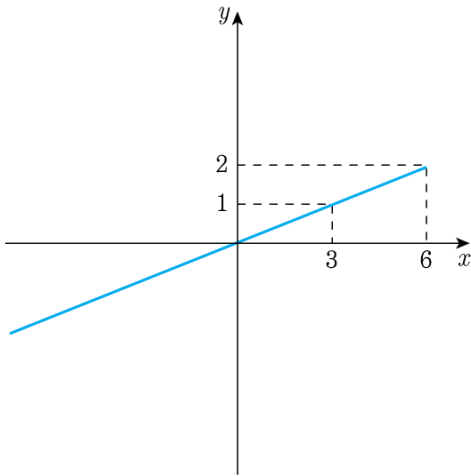


단원 종합 평가

1. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $a = \frac{1}{3}$

해설

그래프가 점 (3, 1)을 지나고 원점을 지나는 직선
이므로, $y = ax$ 에 $x = 3$, $y = 1$ 을 대입하면

$1 = \frac{1}{3}a$ 가 된다.

따라서, $a = \frac{1}{3}$

2. 다음 변하는 두 양 x , y 에 대하여 y 가 x 에 정비례하는 것은? [배점 2, 하중]

- ① 자연수 x 의 약수의 개수 y
- ② x 원짜리 책의 쪽수 y
- ③ 우리 반 학생의 출석번호 x 번의 몸무게 y kg
- ④ 넓이가 100 cm^2 인 직사각형의 가로 x cm 에 대하여 세로 y cm
- ⑤ 무게가 5 kg 인 짐 x 개의 무게는 y kg

해설

④ $y = \frac{100}{x}$ (반비례)

⑤ $y = 5x$ (정비례)

3. 다음에서 두 변수 x 와 y 사이에 정비례 관계인 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

- ① $x + y = 4$ ② $y = -2x$ ③ $xy = 2$
- ④ $y = -\frac{1}{x}$ ⑤ $y = \frac{2}{3}x$

해설

정비례 관계는 $y = ax(a \neq 0)$, $\frac{y}{x} = a$ 꼴이므로

- ① $x + y = 4$, $y = 4 - x$ (정비례도 반비례도 아님)
- ② $y = -2x$ (정비례)
- ③ $xy = 2$, $y = \frac{2}{x}$ (반비례)
- ④ $y = -\frac{1}{x}$ (반비례)
- ⑤ $y = \frac{2}{3}x$ (정비례)

4. 다음 중 함수 $y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$)의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 2, 하중]

- ① 원점에 대하여 대칭이다.
 ② 점 $(1, a)$ 를 지난다.
 ③ $a > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 는 감소한다.
 ④ $a < 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가한다.

⑤ 0은 정의역의 원소이다.

해설

⑤ 0은 정의역의 원소이다.
 $\Rightarrow$ 0은 정의역 원소가 아니다.

5. 다음 중 x 의 값이 2 배, 3 배, 4 배, ...로 변함에 따라 y 의 값도 2 배, 3 배, 4 배, ...로 변하는 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $y = 2x + 1$ ② $xy = 4$
 ③ $y = -3x^2$ ④ $y = \frac{2}{x}$

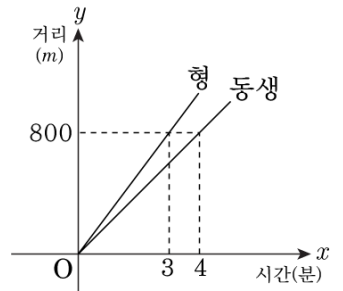
⑤ $y = -\frac{1}{3}x$

해설

정비례 관계의 함수를 찾는다. ($y = ax$, $a \neq 0$)

- ① $y = 2x + 1$ (정비례도 반비례도 아님)
 ② $xy = 4$, $y = \frac{4}{x}$ (반비례)
 ③ $y = -3x^2$ (정비례도 반비례도 아님)
 ④ $y = \frac{2}{x}$ (반비례)
 ⑤ $y = -\frac{1}{3}x$ (정비례)

6. 육상 선수인 형과 동생의 달리기 연습의 기록을 다음과 같은 그래프로 나타내었다. 단거리 선수인 형과 장거리 선수인 동생이 일정한 속력으로 뛰었다면 연습을 시작한지 12 분 후에 형과 동생이 뛴 거리의 차는 얼마인가?



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 800 m

해설

형과 동생의 함수의 식은 각각

$$y = \frac{800}{3}x \ (x \geq 0), \ y = \frac{800}{4}x \ (x \geq 0) \text{ 이므로}$$

$$\frac{800}{3} \times 12 - \frac{800}{4} \times 12 = 800 \text{ (m)}$$

7. 12 km의 거리를 시속 x km로 달릴 때 걸린 시간은 y 시간이다. 이때, x , y 사이의 관계식을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① $y = \frac{12}{x}$ ② $y = -\frac{12}{x}$ ③ $y = \frac{1}{12}x$
 ④ $y = 12x$ ⑤ $y = -12x$

해설

(거리) = (시간) $\times$ (속력) 이므로

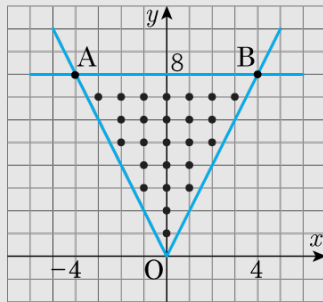
$$12 = x \times y$$

$$y = \frac{12}{x}$$

8. 함수 $y = 2|x|$ 의 그래프와 직선 $y = 8$ 의 두 교점을 A, B 라 할 때, 삼각형 AOB 의 내부에 a, b 가 모두 정수인 점 (a, b) 는 모두 몇 개인가? (단, 점 O 는 원점)
[배점 3, 하상]

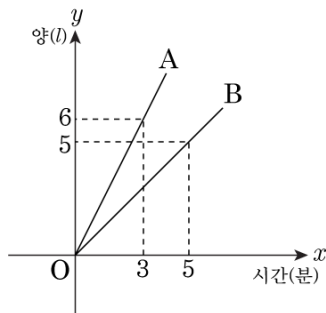
- ① 21 개 ② 23 개 ③ 25 개
④ 27 개 ⑤ 29 개

해설



$$1 + 1 + 3 + 3 + 5 + 5 + 7 = 25$$

9. A 수도꼭지와 B 수도꼭지를 틀어 각각 물통에 물을 담는다. 다음 그래프는 시간에 따른 물이 담겨지는 양의 관계를 나타낸 것이다. 물을 틀어 놓은 10분후에 두 물통에 담긴 물의 양의 차이는 얼마인가?
[배점 3, 하상]



- ① 10 L ② 15 L ③ 20 L
④ 25 L ⑤ 30 L

해설

A 의 함수식은 $y = 2x$, B 의 함수식은 $y = x$
 $\therefore 2 \times 10 - 10 = 10$ (L)

10. y 가 x 에 정비례하고, $x = 2$ 일 때, $y = 4$ 이다. y 와 x 의 관계식을 구한 뒤, $y = 8$ 일 때의 x 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $y = 2x$

▷ 정답 : $x = 4$

해설

$y = ax$ 에 $x = 2$, $y = 4$ 를 대입하면

$$4 = a \times 2, a = 2 \quad \therefore y = 2x$$

$y = 2x$ 에 $y = 8$ 을 대입하면 $8 = 2x$, $x = 4$

11. y 가 x 에 정비례하고, $x = 2$ 일 때, $y = 4$ 이다. $x = -1$ 일 때, y 의 값을 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -2

해설

$y = ax$ 에 $x = 2$, $y = 4$ 를 대입하면

$$4 = 2a, a = 2 \quad \therefore y = 2x$$

$y = 2x$ 에 $x = -1$ 을 대입하면 $y = -2$

12. y 가 x 에 반비례하고, $x = \frac{2}{7}$ 일 때, $y = -21$ 이다.

$x = -\frac{6}{5}$ 일 때, y 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$a = xy = \frac{2}{7} \times (-21) = -6$$

따라서 관계식은 $y = -\frac{6}{x}$ 이다.

$$\text{그러므로 } x = -\frac{6}{5} \text{일 때 } y = -\frac{6}{-\frac{6}{5}} = 5$$

13. 다음 [보기] 중 $y = \frac{2}{x}$ 에 대한 설명으로 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ x 와 y 는 정비례 관계에 있다.
- ㉡ x 의 값이 -4 일 때, y 의 값은 $\frac{1}{2}$ 이다.
- ㉢ x 의 값이 2배가 되면 y 의 값은 $\frac{1}{2}$ 배가 된다.

[배점 3, 중하]

- ① ㉠ ② ㉡ ③ ㉢ ㉣
④ ㉠, ㉣ ⑤ ㉠, ㉡, ㉣

해설

㉠ : x 와 y 는 반비례 관계에 있다.

㉡ : x 의 값이 -4 일 때, y 의 값은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

14. 넓이가 36 cm^2 인 직사각형의 가로 길이를 $x \text{ cm}$, 세로 길이가 $y \text{ cm}$ 라 하자. 이때, y 는 x 의 함수임을 설명하고, 이 함수의 관계식을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $y = \frac{36}{x}$

해설

x 의 값이 하나 정해지면 그에 따라 y 의 값이 오직 하나씩 대응하므로 함수이다.

이 함수의 관계식은 $xy = 36$ 이다. 따라서 $y = \frac{36}{x}$ 이다.

15. y 는 x 에 정비례하고 $x = 1$ 일 때, $y = -2$ 이다. $x = 3$ 일 때, y 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -6

해설

정비례 식 : $y = ax$

$x = 1$ 일 때, $y = -2$ 이면 $-2 = 1 \times a$, $a = -2$

$\therefore y = -2x$

$x = 3$ 일 때 $y = (-2) \times 3 = -6$

16. y 가 x 에 반비례하고, $x = 2$ 일 때 $y = 10$ 이라고 한다. 이 때, $x = -4$ 에 대응하는 y 의 값을 구하면? [배점 3, 중하]

- ① -20 ② -5 ③ 5
④ 10 ⑤ 20

해설

$y = \frac{a}{x}$ ($a \neq 0$) 에 $x = 2$, $y = 10$ 을 대입하면

$$10 = \frac{a}{2}, a = 20$$

관계식은 $y = \frac{20}{x}$ 이므로

$$x = -4 \text{ 를 대입하면 } y = \frac{20}{-4} = -5$$

해설

반비례 관계는 xy 의 값이 일정하므로

$$2 \times 10 = (-4) \times y$$

$$\therefore y = -5$$

17. y 가 x 에 반비례하고, 그 그래프가 두 점 $(2, 4)$, $(a, -\frac{1}{2})$ 을 지날 때, a 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -14 ② -15 ③ -16
④ -17 ⑤ -18

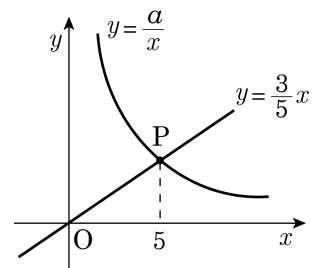
해설

$y = \frac{k}{x}$ ($k \neq 0$) 에 $x = 2$, $y = 4$ 를 대입하면

$$4 = \frac{k}{2}, k = 8$$

$$y = \frac{8}{x} \text{ 에 } x = a, y = -\frac{1}{2} \text{ 을 대입하면 } -\frac{1}{2} = \frac{8}{a} \\ \therefore a = -16$$

18. 다음 그림은 두 함수 $y = \frac{3}{5}x$ 와 $y = \frac{a}{x}$ ($x > 0$) 의 그래프이다. 두 그래프의 교점 P 의 x 좌표가 5일 때, a 의 값을 구하여라.



[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

$$y = \frac{3}{5}x \text{ 에 } x = 5 \text{ 를 대입하면 } y = \frac{3}{5} \times 5 = 3$$

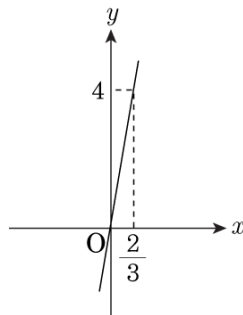
따라서, 점 P 의 좌표는 (5, 3) 이다.

$$y = \frac{a}{x} \text{ 에 } x = 5, y = 3 \text{ 을 대입하면 } 3 = \frac{a}{5} \therefore a = 15$$

19. 다음 그림과 같은 함수의 그래프 위에 있지 않은 점은?

[배점 4, 중중]

- ① (0, 0)
- ② $(\frac{1}{2}, 3)$
- ③ (2, 12)
- ④ $(-\frac{2}{3}, 4)$
- ⑤ $(-\frac{1}{3}, -2)$



해설

제 1, 3 사분면을 지나는 정비례 그래프이므로

$$y = ax \text{ 이고 점 } (\frac{2}{3}, 4) \text{ 를 지나므로 } 4 = \frac{2}{3}a, a = 6, y = 6x \text{ 이다.}$$

따라서 $(-\frac{2}{3}, -4)$ 이다.

20. 함수 $f(x) = ax + 2$ 에 대하여 $f(2) = -14$ 일 때, $f(-3) + 2f(1)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 14

해설

$$f(2) = 2a + 2 = -14 \text{ 에서 } a = -8 \text{ 이다.}$$

$$\therefore f(x) = -8x + 2$$

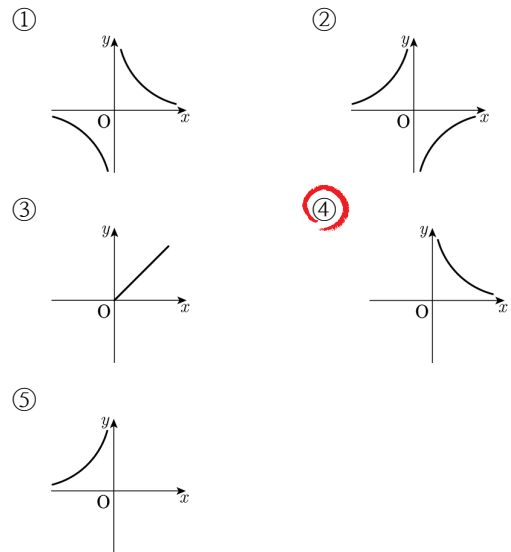
$$f(-3) = (-8) \times (-3) + 2 = 26$$

$$f(1) = (-8) \times 1 + 2 = -6$$

$$f(-3) + 2f(1) = 26 - 12 = 14$$

21. 큰 바퀴의 톱니 수는 50, 작은 바퀴의 톱니 수는 x , 큰 바퀴가 2 번 회전할 때, 작은 바퀴의 회전수는 y 이다. x, y 사이의 관계를 그래프로 나타내면?

[배점 4, 중중]



해설

톱니의 수 x 와 회전수 y 는 양수이므로 그래프는 제 1 사분면 위에서만 그려지고, 큰 바퀴의 톱니수가 50 개이므로 큰 바퀴가 2 번 회전하면 작은 바퀴의 톱니수도 $50 \times 2 = 100$ 개가 돌아가야 한다. 따라서 $xy = 100$ 을 만족해야 한다.

$$xy = 100 \rightarrow y = \frac{100}{x}$$

그러므로 제1 사분면 위의 반비례 그래프를 찾으면 된다.

22. 점 $\left(-\frac{11}{8}, 6\right)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선이 두 함수 $y = \frac{6}{5}x$, $y = -\frac{6}{7}x$ 와 만나는 점을 각각 P, Q 라고 할 때, $\triangle PQO$ 의 넓이를 구하여라. (단, O는 원점)
- [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36

해설

점 $\left(-\frac{11}{8}, 6\right)$ 을 지나고 x 축에 평행한 직선의 방정식은 $y = 6$

$y = 6$ 이 두 함수 $y = \frac{6}{5}x$, $y = -\frac{6}{7}x$ 와 만나는 점 $\rightarrow$ 각 함수식에 $y = 6$ 을 대입한다.

$$6 = \frac{6}{5}x \therefore x = 5 \therefore P(5, 6)$$

$$6 = -\frac{6}{7}x \therefore x = -7 \therefore Q(-7, 6)$$

$\triangle PQO$ 의 꼭짓점의 좌표는 $(5, 6)$, $(-7, 6)$, $(0, 0)$

$$\triangle PQO \text{의 넓이는 } \frac{1}{2} \{5 - (-7)\} \times 6 = 36$$

23. 200g의 소금물 속에 들어 있는 소금의 양은 20g이다. 이 소금물 x g 속에 들어 있는 소금의 양을 y g이라 할 때, x 와 y 사이의 관계식은? [배점 5, 중상]

① $y = 20x$ ② $y = 10x$ ③ $y = 2x$

④ $y = \frac{1}{10}x$ ⑤ $y = \frac{1}{5}x$

해설

$$(\text{소금물의 농도}) = \frac{(\text{소금의 양})}{(\text{소금물의 양})} \times 100 = \frac{20}{200} \times$$

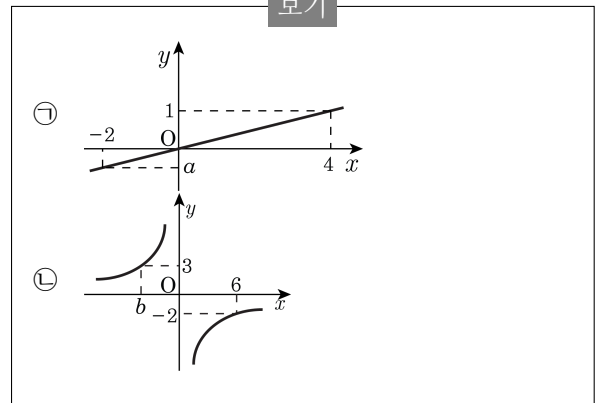
$$100 = 10\%$$

$$(\text{소금의 양}) = (\text{소금물의 양}) \times \frac{(\text{소금물의 농도})}{100},$$

$$y = x \times \frac{10}{100}, y = \frac{1}{10}x$$

24. 다음 보기의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것을 골라라.

보기



[배점 5, 중상]

① ㉠의 함수의 식은 $y = \frac{1}{4}x$ 이다.

② ㉡의 함수의 식은 $y = \frac{12}{x}$ 이다.

③ a 의 값은 $-\frac{1}{2}$ 이다.

④ b 의 값은 -4 이다.

⑤ 두 그래프 모두 x 의 값이 증가할 때, y 의 값도 증가한다.

해설

② ㉠ 그래프는 원점에 대하여 대칭인 쌍곡선이므로 $y = \frac{a}{x}$ 에 $x = 6, y = -2$ 를 대입하면
 $-2 = \frac{a}{6}, a = -12$ 이다.
 $\therefore y = -\frac{12}{x}$

25. 학교 체육관을 관리하는 아저씨의 오랜 경험에 의하면 체육관을 청소하는 데 걸리는 시간은 청소하는 학생의 수에 반비례한다고 한다. 지난 주 토요일 12명의 학생이 청소하는 데 60분이 걸렸다. 이 체육관의 청소를 30분만에 마치는데 필요한 학생 수를 구하여라. (주의 : 무엇을 미지수 x, y 로 할 것인가를 정하고 관계식을 세운 뒤 필요한 학생 수를 구하여라.)

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 24명

해설

청소하는 데 걸리는 시간을 y 분, 학생 수를 x 명이
라 하면 $y = \frac{a}{x}$ 이고,
여기에 $x = 12, y = 60$ 을 대입하면 $60 = \frac{a}{12}$ 이다.
따라서 $a = 720$ 이다.
따라서 관계식은 $y = \frac{720}{x}$
청소를 30분만에 마치는데 필요한 학생 수를 x
명이라 하면 $30 = \frac{720}{x}$
 $x = 24$