

단원 형성 평가

1. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)
[배점 3, 중하]

① $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 유한집합이다.

② $B = \{0, 1, 2\}$ 이면 $2 \in B$ 이다.

③ $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면
 $n(C) = 1$ 이다.

④ $D = \{x|x \text{는 } 6 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 이면
 $D = \emptyset$ 이다.

⑤ $n(\{0, 1, 4\}) - n(\{1, 2\}) = 1$ 이다.

해설

① $A = \{x|x \text{는 짝수}\}$ 이면 A 는 무한집합이다.

③ $C = \{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 짝수}\}$ 이면 $n(C) = 0$ 이다.

④ $D = \{x|x \text{는 } 6 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ 이면 $D = \{2, 4\}$ 이다.

2. 두 집합 $A = \{a, b, c, d\}$, $B = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b + c + d$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 17

해설

$B = \{2, 3, 5, 7\}$

$A = B$ 이므로

$a + b + c + d = 2 + 3 + 5 + 7 = 17$

3. 지우네 반 학생 30 명 중 게임기를 가진 학생은 21 명, 휴대전화기를 가진 학생은 19 명, 둘 다 가지고 있는 학생은 11 명이다. 이 때, 휴대전화기만 가지고 있는 학생 수는? [배점 3, 중하]

① 8 명

② 11 명

③ 19 명

④ 21 명

⑤ 30 명

해설

지우네 반 학생의 집합을 U , 게임기를 가진 학생의 집합을 A , 휴대전화기를 가진 학생의 집합을 B 라 하면

$n(U) = 30, n(A) = 21, n(B) = 19, n(A \cap B) = 11$ 이다.

휴대전화기만 가진 학생의 집합은 $B - A$ 이므로
 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 11 = 8$ 이다.

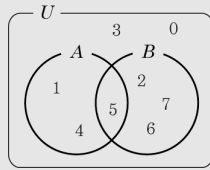
4. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{0, 3\}$, $A - B = \{1, 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$B - A = \{2, 6, 7\} \text{ 이므로 } n(B - A) = 3$$

5. $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의
두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{2, 5\}$, $B - A = \{1, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$ 에 대하여 집합 A 는?
[배점 4, 중중]

- ① $\{2, 4\}$ ② $\{4, 5\}$
③ $\{2, 4, 5\}$ ④ $\{2, 4, 5, 6\}$
⑤ $\{2, 4, 5, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $A - B = \{2, 5\}$, $B - A = \{1, 7\}$, $A^c \cap B^c = \{3, 6, 8, 9\}$
이므로 $A \cap B = \{4, 10\}$ 이다.
따라서 $A = (A - B) \cup (A \cap B) = \{2, 4, 5, 10\}$ 이다.

6. 우리 반에서 빨간 색 모자를 가지고 있는 학생은 20 명이고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생은 15 명이다. 그리고 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생은 5 명이라 할 때, 빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 30 명

해설

빨간 색 모자를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생을 B 라 하자. 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 5$ 이다.
빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 합집합의 개수를 의미한다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $x = 20 + 15 - 5$
 $x = 30$
그러므로 30 명이다.

7. 두 집합
 $A = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 이상 } 250 \text{ 이하 } 12 \text{의 배수}\}$,
 $B = \{x | x \text{는 } 100 \text{ 보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때,
 $n(B) - n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 12

해설

$$n(A) = 12, \quad n(B) = 24$$

$$n(B) - n(A) = 24 - 12 = 12$$

8. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

- ㉠ 모든 원소는 자연수이다.
 ㉡ $2 \in A, 6 \in A$
 ㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로
 $2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$
 $4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$

9. 다음 안에 알맞은 세 자연수의 합을 구하여라.

보기

- ㉠ $n(\{x|x \text{는 } \square \text{미만의 자연수}\}) = 4$
 ㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = \square$
 ㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 의 개수는 $\square$ 개이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

- ㉠ $n(\{x|x \text{는 } 5 \text{ 미만의 자연수}\}) = 4$
 ㉡ $n(\{a, b, c, d\}) - n(\{b, c, d\}) = 1$
 ㉢ $A \subset \{1, 2, 3\}$ 이고, $n(A) = 2$ 를 만족하는 집합 A 는 $\{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ 의 3 개
 $\therefore 5 + 1 + 3 = 9$

10. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

[배점 5, 중상]

- ① $A \subset B$ 이면 $A \cap B = A$ 이다.
 ② $A \subset B$ 이면 $A^c \subset B^c$ 이다.
 ③ $B - A = B \cap A^c$
 ④ $A \cap \emptyset^c = A$
 ⑤ $U - \emptyset = A \cap A^c$

해설

- ② $A \subset B$ 이면 $A^c \supset B^c$ 이다.
 ④ $A \cap \emptyset^c = A \cap U = A$
 ⑤ $U - \emptyset = U = A \cup A^c$

11. 두 집합 $A = \{1, 2, 4, 5, 7\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$ 에 대하여 $X \cap A = X$ 와 $X \cup (A \cap B) = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

$X \cap A = X$ 이므로 $X \subset A$
 $X \cup (A \cap B) = X$ 이므로 $(A \cap B) \subset X$
 $A \cap B = \{1, 5\}$
 $\{1, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 4, 5, 7\}$
 집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 1, 5를 반드시 포함하는 집합이다.
 $\therefore 2^{5-2} = 2^3 = 8$ (개)

해설

자연수 전체집합의 부분집합인 A 가
 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 라는 조건을 가질 때,
 집합 A 의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4이다.
 조건을 이용하면 1과 4, 2와 3은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로
 집합 A 는 $\{1, 4\}$, $\{2, 3\}$, $\{1, 2, 3, 4\}$ 의 3개의 경우가 가능하다.

12. $n(\{0, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset)$ 를 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$n(\{\{0\}, \emptyset, \{0, 2\}, \{1\}\}) \times n(\{0, 1\}) - n(\emptyset) = 4 \times 2 - 0 = 8$

14. 집합 $S = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것만 골라라.

- ㉠ $\{a\} \subset S$
 ㉡ $\{b\} \in S$
 ㉢ $\{b, c, d\} \in S$
 ㉣ $c \in S, d \in S$
 ㉤ $\{c, d\} \subset S$
 ㉥ $S \subset \{a, b, c, d\}$

[배점 5, 상하]

13. 집합 $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$ 가 있다. 집합 A 의 개수를 구하여라.
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3개

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉠

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

집합 S 는 집합 안에 또 다른 집합을 원소로 가진 집합이다. 따라서 집합 S 의 원소는

$\{a, \{a\}, \{a, b\}, b, \{c\}, c, d\}$ 가 된다.

㉠ $\{a\} \subset S \rightarrow \{a\}$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉡ $\{b\} \in S \rightarrow b$ 는 집합 S 의 원소이지만 $\{b\}$ 는 집합 S 의 원소가 아니다.

㉢ $\{b, c, d\} \in S \rightarrow b, c, d$ 는 모두 집합 S 의 원소이므로 $\{b, c, d\} \subset S$ 가 되어야 한다.

㉣ $c \in S, d \in S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이므로 옳다.

㉤ $\{c, d\} \subset S \rightarrow c, d$ 는 집합 S 의 원소이고 $\{c, d\}$ 는 집합 S 의 부분집합이 되므로 옳다.

㉥ $S \subset \{a, b, c, d\} \rightarrow$ 집합 S 는 $\{a, b, c, d\}$ 의 부분집합이 될 수 없다.

따라서 옳은 것은 ㉠, ㉣, ㉤이다.

해설

조사한 학생의 집합을 U , 영어학원을 다니는 학생의 집합을 A , 수학학원을 다니는 학생의 집합을 B 라 하면

$$n(U) = 75, n(A) = 24, n(B^c) = 32$$

$$n(B) = n(U) - n(B^c) = 75 - 32 = 43$$

$A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B)$ 이 최대이므로 $n(A \cup B)$ 의 최댓값은 $24 + 43 = 67$ 이다.

$$\therefore (n((A \cup B)^c) \text{의 최솟값}) = m = 75 - 67 = 8$$

$A \subset B$ 일 때, $n(A \cup B)$ 이 최소이므로 $n(A \cup B)$ 의 최솟값은 $n(B) = 43$

$$\therefore (n((A \cup B)^c) \text{의 최댓값}) = M = 75 - 43 = 32$$

따라서 $M - m = 32 - 8 = 24$ 이다.

15. 75 명의 학생을 대상으로 조사를 하였더니 영어학원을 다니는 학생은 24 명, 수학학원을 다니지 않는 학생은 32 명이었다. 영어학원과 수학학원을 모두 다니지 않는 학생 수의 최댓값을 M , 최솟값을 m 이라 할 때, $M - m$ 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24