실력 확인 문제

1. 현중이는 가로, 세로의 길이가 각각 $24cm, 36cm$ 인 직사각형 모양의 대형 초콜릿을 남는 부분 없이 모두 같은 크기의 정사각형 모양으로 잘라 친구들에게 나누어 주려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형으로 자르려고 할 때, 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 2, 하하]

① $6cm$ ② $8cm$ ③ $10cm$

④ $12cm$ ⑤ $24cm$

해설

자르려고 하는 정사각형의 모양의 초콜릿은 24 와 36 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양으로 자른다고 했으므로 한 변의 길이는 24 와 36 의 최대공약수이다.

2) 24 36
2) 12 18
3) 6 9
2 3

$\therefore 2\times2\times3=12(cm)$

2. 똑같은 크기의 정사각형 모양의 천을 꿰매어 가로, 세로의 길이가 각각 $120cm, 180cm$ 인 식탁보를 만들려고 한다. 가능한 한 큰 정사각형 조각을 이용해 만들려고 할 때, 정사각형 조각의 한 변의 길이는?

[배점 2, 하하]

① $12cm$ ② $15cm$ ③ $30cm$

④ $45cm$ ⑤ $60cm$

해설

꿰매려는 정사각형 모양의 천의 한 변의 길이는 120 과 180 의 공약수이다.
그런데 가능한 한 큰 정사각형 모양의 천을 꿰맨다고 했으므로 한 변의 길이는 120 과 180 의 최대공약수이다.

2) 120 180
2) 60 90
3) 30 45
5) 10 15
2 3

$\therefore 2\times2\times3\times5=60(cm)$

3. 어떤 자연수로 17을 나누면 1이 남고, 34를 나누면 2가 남는다. 어떤 수 중 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 2, 하하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

17을 나누면 1이 남는다. : (17 – 1)을 나누면 나누어 떨어진다.
34를 나누면 2가 남는다. : (34 – 2)를 나누면 나누어 떨어진다.
이러한 수들은 16과 32의 공약수이고, 가장 큰 수는 16과 32의 최대공약수 16이다.

4. 가로의 길이가 6 cm, 세로의 길이가 8 cm, 높이가 12 cm 인 직육면체 모양의 벽돌을 빈틈없이 쌓아서 가장 작은 정육면체 모양을 만들려고 한다. 이때, 정육면체의 한 모서리 길이는? [배점 2, 하하]

① 24 cm ② 32 cm ③ 48 cm

④ 50 cm ⑤ 54 cm

해설

정육면체의 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정육면체를 만들려면 한 변의 길이는 6, 8, 12 의 최소공배수이어야 한다. 따라서 정육면체의 한 모서리의 길이는 24 cm 이다.

2)	6	8	12
2)	3	4	6
3)	3	2	3
	1	2	1

5. $11\underline{1}01_{(2)}$ 에서 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값은? [배점 2, 하중]

① 1 ② 2 ③ 4 ④ 6 ⑤ 8

해설

$11\underline{1}01_{(2)} = 1\times 2^4 + 1\times 2^3 + \underline{1}\times 2^2 + 1\times 1$ 이므로 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값은 4 이다.

6. $10101_{(2)}$ 을 이진법의 전개식으로 나타내면, $1\times 2^a + 1\times 2^b + 1\times c = d$ 이다. 이 때, $a+b+c+d$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

해설

$10101_{(2)} = 1\times 2^4 + 0\times 2^3 + 1\times 2^2 + 0\times 2 + 1\times 1$

$= 1\times 2^4 + 1\times 2^2 + 1\times 1$

$= 16 + 4 + 1 = 21$

$\therefore\ a = 4,\ b = 2,\ c = 1,\ d = 21$

7. 다음은 9243 을 십진법의 전개식으로 나타낸 것이다. 빈 칸에 들어갈 숫자를 차례대로 써라.

$9243 = 9\times\square + 2\times 10^2 + \square\times 10 + 3\times 1$

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 10^3

▷ 정답 : 4

해설

$9243 = 9\times 10^3 + 2\times 10^2 + 4\times 10 + 3\times 1$

8. $11011_{(2)}$ 을 이진법의 전개식으로 나타낸 것은? [배점 2, 하중]

① $1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2+1\times1$

② $1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2+0\times1$

③ $1\times2^4+0\times2^3+1\times2^2+1\times2+1\times1$

④ $1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+0\times2+1\times1$

⑤ $1\times2^4+0\times2^3+0\times2^2+1\times2+0\times1$

해설

$11011_{(2)}=1\times2^4+1\times2^3+0\times2^2+1\times2+1\times1$

9. 가로의 길이가 16 cm , 세로의 길이가 20 cm 인 직사각형을 겹치지 않게 빈틈없이 붙여서 가장 작은 정사각형을 만들려고 한다. 이때, 정사각형의 한 변의 길이는? [배점 2, 하중]

① 30 cm ② 40 cm ③ 50 cm

④ 60 cm ⑤ 80 cm

해설

정사각형의 한 변의 길이는 16 과 20 의 공배수이어야 하고, 가장 작은 정사각형을 만들려면 한 변의 길이는 16 과 20 의 최소공배수이어야 한다.
따라서 정사각형의 한 변의 길이는 80 cm 이다.

$$\begin{array}{r|ll} 4 & 16 & 20 \\ \hline & 4 & 5 \end{array}$$

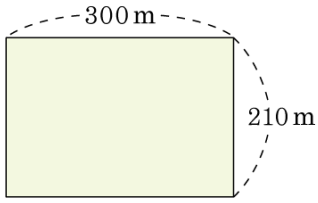
10. 십진법으로 나타낸 수 73016 에서 10^3 의 자리의 숫자는? [배점 3, 하상]

① 7 ② 3 ③ 0 ④ 1 ⑤ 6

해설

10^3 의 자리 수는 네 번째 자리 수이므로 3 이다.

11. 다음 그림과 같이 가로의 길이가 300 m , 세로의 길이가 210 m 인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 나무를 심으려고 한다. 네 모퉁이에는 반드시 나무를 심어야 하고 나무를 가능한 한 적게 심으려고 할 때, 필요한 나무의 그루수는? [배점 3, 하상]



① 32 그루 ② 34 그루 ③ 36 그루

④ 38 그루 ⑤ 40 그루

해설

나무의 간격은 $300=2^2\times3\times5^2$,
$210=2\times3\times5\times7$ 의 최대공약수 30 (m),
나무 사이의 간격을 30 m 라 할 때,
가로 $300=30$ (m) $\times10$ (그루)
세로 $210=30$ (m) $\times7$ (그루)
직사각형 모양의 꽃밭의 가장자리에 필요한 나무 그루수는 $(10+7)\times2=34$ (그루)

12. 두 분수 $\frac{1}{16}$, $\frac{1}{6}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 수 중 두 번째로 큰 자연수는? [배점 3, 하상]

① 16 ② 32 ③ 48

④ 96 ⑤ 114

해설

구하는 수는 16 과 6 의 공배수이다.
16 와 6 의 공배수는 16 와 6 의 최소공배수인 48 의 배수이므로 48, 96, 144, ··· 이다.

13. 두 분수 $\frac{1}{12}$, $\frac{1}{18}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 가장 작은 자연수를 구하여라. [배점 3, 하상]

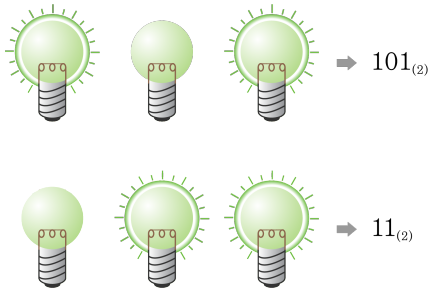
▶ 답:

▷ 정답: 36

해설

구하는 수는 12 와 18 의 최소공배수이므로 36 이다.

14. 켜져 있는 전등은 1을, 꺼져 있는 전등은 0을 나타낸다면, 3 개의 전등으로는 이진법을 사용하여 자연수를 몇 개나 나타낼 수 있는지 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 7 개

해설

전등 3개로 나타낼 수 있는 가장 큰 자연수는 $111_{(2)} = 7$ 이다. 따라서 1 부터 7 까지 나타낼 수 있다.

15. 다음 수를 이진법으로 나타내면 0 의 개수는 모두 몇 개인지 구하여라.

$2^{15} + 2^{10} + 2^4 + 2$ [배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 12 개

해설

2^{15} 을 이진법으로 나타낼 때 0 의 개수는 15 개이므로 $15 - 3 = 12$(개) 이다.

16. 다음 수 중 가장 큰 수를 골라라. [배점 3, 하상]

① $1010_{(2)}$ ② 2^3 ③ $1011_{(2)}$

④ $10000_{(2)}$ ⑤ 15

해설

① $1010_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 8 + 2 = 10$

② $2^3 = 8$

③ $1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8+2+1=11$

④ $10000_{(2)} = 1 \times 2^4 = 16$

⑤ 15

따라서 가장 큰 수는 $10000_{(2)}(= 16)$ 이다.

17. $11001_{(2)}$ 과 서로소가 아닌 것은? [배점 3, 중하]

① 2 ② 4 ③ 9 ④ 10 ⑤ 11

해설

$11001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 1 = 25 = 5^2$ 이므로 소인수로 5 를 갖는 수를 찾는다.

18. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 중하]

① $10 = 1010_{(2)}$ ② $7 = 1011_{(2)}$

③ $6 = 101_{(2)}$ ④ $8 = 1100_{(2)}$

⑤ $16 = 1101_{(2)}$

해설

③ $7 = 111_{(2)}$

③ $6 = 110_{(2)}$

④ $8 = 1000_{(2)}$

⑤ $16 = 10000_{(2)}$

19. 이진법으로 나타낸 수 $10001_{(2)}$ 를 ●○○○●와 같이 나타낼 때, 다음 중 2 의 배수인 것은?

[배점 3, 중하]

① ●●●●● ② ●○○○●

③ ●○●○○ ④ ●○●●●

⑤ ●●●○●

해설

①●●●●● $= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 31$

②●○○○● $= 1 \times 2^4 + 1 \times 1 = 17$

③●○●○○ $= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 20$

④●○●●● $= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 23$

⑤●●●○● $= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 29$

20. 다음 수에서 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값을 비교하여라. ㉠의 1 은 ㉡의 1 의 몇 배인지 구하여라.

㉠ $4\underline{1}03$	㉡ $101\underline{0}01_{(2)}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12.5 배

해설

4 1 0 3

10^2의 자리

$\therefore\ 1\times10^2=100$

$1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1_{(2)}$

2^3의 자리

$\therefore\ 1\times2^3=8$

$\therefore\ 100\div8=12.5$

21. 두 자리 자연수 중에서 3, 4, 5, 6 의 어느 수로 나누어도 나머지가 항상 2 인 가장 작은 수를 7 로 나눌 때의 나머지는? [배점 3, 중하]

① 5 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

구하는 수를 x 이라 하면 $x-2$ 는 3, 4, 5, 6 의 공배수이다. 3, 4, 5, 6 의 최소공배수는 60 이므로 $x-2=60$ 이다. 따라서 $x=62$ 이다. 62 를 7 로 나누면 나머지는 6 이다.

22. 세 자연수 2, 3, 4 중 어느 것으로 나누어도 나머지가 1 인 세 자리의 자연수 중에서 가장 큰 수와 가장 작은 수의 차를 구하여라 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 888

해설

구하는 수는 (2, 3, 4의 공배수) + 1 의 꼴이고
2, 3, 4 의 최소공배수를 구하면 12 이다.
세 자리 자연수 중 가장 작은 12 의 배수는 108 ,
세 자리 자연수 중 가장 큰 12 의 배수는 996 이다.
구하는 가장 작은 자연수는 $108+1=109$,
가장 큰 자연수는 $996+1=997$ 이다.
따라서 두 수의 차는 $997-109=888$ 이다.

23. 이진법으로 나타낸 수 $10010_{(2)}$ 을 ○■■○■로 나타낼 때, ○○■○○를 십진법으로 나타내면? [배점 4, 중중]

① 11 ② 15 ③ 21 ④ 25 ⑤ 27

해설

$10010_{(2)}$ 을 ○■■○■로 나타냈으므로 1은 ○, 0 은 ■을 나타낸다.
따라서 ○○■○○ 은 $11011_{(2)}$ 이므로 십진법으로 나타내면
$11011_{(2)}=2^4+2^3+2+1=16+8+2+1=27$

24. 어떤 역에는 각각 45 분, 1 시간 15 분 간격으로 출발하는 두 종류의 열차가 있다. 하루 중 두 열차의 첫 출발 시각은 오전 6 시로 같고, 이 역을 출발하는 마지막 열차의 출발 시각은 오후 9 시이다. 첫 차와 마지막 차를 제외하고, 하루 중 오전 6 시와 오후 9 시 사이 두 열차가 동시에 출발하는 시각을 A 시 B 분이라 할 때, A, B 에 들어갈 수 있는 모든 숫자의 합을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 105

해설

열차가 동시에 출발하는 간격은 45 와 75 의 공배수이므로 $45 = 3^2 \times 5$, $75 = 3 \times 5^2$ 의 최소공배수는 $3^2 \times 5^2 = 225$ (분) 이다.

따라서 오전 6 시와 오후 9 시 사이에 열차가 동시에 출발하는 시각은

오전 6 시+225 분= 오전 9 시 45 분

오전 6 시+450 분= 오후 1 시 30 분

오전 6 시+675 분= 오후 5 시 15 분이다.

∴ 오전 9 시 45 분, 오후 1 시 30 분, 오후 5 시 15 분

∴ $9 + 45 + 1 + 30 + 5 + 15 = 105$

25. 가로의 길이가 8cm, 세로의 길이가 12cm 인 타일이 있다. 이것을 붙여서 제일 작은 정사각형을 만들 때, 모두 몇 개의 타일이 필요한지 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

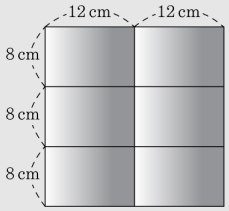
▷ 정답: 6 개

해설

조건을 만족하는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이는 8 과 12 의 최소공배수이므로

8 과 12 의 최소공배수를 구하면 24 이다.

필요한 타일의 개수는

$(24 \div 8) \times (24 \div 12) = 3 \times 2 = 6$ 이다.

즉, 6 개를 붙이면 최소의 정사각형이 된다.