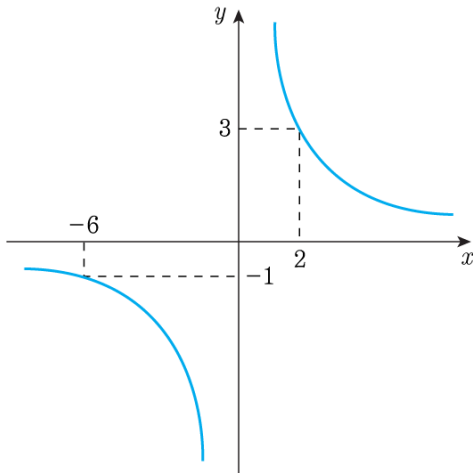


단원 종합 평가

1. 다음 그래프를 보고, $y = \frac{a}{x}$ 의 a 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

그래프가 점 (2, 3)을 지나고, 원점에 대하여 대칭인 한 쌍의 곡선이므로 $y = \frac{a}{x}$ 에 $x = 2, y = 3$ 을 대입하면 $a = 6$ 이다.

2. 다음 중 두 변수 x, y 사이에 정비례 관계가 있는 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

① $x = 3y$

② $2x - y = 3$

③ $x = \frac{3}{y}$

④ $y = -\frac{1}{3}x$

⑤ $y = 5$

해설

① $x = 3y, y = \frac{1}{3}x$ (정비례)

② $2x - y = 3, y = 2x - 3$ (정비례도 반비례도 아니다.)

③ $x = \frac{3}{y}$, 양변에 y 를 곱하면, $xy = 3, y = \frac{3}{x}$ (반비례)

④ $y = -\frac{1}{3}x$ (정비례)

⑤ $y = 5$ (정비례도 반비례도 아니다.)

3. 다음 보기의 x, y 의 관계식 중 y 가 x 에 정비례하는 것은 모두 몇 개인가?

보기

㉠ $y = 2x$

㉡ $y = -\frac{1}{2}x$

㉢ $y = x - 1$

㉣ $y = \frac{2}{x}$

㉤ $xy = 3$

[배점 2, 하중]

① 1개

② 2개

③ 3개

④ 4개

⑤ 5개

해설

정비례 관계식은 $y = ax$ ($a \neq 0$) 이므로

㉠ $y = 2x$, ㉡ $y = -\frac{1}{2}x$ 가 정비례 관계

4. 다음 중 함수 $y = -\frac{4}{x}$ 의 그래프에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 2, 하중]

- ① 원점을 지나는 매끄러운 곡선이다.
 ② 제 1, 3사분면에 있다.
 ③ 점 (1, -4)를 지난다.
 ④ x 의 값이 증가하면 y 의 값도 증가한다.
 ⑤ $y = 4x$ 의 그래프와 만난다.

해설

- ① 원점을 지나지 않는다.
 ② 제2, 4사분면에 있다.
 ⑤ $y = 4x$ 의 그래프는 제1, 3사분면을 지나는 직선이므로 $y = -\frac{4}{x}$ 의 그래프와 만나지 않는다.

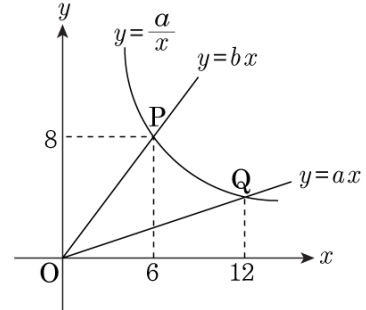
5. 함수 $y = f(x)$ 에서 정의역을 X , 공역을 Y , 치역을 Z 라 할 때, 다음 중 항상 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $Y \subset X$ ② $Z \subset Y$ ③ $Y \subset Z$
 ④ $X \subset Y$ ⑤ $X \subset Z$

해설

치역은 항상 공역의 부분집합이다.
 $\therefore Z \subset Y$

6. 다음 그림은 세 함수 $y = \frac{a}{x}$, $y = bx$, $y = cx$ 의 그래프의 일부를 그린 것이다. 그래프의 교점을 P, Q라 할 때, 삼각형 POQ의 넓이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = 6$, $y = 8$ 을 대입하면

$$8 = \frac{a}{6}, a = 48$$

$$\therefore y = \frac{48}{x}$$

$$y = \frac{48}{12} = 4 \text{ 이므로 } Q(12, 4)$$

$\therefore$ (삼각형 POQ의 넓이)

$$= 12 \times 8 - \left(6 \times 8 \times \frac{1}{2} + 12 \times 4 \times \frac{1}{2} + 6 \times 4 \times \frac{1}{2} \right) \\ = 36$$

7. 가로 길이, 세로 길이가 각각 x , y 인 직사각형의 넓이가 8 cm^2 이다. x 와 y 사이의 관계식을 구하면? (단, $x > 0$) [배점 3, 하상]

- ① $y = 8x$ ② $y = \frac{1}{8}x$ ③ $y = 4x$
 ④ $y = \frac{8}{x}$ ⑤ $y = -\frac{8}{x}$

해설

(직사각형의 넓이) = (가로) × (세로) 이므로

$$8 = x \times y$$

$$y = \frac{8}{x}$$

8. 12km 의 거리를 시속 x km 로 달릴 때 걸린 시간은 y 시간이다. 이때, x, y 사이의 관계식을 구하면?

[배점 3, 하상]

① $y = \frac{12}{x}$ ② $y = -\frac{12}{x}$ ③ $y = \frac{1}{12}x$

④ $y = 12x$ ⑤ $y = -12x$

해설

(거리) = (시간) × (속력) 이므로

$$12 = x \times y$$

$$y = \frac{12}{x}$$

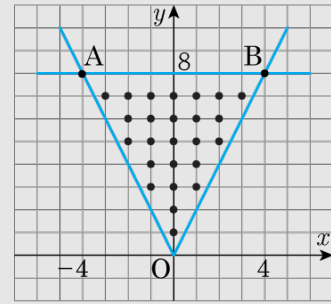
9. 함수 $y = 2|x|$ 의 그래프와 직선 $y = 8$ 의 두 교점을 A, B 라 할 때, 삼각형 AOB 의 내부에 a, b 가 모두 정수인 점 (a, b) 는 모두 몇 개인가? (단, 점 O 는 원점)

[배점 3, 하상]

① 21 개 ② 23 개 ③ 25 개

④ 27 개 ⑤ 29 개

해설



$$1 + 1 + 3 + 3 + 5 + 5 + 7 = 25$$

10. y 가 x 에 정비례하고, $x = -2$ 이면 $y = 10$ 이다. $x = 3$ 일때, y 의 값을 구하면?

[배점 3, 중하]

① 0 ② 10 ③ -10

④ 15 ⑤ -15

해설

$y = ax$ 에 $x = -2, y = 10$ 을 대입하면

$$10 = a(-2), a = -5 \therefore y = -5x$$

$y = -5x$ 에 $x = 3$ 을 대입하면

$$y = -5 \times 3 = -15 \therefore y = -15$$

11. y 가 x 에 반비례하고, $x = 2$ 일 때 $y = 10$ 이라고 한다. 이 때, $x = -4$ 에 대응하는 y 의 값을 구하면?

[배점 3, 중하]

① -20 ② -5 ③ 5

④ 10 ⑤ 20

해설

$y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 에 $x = 2$, $y = 10$ 을 대입하면

$$10 = \frac{a}{2}, a = 20$$

관계식은 $y = \frac{20}{x}$ 이므로

$$x = -4 \text{를 대입하면 } y = \frac{20}{-4} = -5$$

해설

반비례 관계는 xy 의 값이 일정하므로

$$2 \times 10 = (-4) \times y$$

$$\therefore y = -5$$

12. 다음 중 x 와 y 사이의 관계식이 옳지 않은 것을 골라라. [배점 3, 중하]

① 밑변의 길이가 x cm, 높이가 y cm인 삼각형의 넓이는 16cm^2 이다. $\rightarrow y = \frac{32}{x}$

② 시속 x km의 속력으로 2 km를 가는데 걸린 시간은 y 시간이다. $\rightarrow y = \frac{2}{x}$

③ 들이가 50L 인 물통에 매분 2L 씩 물을 넣을 때, x 분 후의 물의 양은 $y\text{L}$ 이다. $\rightarrow y = 2x$

④ 한 장에 50 원인 색종이를 x 장 사고 10000 원을 냈을 때의 거스름돈은 y 원이다. $\rightarrow y = 10000 - 50x$

⑤ 80개의 사과를 x 명의 학생이 나누어 가질 때, 한 사람이 갖는 사과의 개수는 y 개이다. $\rightarrow y = \frac{1}{80}x$

해설

$$\textcircled{5} y = \frac{80}{x}$$

13. 넓이가 36cm^2 인 직사각형의 가로와 세로의 길이를 x cm, 세로의 길이가 y cm라 하자. 이때, y 는 x 의 함수임을 설명하고, 이 함수의 관계식을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $y = \frac{36}{x}$

해설

x 의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y 의 값이 오직 하나씩 대응하므로 함수이다.

이 함수의 관계식은 $xy = 36$ 이다. 따라서 $y = \frac{36}{x}$ 이다.

14. 함수 $y = \frac{a}{x}$ 에서 $x = -5$ 일 때 $y = 3$ 이라고 하면 $x = 3$ 일 때 y 의 값은? [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $y = -5$

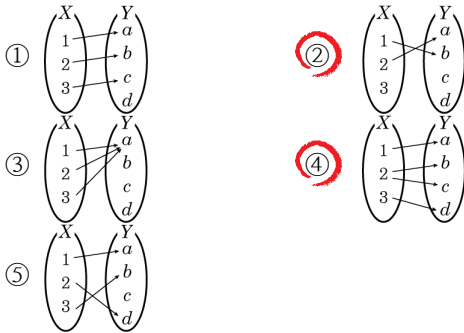
해설

$y = \frac{a}{x}$ 에 $x = -5$, $y = 3$ 을 대입하면

$$3 = \frac{a}{-5}, a = -15 \therefore y = \frac{-15}{x}$$

$y = -\frac{15}{x}$ 에 $x = 3$ 을 대입하면 $y = -\frac{15}{3} = -5$

15. 다음 중 집합 X 에서 집합 Y 로의 함수가 아닌 것을 모두 구하면? (정답 2개) [배점 3, 중하]



해설

- ② 집합 X 의 원소 3에 대응하는 집합 Y 의 원소가 없으므로 함수가 아니다.
④ 집합 X 의 원소 2에 대응하는 집합 Y 의 원소가 b, c 의 2개이므로 함수가 아니다.

16. 다음 중 y 가 x 에 정비례하는 것을 두 개 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① 한 변의 길이가 x cm인 정삼각형의 둘레의 길이는 y cm이다.
② x 권에 3000 원 하는 공책 한 권의 가격이 y 원이다.
③ 10 km의 거리를 시속 x cm로 달릴 때, 걸린 시간은 y 이다.
④ 가로 길이가 x cm, 세로 길이가 y cm인 직사각형의 넓이는 12 cm^2 이다.
⑤ 시속 3 km로 x 시간 동안 달린 거리는 y km이다.

해설

정비례 관계식: $y = ax$ ($a \neq 0$), $\frac{y}{x} = a$ ($a \neq 0$)

- ① $y = 3x$: 정비례
② $y = \frac{3000}{x}$: 반비례
③ $y = \frac{10}{x}$: 반비례
④ $y = \frac{12}{x}$: 반비례
⑤ $y = 3x$: 정비례

17. 함수 $y = -3x$ 의 그래프 위의 점 $P(-1, a)$ 에서 y 축에 내린 수선의 발이 Q 이다. 이때, $\triangle PQO$ 의 넓이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{3}{2}$

해설

$y = -3x$ 에 $(-1, a)$ 대입 : $a = -3 \times (-1) \therefore a = 3$

$P(-1, 3)$ 에서 y 축에 내린 수선의 발 Q 의 좌표는 $Q(0, 3)$

$\triangle PQO$ 에서 꼭짓점의 좌표는 $P(-1, 3), Q(0, 3), O(0, 0)$

$\triangle PQO$ 의 넓이는 $\frac{1}{2} \times 1 \times 3 = \frac{3}{2}$

18. 두 집합 $X = \{2, 3, 5\}$, $Y = \{0, 1, 2\}$ 에서
(X 의 원소, Y 의 원소) 로 이루어지는 순서쌍의 개수
는? [배점 4, 중중]

- ① 9개 ② 8개 ③ 7개
④ 6개 ⑤ 5개

해설

$(2, 0), (2, 1), (2, 2), (3, 0), (3, 1), (3, 2), (5, 0), (5, 1), (5, 2)$ 로 9 개

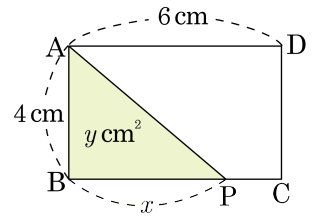
19. 다음 그림의 직사각형

$ABCD$ 에서 점 P 가 점 B 를 출발해서 점 C 까지 변 BC 위를 움직인다.

$\overline{PB} = x \text{ cm}$, $\triangle ABP$ 의 넓이를 $y \text{ cm}^2$ 이라고 할

때, x, y 사이의 관계식을 구하면?

[배점 4, 중중]



- ① $y = \frac{x}{4}$ ② $y = \frac{x}{2}$ ③ $y = x$
④ $y = 2x$ ⑤ $y = 4x$

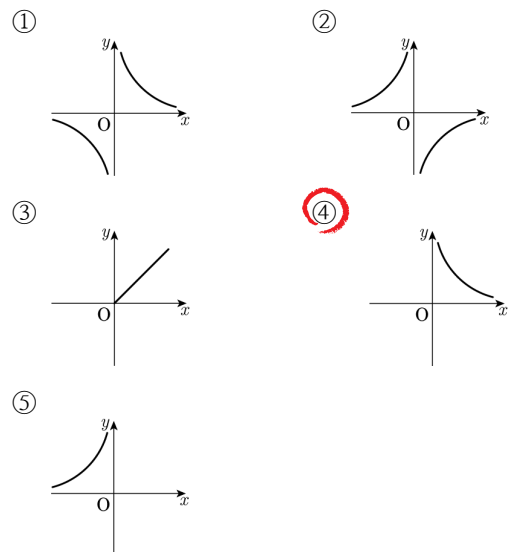
해설

$$y = \frac{1}{2} \times x \times 4$$

$$\therefore y = 2x$$

20. 큰 바퀴의 톱니 수는 50 , 작은 바퀴의 톱니 수는 x , 큰 바퀴가 2 번 회전할 때, 작은 바퀴의 회전수는 y 이다.
 x, y 사이의 관계를 그래프로 나타내면?

[배점 4, 중중]



해설

톱니의 수 x 와 회전수 y 는 양수이므로 그래프는 제 1 사분면 위에서만 그려지고, 큰 바퀴의 톱니수가 50 개이므로 큰 바퀴가 2 번 회전하면 작은 바퀴의 톱니수도 $50 \times 2 = 100$ 개가 돌아가야 한다. 따라서 $xy = 100$ 을 만족해야 한다.

$$xy = 100 \rightarrow y = \frac{100}{x}$$

그러므로 제1 사분면 위의 반비례 그래프를 찾으면 된다.

21. 하루에 4 시간씩 일하면 16 일 걸리는 일을 8 일 만에 마치려면 하루에 몇 시간씩 일해야 하는가?

[배점 4, 중중]

- ① 2 시간 ② 3 시간 ③ 4 시간
④ 6 시간 ⑤ 8 시간

해설

하루에 x 시간씩 일하면 y 일 걸린다고 하면 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 에서 $16 = \frac{a}{4}$
 $\therefore a = 64$
 따라서 관계식은 $y = \frac{64}{x}$, $8 = \frac{64}{x}$
 $\therefore x = 8$

22. 두 함수 $f(x) = -\frac{36}{x} + x - 7$, $g(x) = -\frac{x}{3} + 11$ 에 대하여 $f(18) = a$ 일 때, $g(x) = \frac{a}{3}$ 를 만족하는 x 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

$$f(18) = -\frac{36}{18} + 18 - 7 = 9 = a$$

$$\therefore g(x) = -\frac{x}{3} + 11 = \frac{9}{3} = 3$$

$$-\frac{x}{3} = -8$$

$$x = 24$$

23. 200g 의 소금물 속에 들어 있는 소금의 양은 20g 이다. 이 소금물 xg 속에 들어 있는 소금의 양을 yg 이라 할 때, x 와 y 사이의 관계식은? [배점 5, 중상]

- ① $y = 20x$ ② $y = 10x$ ③ $y = 2x$
 ④ $y = \frac{1}{10}x$ ⑤ $y = \frac{1}{5}x$

해설

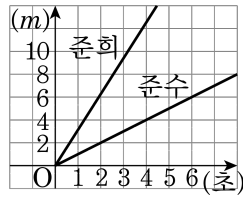
$$(\text{소금물의 농도}) = \frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})} \times 100 = \frac{20}{200} \times$$

$$100 = 10\%$$

$$(\text{소금의 양}) = (\text{소금물의 양}) \times \frac{(\text{소금물의 농도})}{100},$$

$$y = x \times \frac{10}{100}, y = \frac{1}{10}x$$

24. 거리가 4.5km 인 원 모양의 산책로를 도는 데 준희는 자전거를 타고, 준수는 걸어가기로 했다. 두 사람이 동시에 출발했을 때, 시간과 거리 사이의 관계를 나타내면 다음 그래프와 같다. 준희가 4.5km 를 다 돈 다음 준수가 올 때까지 몇 분 동안 기다려야 하는지 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 50분

해설

준희의 속력을 a 라 할 때,

$y = ax$ 에 $x = 2$, $y = 6$ 을 대입하면 $6 = 2a$, $a = 3$ $\therefore y = 3x$

준수의 속력을 b 라 할 때,

$y = bx$ 에 $x = 4$, $y = 4$ 를 대입하면 $4 = 4b$, $b = 1$ $\therefore y = x$

준수가 4.5km 의 산책로를 도는 데 걸리는 시간을 x 초라 하면

4.5km = 4500m 이므로 $4500 = x$ $\therefore x = 4500$

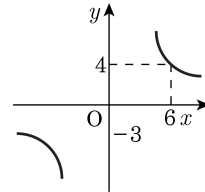
준희가 4.5km 의 산책로를 도는 데 걸리는 시간을 x 초라 하면

$4500 = 3x$ $\therefore x = 1500$

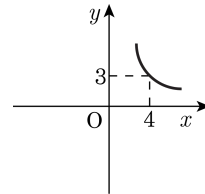
따라서, 준희는 $4500 - 1500 = 3000$ (초), 50분 동안 기다려야 한다.

25. 밑변의 길이가 x cm, 높이가 y cm 인 삼각형의 넓이가 12cm^2 일 때, x 와 y 사이의 관계를 나타내는 그래프를 골라라. [배점 5, 중상]

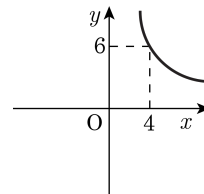
①



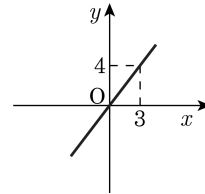
②



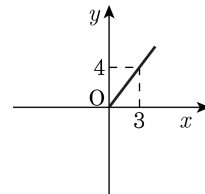
③



④



⑤



해설

$$\frac{1}{2}xy = 12 \text{ 이므로 } y = \frac{24}{x} (x > 0)$$

정의역이 0 보다 큰 수이므로 그래프는 제1 사분면에만 그려지고 $f(4) = \frac{24}{4} = 6$ 이므로 점 (4, 6) 을 지난다.