

단원 종합 평가

1. 공간에서 서로 다른 세 직선 l, m, n 에 관하여 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

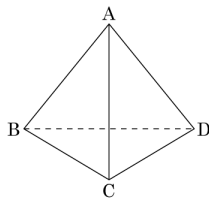
- ① $l//m, m//n$ 이면 $l \perp n$ 이다.
- ② $l \perp m, m \perp n$ 이면 $l//n$ 이다.
- ③ $l//m, l \perp n$ 이면 $m \perp n$ 이다.
- ④ $l \perp m, l \perp n$ 이면 m, n 은 꼬인 위치에 있다.
- ⑤ $l//m, l//n$ 이면 $m//n$ 이다.

해설

공간에서

- ① $l//m, m//n$ 이면 $l//n$ 이다.
- ② $l \perp m, m \perp n$ 이면 $l//n$ 일 수도 있고, 꼬인 위치일 수도 있다.
- ③ $l//m, l \perp n$ 이면 $m \perp n$ 일 수도 있고, 꼬인 위치일 수도 있다.
- ④ $l \perp m, l \perp n$ 이면 m, n 은 꼬인 위치일 수도, $m//n$ 일 수도 있다.

2. 다음 삼각뿔에서 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 a 개, 모서리 AB와 만나는 모서리의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$a : \overline{CD} \rightarrow 1$ (개)

$b : \overline{AC}, \overline{AD}, \overline{BC}, \overline{BD} \rightarrow 4$ (개)

$\therefore a + b = 1 + 4 = 5$

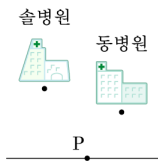
3. 다음 도형 중 서로 합동이 아닌 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 3, 중하]

- ① 넓이가 같은 두 삼각형
- ② 넓이가 같은 두 정사각형
- ③ 넓이가 같은 두 원
- ④ 둘레의 길이가 같은 두 마름모
- ⑤ 한 변의 길이가 같은 두 정삼각형

해설

넓이가 같거나 한 변의 길이가 같은 정사각형, 원, 정삼각형은 합동이다.

4. 다음 그림과 같이 술병원과 동병원에서 같은 거리에 있는 직선 도로의 한 지점 P에 약국을 지으려고 한다. 다음 중 약국의 위치를 정하는 데 필요한 작도 방법은?



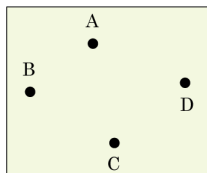
[배점 3, 중하]

- ① 정삼각형의 작도
- ② 수선의 작도
- ③ 각의 이등분선의 작도
- ④ 선분의 수직이등분선의 작도
- ⑤ 평행선의 작도

해설

두 병원을 이은 선분의 수직이등분선에 약국을 지으면 두 병원에서 같은 거리에 있게 된다.

5. 다음 그림과 같이 어느 세 점도 한 직선 위에 있지 않은 4 개의 점이 있다. 이들 점 중 두 점을 지나는 직선은 모두 몇 개를 그을 수 있는가?



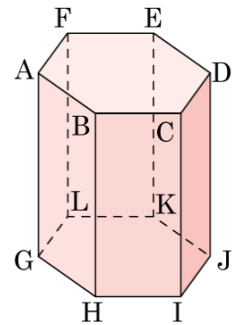
[배점 4, 중중]

- ① 4
- ② 6
- ③ 8
- ④ 10
- ⑤ 12

해설

$\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{BC}$, $\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{CD}$ 의 6 개가 있다.

6. 다음 그림의 정육각기둥에서 모서리 $\overline{LK}$ 와 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수를 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$\overline{AB}$, $\overline{AF}$, $\overline{CD}$, $\overline{DE}$, $\overline{AG}$, $\overline{BH}$, $\overline{CI}$, $\overline{DJ}$

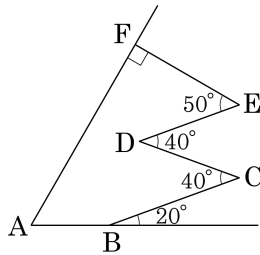
7. 직선과 평면의 위치관계에 대한 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 4, 중중]

- ① 만나지 않는 직선과 평면은 모두 평행하다.
- ② 한 점에서 만나는 직선과 평면은 모두 수직이다.
- ③ 한 직선을 포함하는 평면은 오직 하나이다.
- ④ 직선과 평면의 위치 관계에도 꼬인 위치가 있다.
- ⑤ 직선과 평면이 두 점에서 만날 수는 없다.

해설

- ② 수직이 아닌 경우로 한 점에서 만날 수 있다.
- ③ 한 직선을 포함하는 평면은 여러 개이다.
- ④ 꼬인 위치는 공간에서 직선과 직선 사이에서만 있다.

8. 다음 그림에서 $\angle AFE = 90^\circ$, $\angle FED = 50^\circ$, $\angle EDC = 40^\circ$, $\angle DCB = 40^\circ$, $\angle CBH = 20^\circ$ 일 때, $\angle A$ 의 크기를 구하여라.



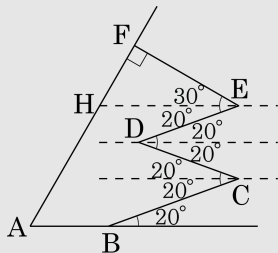
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

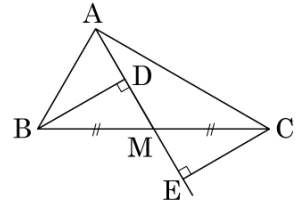
▶ 정답 : 60°

해설

$\overrightarrow{AB}$ 와 평행한 직선을 그어보면
 $\angle FEH = 30^\circ$
 $\angle A = \angle FHE$ (동위각) $= 180^\circ - (90^\circ + 30^\circ) = 60^\circ$



9. 다음 그림에서 $\triangle ABC$ 의 변 BC의 중점을 M, 점 B와 C에서 직선 AM에 내린 수선의 발을 각각 D, E라 할 때 $\triangle BDM$ 과 $\triangle CEM$ 이 합동이 되는 조건은?



[배점 4, 중중]

- ① SSS 합동
- ② SAS 합동
- ③ ASA 합동
- ④ AAA 합동
- ⑤ 합동이 아니다.

해설

$\triangle BDM$ 과 $\triangle CEM$ 에서

㉠ $\overline{BM} = \overline{MC}$

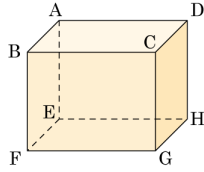
㉡ $\angle MBD = \angle MCE$ (엇각)

㉢ $\angle BMD = \angle EMC$ (맞꼭지각)

㉠, ㉡, ㉢에 의해

$\triangle BDM \equiv \triangle CEM$ (ASA 합동)

10. 그림은 직육면체이다. 다음 중 옳지 않은 것을 고르면?



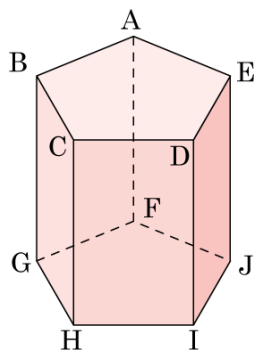
[배점 5, 중상]

- ① 모서리BF와 평행한 모서리는 $\overline{CG}$, $\overline{DH}$, $\overline{AE}$ 이다.
- ② 모서리BF와 한 점에서 만나는 모서리는 $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{FE}$, $\overline{FG}$ 이다.
- ③ 모서리BF와 꼬인 위치에 있는 모서리는 $\overline{AD}$, $\overline{EH}$, $\overline{CD}$, $\overline{DH}$ 이다.
- ④ 모서리BF와 수직인 면은 면ABCD, 면EFGH이다.
- ⑤ 면BFGC와 평행한 면은 면AEHD이다.

해설

③ $\overline{DH}$ 는 $\overline{BF}$ 와 평행하다.

11. 다음 그림은 밑면이 정오각형인 각기둥이다. 면ABCDE와 수직인 면은 몇 개인지 구하여라.



[배점 5, 중상]

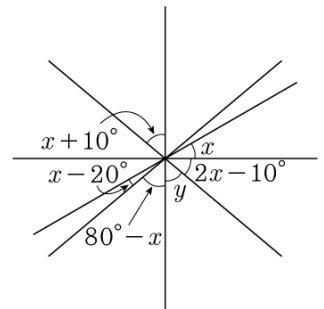
▶ 답:

▶ 정답: 5개

해설

면AFGB, 면BGHC, 면CHID, 면DIJE, 면EJFA

12. 다음 그림에서 $\angle y$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 40°

해설

$\angle y$ 와 $\angle x + 10^\circ$ 는 맞꼭지각으로 같다.

$$\angle x + \angle x - 20^\circ + 80^\circ - \angle x + \angle x + 10^\circ + 2\angle x - 10^\circ = 180^\circ$$

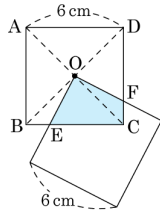
$$4\angle x + 60^\circ = 180^\circ$$

$$4\angle x = 120^\circ$$

$$\angle x = 30^\circ$$

$$\therefore \angle y = \angle x + 10^\circ = 40^\circ$$

13. 한 변의 길이가 6cm 인 두 정사각형을 다음 그림과 같이 겹쳐 놓았을 때, 두 정사각형의 겹쳐진 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9 cm^2

해설

$\triangle OBE$ 와 $\triangle OCF$ 에서

$$\overline{OB} = \overline{OC} \dots \textcircled{1}$$

$$\angle BOE = 90^\circ - \angle EOC = \angle COF \dots \textcircled{2}$$

$$\angle OBE = \angle OCF \dots \textcircled{3}$$

$\textcircled{1}$, $\textcircled{2}$, $\textcircled{3}$ 에 의하여

$$\triangle OBE \equiv \triangle OCF \text{ (ASA 합동)}$$

따라서 겹쳐진 부분의 넓이는

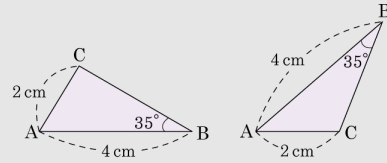
$$\begin{aligned} \triangle OEC + \triangle OCF &= \triangle OEC + \triangle OBE \\ &= \triangle OBC \\ &= 6 \times 6 \times \frac{1}{4} = 9(\text{cm}^2) \end{aligned}$$

14. $\overline{AB} = 4\text{cm}$, $\overline{AC} = 2\text{cm}$, $\angle ABC = 35^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 의 개수는? [배점 5, 중상]

- ① 1 개 ② 2 개
③ 3 개 ④ 4 개
⑤ 무수히 많다

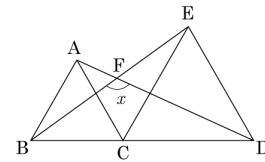
해설

$\triangle ABC$ 를 그려보면,



2 개를 그릴 수 있다.

15. 다음 그림에서 삼각형 ABC 와 삼각형 DCE 는 정삼각형이다. 옳지 않은 것을 모두 고르면?



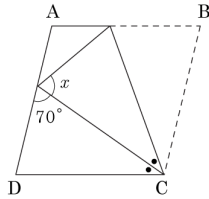
[배점 5, 중상]

- ① $\angle AFB = 60^\circ$
② $\angle CAD + \angle BEC = 60^\circ$
③ $\angle x = 130^\circ$
④ $\angle ABC = 60^\circ$
⑤ $\triangle ACD$ 와 $\triangle BCE$ 는 SSS 합동이다.

해설

⑤ $\triangle ACD$ 와 $\triangle BCE$ 에서 $\overline{AC} = \overline{BC}$, $\overline{CE} = \overline{CD}$
 $\angle ACD = 60^\circ + \angle ACE = \angle BCE$ 이므로
 $\triangle ACD \equiv \triangle BCE$ (SAS 합동) 이고
 ③ $\angle BCE = 120^\circ$ 이므로 ($\because \angle DCE = 60^\circ$)
 $\angle EBC + \angle BEC = 60^\circ$,
 $\angle BEC = \angle ADC$ 이므로
 $\therefore \angle x = 180^\circ - (\angle EBC + \angle ADC)$
 $= 180^\circ - (\angle EBC + \angle BEC)$
 $= 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$

16. 다음 그림과 같이 평행사변형을 접었을 때 $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

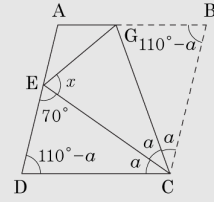


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 75°

해설



위 그림과 같이 평행사변형의 밑변 CD 와 평행한 보조선 EG를 그으면

접은 각의 크기는 같고 선분 CE 가 $\angle GCD$ 의 이등분선이므로

$\angle BCG = \angle GCE = \angle ECD = \angle a$ 라 가정할 수 있다.

$\triangle CDE$ 에서 $\angle EDC = 110^\circ - \angle a$

$\angle B$ 와 $\angle D$ 는 대각이므로 $x = 110^\circ - \angle a$ $\angle DEC$

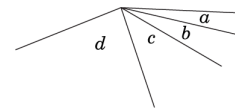
와 $\angle BCE$ 는 엇각이므로 $2\angle a = 70^\circ$

$3\angle a = (70 + a)$

$\therefore \angle a = 35^\circ$

따라서 $\angle x = 110^\circ - 35^\circ = 75^\circ$

17. 다음 그림과 같이 5 개의 반직선이 하나의 점에서 만날 때, 생기는 180° 보다 작은 각의 크기의 총합은 720° 이고, $\frac{\angle b}{\angle a} = \frac{\angle c}{\angle b} = \frac{\angle d}{\angle c} = 2$ 일 때, $\angle d$ 의 크기를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 80°

해설

$$\frac{\angle b}{\angle a} = \frac{\angle c}{\angle b} = \frac{\angle d}{\angle c} = 2 \text{ 이므로 } \angle b = 2\angle a, \angle c = 2\angle b = 4\angle a, \angle d = 2\angle c = 8\angle a$$

모든 각의 크기의 합은

$$\angle a + (\angle a + \angle b) + (\angle a + \angle b + \angle c) + (\angle a + \angle b + \angle c + \angle d)$$

$$+ \angle b + (\angle b + \angle c) + (\angle b + \angle c + \angle d)$$

$$+ \angle c + (\angle c + \angle d)$$

$$+ \angle d$$

$$= 4\angle a + 6\angle b + 6\angle c + 4\angle d$$

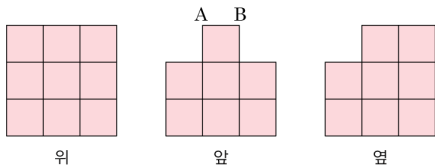
$$= 4\angle a + 6 \times 2\angle a + 6 \times 4\angle a + 4 \times 8\angle a$$

$$= 72\angle a = 720^\circ$$

$$\therefore \angle a = 10^\circ$$

$$\therefore \angle d = 8\angle a = 80^\circ$$

18. 다음은 정육면체 블록 20 개로 쌓아 만든 도형을 위, 앞, 옆에서 본 모양이다. 모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리의 수를 a , 모서리 AB와 평행한 모서리의 수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.



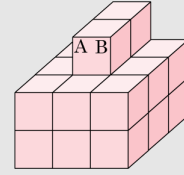
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 19개

해설

위, 앞, 옆에서 본 모양을 조합하여 입체도형을 그리면 다음 그림과 같다.

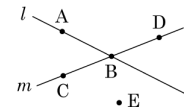


모서리 AB와 꼬인 위치에 있는 모서리는 AB를 포함하는 위쪽에 있는 면과 평행한 모서리 중 6개와 수직인 모서리 중 6개를 더한 12개 $\therefore a = 12$ (개)

모서리 AB와 평행한 모서리는 7개 $\therefore b = 7$ (개)

$\therefore a + b = 12 + 7 = 19$ (개)

19. 다음 그림에서 $l \cap m$ 을 구하여라.



[배점 5, 상하]

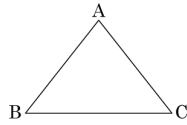
▶ 답:

▶ 정답: 점 B

해설

$l \cap m$ 은 두 직선의 교점 B이다.

20. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



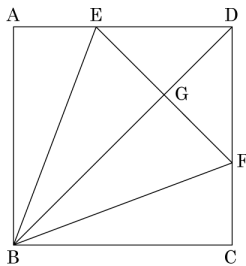
[배점 5, 상하]

- ① 변 AC 의 대각은 $\angle B$ 이다.
- ② $\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
- ③ $\angle C$ 의 대변은 변 AB 이다.
- ④ $\overline{BC} > \overline{AB} + \overline{AC}$
- ⑤ $\overline{AB} > \overline{BC} - \overline{AC}$ (단, $\overline{BC} > \overline{AC}$)

해설

$$\overline{BC} < \overline{AB} + \overline{AC}$$

21. 다음은 정사각형 ABCD 의 $\angle B$ 의 4 등분선이 변 AD 와 만나는 점을 E , 변 CD 와 만나는 점을 F 라고 한 것이다. 점 G 는 선분 EF 와 BD 의 교점이고, 선분 AE 의 길이는 5 일 때, 삼각형 DEG 의 넓이를 구하여라.

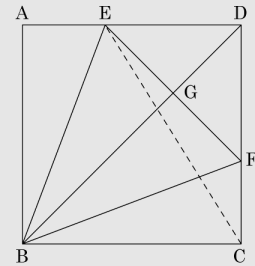


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

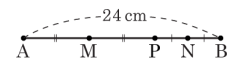
▶ 정답 : $\frac{25}{2}$

해설



$\triangle AEB$ 와 $\triangle CFB$ 에서
 $\overline{AB} = \overline{BC}$, $\angle EAB = \angle BCF = 90^\circ$, $\angle ABE = \angle CBF$ 이므로 $\triangle AEB \equiv \triangle CFB$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{CF} = 5$
 $\triangle ABD \equiv \triangle CBD$ 이고 $\triangle AEB \equiv \triangle CFB$ 이므로
 $\triangle BED \equiv \triangle BFD$
 $\triangle DEG$ 와 $\triangle DFG$ 에서
 $\overline{DG}$ 는 공통, $\overline{DE} = \overline{DF}$, $\angle EDG = \angle GDF = 45^\circ$
 이므로 $\triangle DEG \equiv \triangle DFG$ (SAS 합동)
 $\triangle BED \equiv \triangle BFD$, $\triangle DEG \equiv \triangle DFG$ 이므로
 $\triangle BEG \equiv \triangle BFG$
 $\therefore \angle EGB = \angle FGB = 90^\circ$
 따라서 $\triangle DEG$ 는 직각이등변삼각형
 $\triangle AEB$ 와 $\triangle GBE$ 에서
 $\overline{BE}$ 는 공통, $\angle EAB = \angle EGB = 90^\circ$, $\angle ABE = \angle EBG$ 이므로 $\triangle ABE \equiv \triangle BEG$ (RHA 합동)
 $\therefore \overline{AE} = \overline{EG} = \overline{GD} = 5$
 $\therefore \triangle DEG = \frac{1}{2} \times 5 \times 5 = \frac{25}{2}$

22. 다음 그림에서 $3\overline{AP} = 5\overline{BP}$ 이고 중점 M은 $\overline{AP}$ 의 중점, 점 N은 $\overline{BP}$ 의 중점이고 $\overline{AB} = 24\text{cm}$ 일 때, $\overline{AN}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 6, 상중]

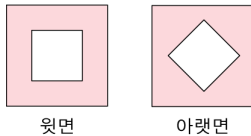
▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{39}{2} \text{ cm}$

해설

$$\begin{aligned}\overline{AP} : \overline{BP} &= 5 : 3 \text{ 이므로} \\ \overline{AP} &= \frac{5}{8}\overline{AB} = \frac{5}{8} \times 24 = 15(\text{cm}) \\ \overline{BP} &= \frac{3}{8}\overline{AB} = \frac{3}{8} \times 24 = 9(\text{cm}) \\ \overline{PN} &= \overline{NB} = \frac{1}{2}\overline{BP} = \frac{9}{2}(\text{cm}) \\ \therefore \overline{AN} &= \overline{AP} + \overline{PN} = 15 + \frac{9}{2} = \frac{39}{2}(\text{cm})\end{aligned}$$

23. 윗면과 아랫면이 다음과 같은 모양으로 구멍이 뚫린 사각기둥이 있다. 이 도형의 꼭짓점 16 개 중 두 점을 이어서 선분을 만들 때, 이 선분과 꼬인 위치에 있는 모서리의 개수의 최댓값을 구하여라.



[배점 6, 상중]

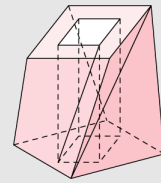
▶ 답 :

▷ 정답 : 18 개

해설

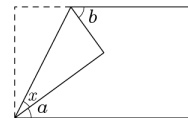
직육면체의 8개의 점 중 두 점을 이은 선분이 직육면체의 모서리일 경우 최솟값을 갖고, 직육면체의 대각선 또는 각 면의 대각선일 경우 최댓값을 갖는다.

다음 그림과 같은 사각기둥은 직육면체가 중심을 관통하고 있는 모양이므로 중심을 관통하고 있는 직육면체의 한 면의 모서리인 빨간색 선분과 꼬인 위치에 있는 선분은 한 밑면당 6 개씩 있고 높이에 6 개가 있으므로 총 18 개가 있다.



바깥의 사각기둥의 한 면의 모서리인 빨간색 선분과 꼬인 위치에 있는 선분은 한 밑면 당 6 개씩 있고 높이에 6 개가 있으므로 총 18 개가 있다. 따라서 최댓값은 18 (개)

24. 다음과 같이 직사각형 모양의 종이를 접었을 때, $\frac{\angle b}{\angle a} = 1.5$ 이다. $\angle x$ 의 크기를 구하여라.

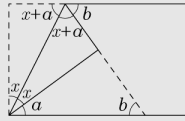


[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27°

해설



$$\begin{aligned} \angle a + \angle b &= 90^\circ \text{ 이고 } \frac{\angle b}{\angle a} = 1.5 \text{ 이므로} \\ \angle a : \angle b &= 2 : 3 \\ \therefore \angle a &= 36^\circ, \\ \angle b &= 54^\circ \\ \angle 2x + \angle a &= 90^\circ \text{ 이므로 } \angle x = 27^\circ \end{aligned}$$

25. 한 점 P 에서 만나는 반직선 PX , PY 에서 $\angle XPY = 30^\circ$ 이고, $\angle XPY$ 의 이등분선 위에 점 P 에서의 거리가 8cm 인 점 A 를 잡는다. 각각 반직선 PX , PY 위에 있는 어떤 점 B, C 와 점 A 를 연결하여 만든 삼각형 ABC 의 둘레의 길이의 최솟값을 구하여라.

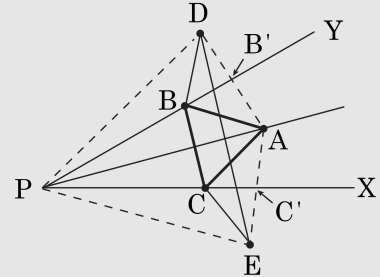
[배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 cm

해설

다음 그림과 같이 점 A 를 $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PY}$ 에 대하여 대칭이동한 점을 각각 E 와 D 라고 하고 $\overline{DE}$ 와 $\overrightarrow{PX}$, $\overrightarrow{PY}$ 의 교점을 각각 B', C' 라고 하자.



$$\begin{aligned} \text{이때, } \overline{AB} + \overline{BC} + \overline{CA} &= \overline{DB} + \overline{BC} + \overline{CE} \\ &\geq \overline{DB'} + \overline{B'C'} + \overline{C'E} \\ &= \overline{DE} \end{aligned}$$

이므로 삼각형 ABC 의 둘레의 길이의 최솟값은 $\overline{DE}$ 의 길이와 같다.

한편, $\angle YPD = \angle YPA = 15^\circ$, $\overline{PD} = \overline{PA} = 8\text{cm}$ 이고

$\angle XPE = \angle XPA = 15^\circ$, $\overline{PE} = \overline{PA} = 8\text{cm}$ 이므로

$\angle DPE = 60^\circ$ 이고 $\overline{PD} = \overline{PE} = 8\text{cm}$ 이다.

즉, 삼각형 DPE 는 정삼각형이므로 $\overline{DE} = 8\text{cm}$