

단원 종합 평가

1. 다음 중 두 변수 x, y 사이에 정비례 관계가 있는 것을 모두 고르면? [배점 2, 하중]

① $x = 3y$

② $2x - y = 3$

③ $x = \frac{3}{y}$

④ $y = -\frac{1}{3}x$

⑤ $y = 5$

해설

① $x = 3y, y = \frac{1}{3}x$ (정비례)

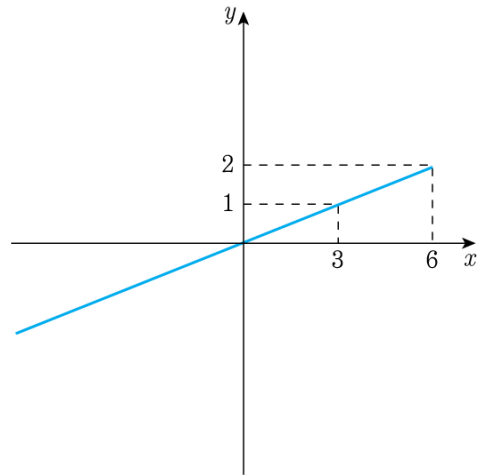
② $2x - y = 3, y = 2x - 3$ (정비례도 반비례도 아니다.)

③ $x = \frac{3}{y}$, 양변에 y 를 곱하면, $xy = 3, y = \frac{3}{x}$ (반비례)

④ $y = -\frac{1}{3}x$ (정비례)

⑤ $y = 5$ (정비례도 반비례도 아니다.)

2. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 다음과 같을 때, 상수 a 의 값을 구하여라.



[배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: $a = \frac{1}{3}$

해설

그래프가 점 $(3, 1)$ 을 지나고 원점을 지나는 직선
이므로, $y = ax$ 에 $x = 3, y = 1$ 을 대입하면

$1 = \frac{1}{3}a$ 가 된다.

따라서, $a = \frac{1}{3}$

3. 다음에서 y 가 x 에 정비례 하는 식을 모두 찾으려면?(3개) [배점 2, 하중]

① $y = 7x$

② $y = 2x - 1$

③ $y = \frac{x}{3}$

④ $y = -\frac{3}{5}x$

⑤ $x + y = 24$

해설

정비례 관계는 $y = ax (a \neq 0)$, $\frac{y}{x} = a$ 꼴이므로

- ① $y = 7x$ (정비례)
- ② $y = 2x - 1$ (정비례도 반비례도 아님)
- ③ $y = \frac{x}{3}, y = \frac{1}{3}x$ (정비례)
- ④ $y = -\frac{3}{5}x$ (정비례)
- ⑤ $x + y = 24, y = 24 - x$ (정비례도 반비례도 아님)

4. 다음 보기의 x, y 의 관계식 중 y 가 x 에 정비례하는 것은 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ $y = 2x$ ㉡ $y = -\frac{1}{2}x$
- ㉢ $y = x - 1$ ㉣ $y = \frac{2}{x}$
- ㉤ $xy = 3$

[배점 2, 하중]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
- ④ 4개 ⑤ 5개

해설

정비례 관계식은 $y = ax (a \neq 0)$ 이므로

- ㉠ $y = 2x$, ㉡ $y = -\frac{1}{2}x$ 가 정비례 관계

5. 다음 관계식 중에서 y 가 x 에 반비례하는 것은? [배점 2, 하중]

- ① $y = \frac{x}{2} + 1$ ② $y = \frac{x}{3}$
- ③ $xy = 3$ ④ $y = -3x$
- ⑤ $2y = 4x$

해설

반비례: $xy = a$ 또는 $y = \frac{a}{x}$ 꼴

- ③ $xy = 3 \quad \therefore y = \frac{3}{x}$

6. 함수 $f(x) = (x \text{의 약수의 개수})$ 의 정의역이 $X = \{9, 10, a\}$ 이고, 공역이 $\{3, 4, 6\}$ 일 때, 다음 중 a 의 값으로 적당하지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 12 ② 8 ③ 16 ④ 6 ⑤ 18

해설

$f(a)$ 의 값이 3 또는 4 또는 6 을 만족해야 한다.

- ① $f(12) = (12 \text{의 약수의 개수}) = 6$
- ② $f(8) = (8 \text{의 약수의 개수}) = 4$
- ③ $f(16) = (16 \text{의 약수의 개수}) = 5$
- ④ $f(6) = (6 \text{의 약수의 개수}) = 4$
- ⑤ $f(18) = (18 \text{의 약수의 개수}) = 6$

$\therefore$ 함숫값이 공역에 속하지 않는 것은 ③이다.

7. 다음 중 y 가 x 의 함수가 아닌 것은?

[배점 3, 하상]

- ① 자연수 x 의 2배인 수 y
- ② 한 변의 길이가 $x\text{cm}$ 인 정삼각형 둘레 $y\text{cm}$
- ③ 자연수 x 보다 큰 수 y
- ④ 자연수 x 의 약수의 개수 y
- ⑤ 자연수 x 의 $\frac{1}{3}$ 배인 수 y

해설

③ 반례 : 자연수 2 보다 큰 수는 3, 4, 5... 무수히 많다.

8. $P(a, b)$ 가 제 4사분면의 점일 때, 점 $Q(ab, a - b)$ 가 위치하는 사분면은? [배점 3, 하상]

- ① 제 1사분면
- ② 제 2사분면
- ③ 제 3사분면
- ④ 제 4사분면
- ⑤ 제 5사분면

해설

$a > 0, b < 0$ 이므로
 $ab < 0, a - b > 0$
 따라서 제 2사분면이다.

9. 12km 의 거리를 시속 $x\text{ km}$ 로 달릴 때 걸린 시간은 y 시간이다. 이때, x, y 사이의 관계식을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① $y = \frac{12}{x}$
- ② $y = -\frac{12}{x}$
- ③ $y = \frac{1}{12}x$
- ④ $y = 12x$
- ⑤ $y = -12x$

해설

(거리) = (시간) $\times$ (속력) 이므로

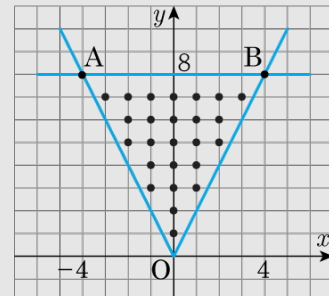
$$12 = x \times y$$

$$y = \frac{12}{x}$$

10. 함수 $y = 2|x|$ 의 그래프와 직선 $y = 8$ 의 두 교점을 A, B 라 할 때, 삼각형 AOB 의 내부에 a, b 가 모두 정수인 점 (a, b) 는 모두 몇 개인가? (단, 점 O 는 원점) [배점 3, 하상]

- ① 21 개
- ② 23 개
- ③ 25 개
- ④ 27 개
- ⑤ 29 개

해설



$$1 + 1 + 3 + 3 + 5 + 5 + 7 = 25$$

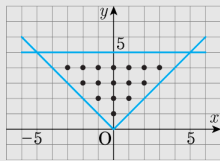
11. 함수 $y = |x|$ 의 그래프와 직선 $y = 5$ 의 두 교점을 P, Q 라 할 때, 삼각형 POQ 의 내부에 a, b 가 모두 정수인 점 (a, b) 는 모두 몇 개인가? (단, 점 O 는 원점)
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

그래프를 그려 보면



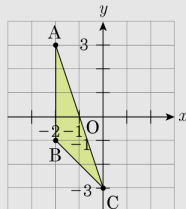
$$1 + 3 + 5 + 7 = 16$$

12. 세 점 $A(-2, 3)$, $B(-2, -1)$, $C(0, -3)$ 을 꼭짓점으로 하는 삼각형의 넓이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설



삼각형 ABC 는 밑변 $(\overline{AB})$ 의 길이가 4, 높이가 2 이다.

$$(\text{삼각형 ABC 의 넓이}) = \frac{1}{2} \times 4 \times 2 = 4$$

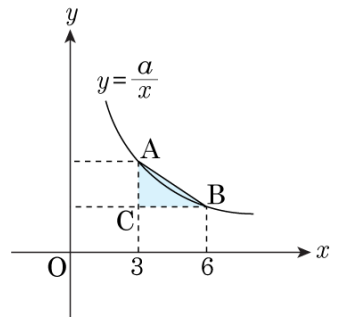
13. 함수 $y = ax$ ($a \neq 0$) 의 그래프에 대한 설명으로 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $a > 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 도 증가하는 증가함수이다.
- ② $a < 0$ 일 때, x 가 증가하면 y 는 감소하는 감소함수이다.
- ③ 항상 원점을 지난다.
- ④ $f(1) + f(-1) = 0$ 이다.
- ⑤ 항상 오른쪽 위로 향한다.

해설

- ⑤ $a > 0$ 일 때, 오른쪽 위로 향하고 $a < 0$ 일 때, 왼쪽 위로 향한다.

14. 다음 그림과 같이 두 점 A, B 가 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있고 점 A 에서 그은 y 축과 평행한 직선과 점 B 에서 그은 x 축과 평행한 직선이 만나는 점을 C 라 할 때, 삼각형 ACB 의 넓이는 3 이다. 이때, a 의 값은?



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$x = 3 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{3} \therefore A \left(3, \frac{a}{3} \right)$$

$$x = 6 \text{ 일 때 } y = \frac{a}{6} \therefore B \left(6, \frac{a}{6} \right)$$

$$(\text{삼각형ACB의 넓이}) = \left(\frac{a}{3} - \frac{a}{6} \right) \times 3 \times \frac{1}{2} = 3$$

$$\frac{a}{4} = 3, a = 12$$

15. y 가 x 에 반비례하고, $x = \frac{2}{7}$ 일 때, $y = -21$ 이다.

$x = -\frac{6}{5}$ 일 때, y 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5

해설

$$a = xy = \frac{2}{7} \times (-21) = -6$$

따라서 관계식은 $y = -\frac{6}{x}$ 이다.

$$\text{그러므로 } x = -\frac{6}{5} \text{ 일 때 } y = -\frac{6}{-\frac{6}{5}} = 5$$

16. 다음 중 y 가 x 에 정비례하는 것을 두 개 고르면?

[배점 3, 중하]

- ① 한 변의 길이가 x cm 인 정삼각형의 둘레의 길이는 y cm 이다.
- ② x 권에 3000 원 하는 공책 한 권의 가격이 y 원이다.
- ③ 10km 의 거리를 시속 x cm 로 달릴 때, 걸린 시간은 y 이다.
- ④ 가로 길이가 x cm, 세로 길이가 y cm 인 직사각형의 넓이는 12 cm^2 이다.
- ⑤ 시속 3km 로 x 시간 동안 달린 거리는 y km 이다.

해설

정비례 관계식 : $y = ax$ ($a \neq 0$), $\frac{y}{x} = a$ ($a \neq 0$)

- ① $y = 3x$: 정비례
- ② $y = \frac{3000}{x}$: 반비례
- ③ $y = \frac{10}{x}$: 반비례
- ④ $y = \frac{12}{x}$: 반비례
- ⑤ $y = 3x$: 정비례

17. 다음 보기 중 함수인 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ 한 개에 100원 하는 지우개 x 개의 값 y 원
- ㉡ 한 변의 길이 x cm 인 정삼각형의 둘레의 길이 y cm
- ㉢ 절댓값이 x 인 수
- ㉣ 자연수 x 의 약수의 개수 y 개

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉢, ㉣
- ② ㉠, ㉡, ㉣
- ③ ㉠, ㉢, ㉣
- ④ ㉡, ㉢, ㉣
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉢, ㉣

해설

- ㉠, ㉡, ㉣은 x 의 값이 정해지면 그에 따라 y 의 값이 하나로 정해지므로 함수이다.
- ㉠ $y = 100x$
 - ㉡ $y = 3x$
 - ㉣ $y = (\text{자연수 } x \text{ 의 약수의 개수})$

18. 함수 $y = \frac{x}{3} + 1$ 에 대하여 그 치역이 $\{-2, 0, 2, 4\}$ 일 때, 이 함수의 정의역은? [배점 4, 중중]

- ① $\{-9, -3, 3, 9\}$
- ② $\{-6, -3, 3, 6\}$
- ③ $\{-9, -2, 2, 9\}$
- ④ $\{-6, -2, 2, 6\}$
- ⑤ $\{-9, -6, 6, 9\}$

해설

$y = \frac{x}{3} + 1$ 에 $y = -2, y = 0, y = 2, y = 4$ 를 각각 대입해 보면
 $-2 = \frac{x}{3} + 1, \frac{x}{3} = -3, x = -9$
 $0 = \frac{x}{3} + 1, \frac{x}{3} = -1, x = -3$
 $2 = \frac{x}{3} + 1, \frac{x}{3} = 1, x = 3$
 $4 = \frac{x}{3} + 1, \frac{x}{3} = 3, x = 9$
 $\therefore \{-9, -3, 3, 9\}$

19. 정사각형 타일 12 개를 맞추어 직사각형을 만들려고 한다. 가로, 세로에 놓인 타일 갯수를 각각 x, y 라 할 때, y 를 x 에 관한 식으로 바르게 나타낸 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $y = \frac{12}{x}$
- ② $y = -\frac{12}{x}$
- ③ $y = 12x$
- ④ $y = -12x$
- ⑤ $y = 12 + x$

해설

$$xy = 12 \quad \therefore y = \frac{12}{x}$$

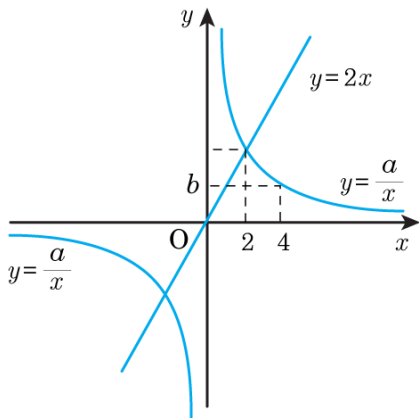
20. 함수 $y = ax$ 의 그래프가 점 $(-1, \frac{1}{2})$ 을 지날 때, 다음 중 이 그래프 위에 있는 점은? [배점 4, 중중]

- ① $(2, 4)$
- ② $(-2, 1)$ 이다.
- ③ $(4, 1)$
- ④ $(-4, -2)$
- ⑤ $(2, 1)$

해설

$y = ax$ 에 $(-1, \frac{1}{2})$ 을 대입하면 $-a = \frac{1}{2}$, $a = -\frac{1}{2}$ 이다.
 $y = -\frac{1}{2}x$ 위에 있는 점은 $(-2, 1)$ 이다.

21. 함수 $y = 2x$ 와 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프는 $x = 2$ 인 점에서 만나고, 점 $(4, b)$ 가 함수 $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프 위에 있을 때, $a - 2b$ 의 값은?



[배점 4, 중중]

- ① -6 ② -4 ③ 0 ④ 4 ⑤ 5

해설

$y = 2x$ 에서 $x = 2$ 일 때 $y = 4$
 $(2, 4)$ 는 두 그래프의 교점이므로 $y = \frac{a}{x}$ 에 $(2, 4)$ 를 대입하면 $4 = \frac{a}{2}$
 $\therefore a = 8$
 $y = \frac{8}{x}$ 에 $x = 4$, $y = b$ 를 대입하면
 $b = 2$
 $\therefore a - 2b = 8 - 4 = 4$

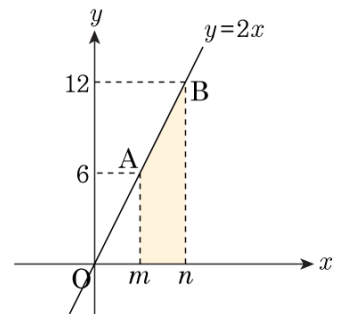
22. 10분에 10 km를 가는 승용차가 있다. x 시간 동안 달린 거리를 y km라 할 때 x 와 y 사이의 관계식을 구하면?
 [배점 4, 중중]

- ① $y = x$ ② $y = 10x$ ③ $y = 60x$
 ④ $y = 80x$ ⑤ $y = 120x$

해설

10분에 10 km를 간다면 1시간에는 60 km를 간다.
 따라서 $y = 60x$ 이다.

23. 다음 그림과 같이 함수 $y = 2x$ 의 그래프 위에 두 점 $A(m, 6)$, $B(n, 12)$ 가 있을 때, 색칠한 부분의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 27

해설

$y = 2x$ 에 $(m, 6)$, $(n, 12)$ 를 대입하면
 $6 = 2m$, $m = 3$
 $12 = 2n$, $n = 6$
 $\therefore$ (색칠한 부분의 넓이) $= \frac{1}{2} \times (12 + 6) \times 3 = 27$

24. 두 함수 $y = ax$, $y = \frac{a}{x}$ 의 그래프의 관한 설명으로 옳지 않은 것은? (단, $a \neq 0$) [배점 5, 중상]

- ① 점 $(1, a)$ 를 항상 지난다.
- ② 두 그래프는 두 점에서 만난다.
- ③ 두 그래프는 모두 원점에 대하여 점대칭이다.
- ④ 각 사분면에서 두 그래프는 x 의 값이 증가할 때 y 의 값은 감소한다.
- ⑤ 점 (p, q) 가 그래프 위에 있으면 점 $(-p, -q)$ 도 그래프 위에 있다.

해설

④ $a > 0$ 일 때

$y = ax$ 는 x 값이 증가할 때 y 값도 증가하지만

$y = \frac{a}{x}$ 는 x 값이 증가할 때 y 값은 감소한다.

해설

$$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

(A 의 원소, B 의 원소)로 하는 순서쌍은 25개이므로 $a = 25$ 이다.

어느 사분면에도 속하지 않는 순서쌍은 좌표축에 있는 순서쌍이므로

$(-2, 0), (-1, 0), (0, -3), (0, -1), (0, 0), (0, 1), (0, 3), (1, 0), (2, 0)$ 이므로 $b = 9$ 이다.

$$\therefore a + b = 34$$

25. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid |x| \leq 2 \text{인 정수}\}$, $B = \{-3, -1, 0, 1, 3\}$ 일 때, (A 의 원소, B 의 원소)로 하는 순서쌍의 개수를 a 개라 하자. 또, 구한 순서쌍을 좌표평면에 나타내었을 때, 어느 사분면에도 속하지 않는 순서쌍의 개수를 b 개라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 34