

실력 확인 문제

1. 다음 중 옳은 것은?

[배점 2, 하중]

- ① $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 9$
- ② $(3 - x)^2 = 9 - 6x - x^2$
- ③ $(4x - y)(4x + y) = 4x^2 - y^2$
- ④ $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2x + 2$
- ⑤ $(x + 2y)(x - 3y) = x^2 - xy - 6y^2$

해설

- ① $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$
- ② $(3 - x)^2 = x^2 - 6x + 9$
- ③ $(4x - y)(4x + y) = 16x^2 - y^2$
- ④ $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 3x + 2$

2. $(x + 3y)(x - y)$ 를 전개하면?

[배점 2, 하중]

- ① $x^2 + 4xy - 3y^2$
- ② $x^2 - 4xy + 3y^2$
- ③ $x^2 - 2xy + 3y^2$
- ④ $x^2 - 4xy - 3y^2$
- ⑤ $x^2 + 2xy - 3y^2$

해설

$$\begin{aligned}(x + 3y)(x - y) &= x^2 - xy + 3xy - 3y^2 \\ &= x^2 + 2xy - 3y^2\end{aligned}$$

3. $x = \frac{1}{2}, y = -\frac{1}{3}$ 일 때, 다음 식 $(x + y)(x - y)$ 의 값은?

[배점 2, 하중]

- ① 0
- ② $\frac{1}{36}$
- ③ $-\frac{1}{36}$
- ④ $\frac{5}{36}$
- ⑤ $-\frac{5}{36}$

해설

$$x^2 - y^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{9} = \frac{5}{36}$$

4. $(x - a)(x - 5) = x^2 - bx + 15$ 일 때, 상수 a, b 의 곱 ab 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

$$\begin{aligned}x^2 - (a + 5)x + 5a &= x^2 - bx + 15 \\ a = 3, b = 8 \\ \therefore ab &= 24\end{aligned}$$

5. $a * b = (a + b)^2$ 으로 정의할 때, $2x * (-y) + x * 2y$ 를 간단히 한 식에서 xy 의 계수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$$(2x - y)^2 + (x + 2y)^2 = 4x^2 - 4xy + y^2 + x^2 + 4xy + 4y^2 = 5x^2 + 5y^2$$

따라서, xy 의 계수는 0

6. $(x + 2y + 1)(x - 2y + 1)$ 을 전개한 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $x^2 - 2y - 4y^2 + 1$
 ② $x^2 - 4xy + 1$
 ③ $x^2 - 2xy - 4y^2 + 1$
 ④ $x^2 + 2x - 4y^2 + 1$
 ⑤ $x^2 - 2x + 4y^2 + 1$

해설

$x + 1 = t$ 라 하면

$$(x+1+2y)(x+1-2y) = (t+2y)(t-2y) = t^2 - 4y^2 \\ = (x+1)^2 - 4y^2 = x^2 + 2x + 1 - 4y^2$$

7. 203^2 을 계산하는데 다음 중 가장 편리한 전개 공식은?

[배점 3, 중하]

- ① $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$
 ② $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
 ③ $m(a + b) = ma + mb$
 ④ $(ax + b)(cx + d) = acx^2 + (ad + bc)x + bd$
 ⑤ $(a + b)(c + d) = ac + bc + ad + bd$

해설

$203^2 = (200 + 3)^2$ 이므로 $a = 200$, $b = 3$ 이라면
 $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ 을 이용하면 된다.

8. $a = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ 일 때, $a - \frac{1}{a}$ 의 값을 구하면?

[배점 3, 중하]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $4\sqrt{2}$
 ④ $-4\sqrt{2}$ ⑤ -4

해설

$$a - \frac{1}{a} = \frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1} - \frac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1} = \\ \frac{(\sqrt{2}-1)^2 - (\sqrt{2}+1)^2}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = -2\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = -4\sqrt{2}$$

9. $(\sqrt{3} - 2)^2 - a(3 - 2\sqrt{3})$ 을 계산한 결과가 유리수가 되도록 하는 유리수 a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $a = 2$

해설

$$(\sqrt{3} - 2)^2 - a(3 - 2\sqrt{3}) = 7 - 4\sqrt{3} - 3a + 2a\sqrt{3} \\ = 7 - 3a + (2a - 4)\sqrt{3} \text{가 유리수가 되기 위해서는} \\ 2a - 4 = 0 \therefore a = 2$$

10. $(Ax + 1)(3x - B) = 6x^2 + Cx - 2$ 일 때, $A - B + C$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: $A - B + C = -1$

해설

$$\begin{aligned} 3Ax^2 + (3 - AB)x - B &= 6x^2 + Cx - 2 \\ -B &= -2 \text{에서 } B = 2 \\ 3A &= 6 \text{에서 } A = 2 \\ C &= 3 - AB = 3 - 4 = -1 \text{에서 } C = -1 \\ A = 2, B = 2, C &= -1 \\ \therefore A - B + C &= -1 \end{aligned}$$

11. $x^2 + Ax - 6 = (x - 3)(x + B)$ 일 때, $A + B$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

$$\begin{aligned} (x - 3)(x + B) &= x^2 + (B - 3)x - 3B \\ &= x^2 + Ax - 6 \\ -3B &= -6 \\ \therefore B &= 2 \\ \therefore A &= B - 3 = -1 \\ \therefore A + B &= -1 + 2 = 1 \end{aligned}$$

12. $a + b = 2$, $a^2 + b^2 = 8$ 일 때, $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned} a + b &= 2, a^2 + b^2 = 8 \text{에서 } a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab \\ 2ab &= 4 - 8 \text{ 따라서, } ab = -2 \\ \therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b} &= \frac{a + b}{ab} = \frac{2}{-2} = -1 \end{aligned}$$

13. $x = \frac{\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} + 1}$, $y = \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} - 1}$ 일 때, $\frac{x^2 + y^2 - xy}{x - y}$ 의 값을 구하면? [배점 4, 중중]

- ① $-2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{2}$ ③ $-\frac{13}{6}\sqrt{3}$
④ $\frac{13}{6}$ ⑤ $3\sqrt{3}$

해설

$$\begin{aligned} \text{먼저 } x, y \text{의 분모를 유리화하면} \\ x &= \frac{(\sqrt{3} - 1)^2}{(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1)} = \frac{4 - 2\sqrt{3}}{2} = 2 - \sqrt{3} \\ y &= \frac{(\sqrt{3} + 1)^2}{(\sqrt{3} - 1)(\sqrt{3} + 1)} = \frac{4 + 2\sqrt{3}}{2} = 2 + \sqrt{3} \\ x - y &= (2 - \sqrt{3}) - (2 + \sqrt{3}) = -2\sqrt{3}, xy = (2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 - 3 = 1 \text{ 이므로} \\ (\text{주어진 식}) &= \frac{(x - y)^2 + xy}{x - y} = \frac{(-2\sqrt{3})^2 + 1}{-2\sqrt{3}} = \frac{13}{-2\sqrt{3}} = -\frac{13\sqrt{3}}{6} \end{aligned}$$

14. $(x + y + 1)(x + y - 3)$ 의 전개식에서 xy 의 계수를 a , x 의 계수를 b 라 할 때, $a + b$ 의 값을 구하면?
[배점 4, 중중]

① -1 ② 0 ③ 1 ④ 3 ⑤ 6

해설

$(x + y + 1)(x + y - 3)$ 의 전개에서 구하는 항만 골라서 풀어보면

xy 항은 $xy + xy = 2xy$ $\therefore a = 2$

x 의 항은 $-3x + x = -2x$ 은 $\therefore b = -2$

$a + b = 2 + (-2) = 0$

해설

$x + y = t$ 라고 치환하면,

$(x + y + 1)(x + y - 3) = (t + 1)(t - 3) = t^2 - 2t - 3$

$= (x + y)^2 - 2(x + y) - 3 = x^2 + 2xy + y^2 - 2x - 2y - 3$

따라서 xy 의 계수 $a = 2$, x 의 계수 $b = -2$

$\therefore a + b = 2 + (-2) = 0$

15. $(x - 2y + 3)(3x + y - 4)$ 를 전개하였을 때, xy 의 계수를 a , 상수항을 b 라 할 때 $|-a + b| - |b - 2a|$ 의 값을 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$(x - 2y + 3)(3x + y - 4)$ 의 전개식에서

xy 의 항: $xy - 6xy = -5xy$ 이므로

xy 의 계수 $a = -5$

상수항 $b = -12$

$\therefore |-a + b| - |b - 2a| = |5 - 12| - |-12 + 10| = 7 - 2 = 5$

16. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 34$ 일 때, $x - \frac{1}{x}$ 의 값은?

[배점 4, 중중]

① ± 6 ② 6 ③ $4\sqrt{2}$

④ $\pm 4\sqrt{2}$ ⑤ 32

해설

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = x^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right) - 2 = 34 - 2 = 32$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \pm\sqrt{32} = \pm 4\sqrt{2}$

17. $\sqrt{8999 \times 9001 + 1} = 10 \times a^2$ 일 때, a 의 값은?

[배점 5, 중상]

① ± 10 ② ± 20 ③ ± 30

④ ± 40 ⑤ ± 50

해설

$$\sqrt{(9000-1)(9000+1)+1} = 9000 = 10 \times (\pm 30)^2$$

18. 다음 식을 계산하시오. $7(8+1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8$
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\begin{aligned} & (8-1)(8+1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^2-1)(8^2+1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^4-1)(8^4+1)-8^8 \\ &= (8^8-1)-8^8 = -1 \end{aligned}$$

19. $x^3 + \square = (x+2)(x^2-2x+4)$ 에서 $\square$ 안에 알맞은 수를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$$\begin{aligned} & (x+2)\{x(x-2)+4\} = x(x+2)(x-2)+4(x+2) \\ &= x(x^2-4)+4(x+2) = x^3-4x+4x+8 = x^3+8 \end{aligned}$$

20. $x^2 - 4x = 1$ 일 때, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ 의 값은?

[배점 5, 중상]

- ① 20 ② 18 ③ 16 ④ 14 ⑤ 12

해설

$x^2 - 4x = 1$ 양변을 x 로 나누면

$$x - 4 = \frac{1}{x}, \quad x - \frac{1}{x} = 4$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 = 4^2 + 2 = 18$$