점 A, B, C, D 까지의 거리를 각각 a, b, c, d 라고 할 때, $a+b+c+d$ 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12cm

해설



사각형 $ABCD$ 의 두 대각선의 교점을 Q 라 하면 사각형의 넓이는

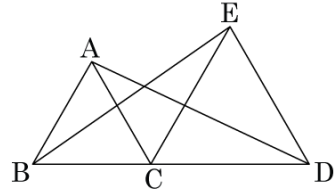
$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \times (\overline{QA} + \overline{QC}) \times \overline{QB} + \frac{1}{2} \times (\overline{QA} + \overline{QC}) \times \overline{QD} \\ &= \frac{1}{2} \times (\overline{QA} + \overline{QC}) \times (\overline{QB} + \overline{QD}) \\ &= \frac{1}{2} x(x-2) = 17.5 \\ &\therefore x = 7(\text{cm}) \end{aligned}$$

그리고 사각형 내부의 임의의 점 P 를 잡았을 때,

$$\begin{aligned} & \overline{PA} + \overline{PB} + \overline{PC} + \overline{PD} \\ &= (\overline{PA} + \overline{PC}) + (\overline{PB} + \overline{PD}) \\ &\geq \overline{AC} + \overline{BD} \\ &= \overline{QA} + \overline{QB} + \overline{QC} + \overline{QD} = 7 + 5 = 12 \end{aligned}$$

따라서 $a+b+c+d$ 의 최솟값은 12cm 이다.

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 와 $\triangle ECD$ 가 정삼각형일 때, $\triangle ACD$ 와 합동인 삼각형을 찾고 합동조건을 말하시오.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: 삼각형 BCE

▶ 정답: SAS 합동

해설

$\triangle ABC$ 와 $\triangle ECD$ 가 정삼각형이므로 $\overline{AC} = \overline{BC}$ 이고, $\overline{CD} = \overline{CE}$ 이며 두 변과 끼인각인 $\angle ACD$ 와 $\angle BCE$ 가 같다. 따라서 $\triangle ACD$ 와 $\triangle BCE$ 는 SAS 합동이다.

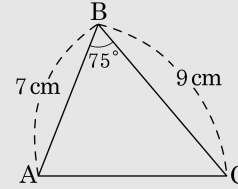
18. $\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$, $\angle B = 75^\circ$ 인 조건으로 만들 수 있는 삼각형의 개수와 한 변의 길이가 5cm, 두 내각의 크기가 각각 20° , 80° 인 조건으로 만들 수 있는 삼각형의 개수의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

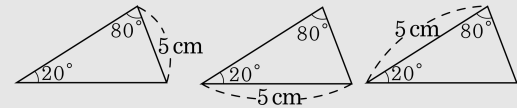
해설

$\overline{AB} = 7\text{cm}$, $\overline{BC} = 9\text{cm}$, $\angle B = 75^\circ$ 인 조건으로 만들 수 있는 삼각형으로 만들 수 있는 삼각형은 다음 그림과 같이 1개이다.



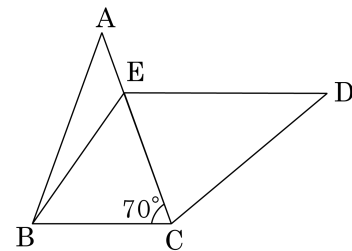
한 변의 길이가 5cm, 두 내

각의 크기가 각각 20° , 80° 인 조건으로 만들 수 있는 삼각형은 다음 그림과 같이 3개이다.



따라서 합은 $1 + 3 = 4$ (개)

19. 다음 그림에서 삼각형 ABC와 삼각형 DEC는 합동인 이등변삼각형이다. $\angle ACB = 70^\circ$ 일 때, $\angle AEB$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 125°

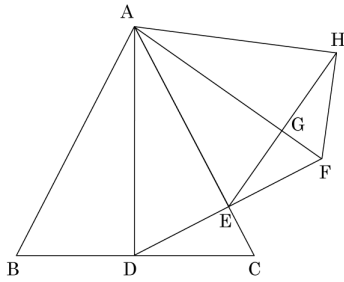
해설

$\triangle ABC$ 는 이등변삼각형이므로
 $\angle ABC = \angle ACB = 70^\circ$
 $\triangle ABC \equiv \triangle DEC$ 에서 $\overline{BC} = \overline{CE}$ 이므로 $\triangle BEC$
 는 이등변삼각형이고
 $\angle CBE = \angle BCE = (180^\circ - 70^\circ) \div 2 = 55^\circ$
 $\therefore \angle AEB = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$

해설

$\triangle ADE$ 와 $\triangle AFE$ 에서
 $\overline{AD} = \overline{AF}$, $\overline{AE}$ 는 공통, $\angle DAE = \angle FAE = 30^\circ$
 이므로
 $\therefore \triangle ADE \equiv \triangle AFE$ (SAS 합동)
 $\triangle AFE$ 와 $\triangle AFH$ 에서
 $\overline{AE} = \overline{AH}$, $\overline{AF}$ 는 공통, $\angle EAF = \angle HAF = 30^\circ$
 $\therefore \triangle AFE \equiv \triangle AFH$ (SAS 합동)
 따라서 $\triangle ADE \equiv \triangle AFE \equiv \triangle AFH$ (SAS 합동)
 $\triangle ADE \equiv \triangle AFH$ 이므로 $\overline{DE} = \overline{FH}$
 $\therefore \frac{\overline{FH}}{\overline{DE}} = 1$

20. 다음 그림에서 삼각형 ABC , ADF , AEH 는 정삼각형
 이고, 점 D 는 변 BC 의 중점이다. $\frac{\overline{FH}}{\overline{DE}}$ 의 값을 구하
 여라.

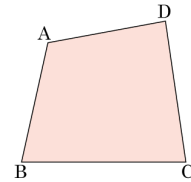


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 1

21. 다음 사각형 $ABCD$ 의 내부에 변 AB , BC , CD 와 모
 두 거리가 같은 한 점 P 를 작도하려 한다. P 의 위치를
 정하기 위해 반드시 알아내어야 하는 것을 고르면?

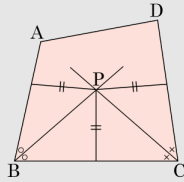


[배점 5, 상하]

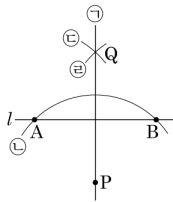
- ① 사각형 $ABCD$ 의 대각선의 교점
- ② 변 AB, BC, CD 의 수선의 교점
- ③ 변 AB, BC, CD 의 수직이등분선의 교점
- ④ $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선의 교점
- ⑤ $\angle B$ 의 이등분선과 대각선 AC 의 교점

해설

각의 이등분선 위의 점에서 각 변에 이르는 거리는 같으므로, $\angle B$, $\angle C$ 의 이등분선의 교점에서 변 AB, 변 BC, 변 CD에 내린 수선의 길이가 모두 같다. 따라서 점 P를 작도하면 다음 그림과 같다.



22. 다음 그림은 직선 l 밖의 한 점 P에서 수직인 직선을 작도하는 과정을 나타낸 것이다. 작도하는 순서를 바르게 나타낸 것은?



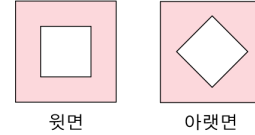
[배점 5, 상하]

- ① $\Gamma \rightarrow \Delta \rightarrow \text{ㄷ} \rightarrow \text{ㄹ}$ ② $\Gamma \rightarrow \text{ㄷ} \rightarrow \text{ㄹ} \rightarrow \Delta$
 ③ $\Delta \rightarrow \text{ㄷ} \rightarrow \text{ㄹ} \rightarrow \Gamma$ ④ $\Delta \rightarrow \Gamma \rightarrow \text{ㄷ} \rightarrow \text{ㄹ}$
 ⑤ $\text{ㄷ} \rightarrow \text{ㄹ} \rightarrow \Delta \rightarrow \text{ㄱ}$

해설

$\Delta \rightarrow \text{ㄷ} \rightarrow \text{ㄹ} \rightarrow \Gamma$ 의 순서로 작도해야 한다.

23. 윗면과 아랫면이 다음과 같은 모양으로 구멍이 뚫린 사각기둥이 있다. 이 도형의 꼭짓점 16 개 중 두 점을 이어서 선분을 만들 때, 이 선분과 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수의 최댓값을 구하여라.



[배점 6, 상중]

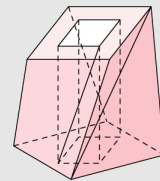
▶ 답:

▷ 정답: 18 개

해설

직육면체의 8개의 점 중 두 점을 이은 선분이 직육면체의 모서리일 경우 최솟값을 갖고, 직육면체의 대각선 또는 각 면의 대각선일 경우 최댓값을 갖는다.

다음 그림과 같은 사각기둥은 직육면체가 중심을 관통하고 있는 모양이므로 중심을 관통하고 있는 직육면체의 한 면의 모서리인 빨간색 선분과 꼬인 위치에 있는 선분은 한 밑면당 6 개씩 있고 높이에 6 개가 있으므로 총 18 개가 있다.



바깥의 사각기둥의 한 면의 모서리인 빨간색 선분과 꼬인 위치에 있는 선분은 한 밑면 당 6 개씩 있고 높이에 6 개가 있으므로 총 18 개가 있다. 따라서 최댓값은 18 (개)

24. 자연수 n 과 자연수 a, b ($a \leq n, b \leq n$) 를 각각 한 변의 길이로 하는 삼각형의 개수를 $S(n)$ 이라 정의한다. 이때, $S(n+1) - S(n-1)$ 의 값을 구하여라. (단, $n \geq 2$) [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $n+1$

해설

$n = 1$ 일 때, $(1, 1, 1)$ 이므로 $S(1) = 1$

$n = 2$ 일 때, $(2, 2, 2), (2, 2, 1)$ 이므로 $S(2) = 2$

$n = 3$ 일 때, $(3, 3, 3), (3, 3, 2), (3, 3, 1), (3, 2, 2)$ 이므로 $S(3) = 4$

$n = 4$ 일 때, $(4, 4, 4), (4, 4, 3), (4, 4, 2), (4, 4, 1), (4, 3, 3), (4, 3, 2)$ 이므로 $S(4) = 6$

$n = 5$ 일 때, $(5, 5, 5), (5, 5, 4), (5, 5, 3), (5, 5, 2), (5, 5, 1), (5, 4, 4), (5, 4, 3), (5, 4, 2), (5, 3, 3)$ 이므로 $S(5) = 9$

⋮

$S(1) = 1$

$S(2) = 2$

$S(3) = 3 + 1 = S(1) + 3$

$S(4) = 4 + 2 = S(2) + 4$

$S(5) = 5 + 3 + 1 = S(3) + 5$

$S(6) = 6 + 4 + 2 = S(4) + 6$

이므로 $S(n+2) = S(n) + n + 2$

따라서 $S(n+1) = S(n-1) + n + 1$

∴ $S(n+1) - S(n-1) = n + 1$

25. 한 점 P 에서 만나는 반직선 PX, PY 에서 $\angle XPY = 30^\circ$ 이고, $\angle XPY$ 의 이등분선 위에 점 P 에서의 거리가 8cm 인 점 A 를 잡는다. 각각 반직선 PX, PY 위에 있는 어떤 점 B, C 와 점 A 를 연결하여 만든 삼각형 ABC 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하여라. [배점 6, 상중]

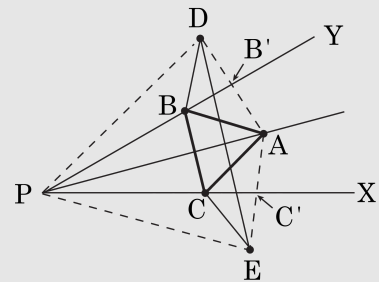
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8cm

해설

다음 그림과 같이 점 A 를 $\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PY}$ 에 대하여 대칭이동한 점을 각각 E 와 D 라고 하고 $\overline{DE}$ 와 $\overrightarrow{PX}, \overrightarrow{PY}$ 의 교점을 각각 B', C' 라고 하자.



$$\begin{aligned} \text{이때, } \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= \overline{DB} + \overline{BC} + \overline{CE} \\ &\geq \overline{DB'} + \overline{B'C'} + \overline{C'E} \\ &= \overline{DE} \end{aligned}$$

이므로 삼각형 ABC 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{DE}$ 의 길이와 같다.

한편, $\angle YPD = \angle YPA = 15^\circ$, $\overline{PD} = \overline{PA} = 8\text{cm}$ 이고

$\angle XPE = \angle XPA = 15^\circ$, $\overline{PE} = \overline{PA} = 8\text{cm}$ 이므로

$\angle DPE = 60^\circ$ 이고 $\overline{PD} = \overline{PE} = 8\text{cm}$ 이다.

즉, 삼각형 DPE 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = 8\text{cm}$