

단원 형성 평가

1. 다음 표는 혜교의 지난 중간고사와 기말고사 시험과목 일부와 그 점수이다. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

과목	중간	기말
국어	80	85
수학	90	80
영어	85	100
과학	70	55
사회	95	80
미술	100	95
음악	95	100
체육	75	65
도덕	100	85
한문	55	70

[배점 3, 중하]

- ① 지난 중간고사 점수가 80 점 이상인 과목
- ② 지난 기말고사 점수 중 지난 중간고사 점수보다 높은 과목
- ③ 기말고사 때 잘 본 과목
- ④ 기말고사 때 가장 못 본 과목
- ⑤ 중간고사와 기말고사의 평균이 좋은 과목

해설

- ③ ‘잘’이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.
- ④ ‘못 본’이라는 단어의 기준은 명확하지 않으나, ‘가장’이라는 단어가 있기 때문에 그 기준이 확실하다. 따라서 집합이다.
- ⑤ ‘좋은’이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

2. 다음 중에서 옳은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $\{x \mid x \text{는 } 3 \text{의 약수}\} \subset \{1, 2, 3\}$
- ㉡ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$
- ㉢ $0 \in \emptyset$
- ㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$
- ㉤ $\emptyset \subset \{1\}$
- ㉥ $\emptyset \subset \emptyset$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉠

▷ 정답: ㉤

▷ 정답: ㉥

해설

- ㉠ $\{a, b\} \in \{a, b, c\}$ 에서 집합과 집합 사이의 관계는 $\subset$ 를 써야한다.
- ㉢ $0 \in \emptyset$ 에서는 $\emptyset \subset \{0\}$ 이어야 한다.
- ㉣ $\emptyset \in \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에서는 $\subset$ 를 써야한다.
- ㉥ 공집합($\emptyset$)은 모든 집합의 부분집합이다.

3. 세 집합

$$A = \{w, x, y, z\},$$

$$B = \{x \mid x \text{는 } 30 \text{ 미만의 } 30 \text{의 약수}\},$$

$$C = \{x \mid x \text{는 } 25 \text{ 이하의 소수}\} \text{ 일 때,}$$

$$n(A) + n(B) + n(C) \text{ 의 값을 구하여라.}$$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 20

해설

$$B = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23\}$$

$$\therefore n(A) + n(B) + n(C) = 4 + 7 + 9 = 20$$

4. 집합 $\{1, 2\} \subset X \subset \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 4개

해설

$\{1, 2\} \subset X \subset \{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 이므로
집합 X 는 $\{\emptyset, 1, 2, \{1, 2\}\}$ 의 부분집합 중
원소 1, 2 를 포함하는 집합이다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{4-2} = 4$ (개)

5. $A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{2, a, a+1\}$ 이고 $A \cap B = \{2, 4\}$ 일 때 집합 B 의 원소의 합을 구하면?(정답 2개) [배점 4, 중중]

① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

$A \cap B = \{2, 4\}$ 이므로 $a = 4$ 이거나 $a+1 = 4$ 여야 한다.

i) $a = 4$ 일 때

$B = \{2, 4, 5\}$, 원소들의 합은 11

ii) $a+1 = 4$ 즉 $a = 3$ 일 때

$B = \{2, 3, 4\}$, 원소들의 합은 9

6. 두 집합 $A = \{1, 2, \{3, 4\}, \{5, 6, 7\}\}$, $B = \{0, \emptyset, \{\emptyset\}\}$ 에 대하여 $n(A) - n(B)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 1

해설

집합 안에 집합이 포함되어 있을 경우 포함된 집합을 하나의 원소로 여기어 원소의 개수를 센다.
따라서 $n(A) = 4$, $n(B) = 3$ 이고, $n(A) - n(B) = 1$ 이다.

7. 세 집합 A, B, C 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$, $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{x + y \mid x \in A, y \in B\}$ 일 때, $n(C)$ 는?
[배점 5, 중상]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

집합 C 의 원소는

$$1 + 2 = 3, 1 + 4 = 5, 1 + 6 = 7,$$

$$3 + 2 = 5, 3 + 4 = 7, 3 + 6 = 9,$$

$$5 + 2 = 7, 5 + 4 = 9, 5 + 6 = 11$$

에서 $C = \{3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(C) = 5$ 이다.

8. 두 집합 $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \times B = \{a \times b \mid a \in A, b \in B\}$ 일 때, $n(A \times B)$ 를 구하여라.
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$$A = \{1, 2, 3\}, B = \{1, 2, 4\}$$

$$1 \times 1 = 1, 1 \times 2 = 2, 1 \times 4 = 4, 2 \times 1 = 2, 2 \times 2 =$$

$$4, 2 \times 4 = 8, 3 \times 1 = 3, 3 \times 2 = 6, 3 \times 4 = 12$$

이므로

$$A \times B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$$

$$\therefore n(A \times B) = 7$$

9. $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합 중에서 1 또는 2를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24 개

해설

(i) 1을 포함하는 경우

$$2^{5-1} = 2^4 = 16 \text{ (개)}$$

(ii) 2를 포함하는 경우

$$2^{5-1} = 16 \text{ (개)}$$

(iii) 1과 2를 모두 포함하는 경우

$$2^{5-2} = 8 \text{ (개)}$$

따라서 구하는 부분집합의 개수는 $16 + 16 - 8 = 24$ (개)이다.

10. 근영이는 이번 생일에 남자친구한테 저금통을 선물받았다. 이 저금통은 비밀번호가 다섯 자리 수로 된 자물쇠가 달려있고 비밀번호는 다음 문제를 풀어야 알 수 있다.

다음 문제를 보고, 비밀번호가 될 수 있는 다섯 숫자를 원소나열법으로 나타내어라.

두 집합 $A = \{0, 1, 2, 3\}$, $B = \{1, 2, 4, 6\}$ 에 대하여, 자물쇠의 비밀번호는 집합 A 에서 홀수인 원소와 집합 B 에서 짝수인 원소를 합친 것이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

해설

집합 A 에서 홀수인 원소는 1, 3, 집합 B 에서 짝수인 원소는 2, 4, 6 이므로 자물쇠의 비밀번호는 1, 2, 3, 4, 6 으로 되어있다.

11. 집합 S 의 부분집합 A, B 가 있다. $n(A \cap B) = 0$, $A^c = \{a, c, e\}$, $S - B = \{b, c, d, e, f\}$ 일 때, $n(A \cup B)$ 를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A^c = \{a, c, e\}$, $S - B = B^c = \{b, c, d, e, f\}$,
 $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{c, e\}$,
 $n(A \cap B) = 0$ 이므로
 $A^c - (A \cup B)^c = B = \{a\}$,
 $B^c - (A \cup B)^c = A = \{b, d, f\}$,
따라서 $A \cup B = \{a, b, d, f\}$,
 $\therefore n(A \cup B) = 4$

12. 집합 $P = \{3x + 1 | x \text{는 6보다 작은 자연수}\}$ 의 부분집합 $A = \{4, 7\}$, $B = \{4, 10\}$ 에 대하여 $A \cap X^c = B \cap X^c$ 를 만족하는 집합 P 의 부분집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8 개

해설

$P = \{3x + 1 | x \text{는 6보다 작은 자연수}\}$
 $= \{4, 7, 10, 13, 16\}$
 $A = \{4, 7\}$, $B = \{4, 10\}$
 $A \cap X^c = B \cap X^c \rightarrow A - X = B - X$ 이므로 X 는 원소 7, 10 을 반드시 포함하는 P 의 부분집합이다.
따라서 부분집합 X 의 개수는 $2^{5-2} = 8$ (개)

13. 자연수 k 에 대하여 집합 $A_k = \{x | k < x \leq 20k \text{인 자연수}\}$ 일 때, $n(A_1 \cap A_2 \cap A_3 \cdots \cap A_{10})$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 10

해설

$A_1 = \{2, 3, \dots, 20\}$
 $A_2 = \{3, 4, \dots, 40\}$
 $A_3 = \{4, 5, \dots, 60\}$
 $\vdots$
 $A_{10} = \{11, 12, 13, \dots, 200\}$
 $A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10} = \{11, 12, \dots, 20\}$
 $\therefore n(A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_{10}) = 10$

14. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\}$ 의 부분집합 중에서 원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m-1$ 은 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개일 때 자연수 m 의 값을 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, \dots, 2m-1\} \rightarrow n(A) = m \text{ (개)}$$

원소 1 과 3 은 반드시 포함하고 5 와 $2m-1$ 은 반드시 포함하지 않는 부분집합의 개수가 32 개이므로

$$2^{m-2-2} = 32, m-4 = 5$$

$$m = 9$$

15. 중학생 120 명을 대상으로 수학, 과학, 영어 중 자신 있어 하는 과목을 선택하게 하였더니, 수학을 선택한 학생은 33 명, 과학을 선택한 학생은 40 명, 영어를 선택한 학생은 36 명이였다. 또, 두 과목을 선택한 학생은 모두 34 명, 세 과목을 모두 선택한 학생은 9 명이였다. 세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수를 구하여라. [배점 6, 상중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 63 명

해설

중학생 전체의 집합을 U , 수학을 선택한 학생의 집합을 A , 과학을 선택한 학생의 집합을 B , 영어를 선택한 학생의 집합을 C 라 하면,

두 과목을 선택한 학생 수는 $n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C)$,

세 과목을 모두 선택한 학생 수는 $n(A \cap B \cap C)$,

세 과목 중 어떤 과목도 선택하지 않은 학생 수는 $n((A \cup B \cup C)^c)$,

$$n(U) = 120, n(A) = 33, n(B) = 40, n(C) = 36, n(A \cap B \cap C) = 9,$$

$$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) - 3n(A \cap B \cap C) = 34 \text{ 이므로,}$$

$$n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A) = 34 + 27 = 61$$

,

$$n(A \cup B \cup C)$$

$$= n(A) + n(B) + n(C) - (n(A \cap B) + n(B \cap C) + n(C \cap A)) + n(A \cap B \cap C)$$

$$= 33 + 40 + 36 - 61 + 9 = 57$$

$$\therefore n((A \cup B \cup C)^c) = n(U) - n(A \cup B \cup C) = 120 - 57 = 63$$