

문제 풀이 과제

1. 집합 $\{2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합의 개수는?

[배점 3, 하상]

- ① 8 개 ② 12 개 ③ 16 개
④ 20 개 ⑤ 24 개

해설

$$2^4 = 16 \text{ (개)}$$

2. 집합 $A = \{a, b\}$ 에 대한 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2 개) [배점 3, 하상]

- ① $\emptyset$ 는 집합 A 의 부분집합이다.
② 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 1 개이다.
③ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 2 개이다.
④ $\{a\}$ 는 집합 A 의 진부분집합이다.
⑤ $\{a, b, c\} \subset A$ 이다.

해설

집합 A 의 부분집합은 $\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}$ 이고, 그 중 진부분집합은 $\{a, b\}$ 를 제외한 $\emptyset, \{a\}, \{b\}$ 이다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 미만의 짝수}\}$, $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$ 일 때, 다음 집합의 원소들의 합을 구하여라.

보기

$$\{x | x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\}$$

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} \{x | x \in B \text{ 그리고 } x \notin A\} &= B - A \\ A &= \{2, 4, 6, 8\}, \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\} \text{ 이므로 } B - A = \{1, 3, 5\} \\ \therefore 1 + 3 + 5 &= 9 \end{aligned}$$

4. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 의 개수는?

$$\{c, d\} \subset X \subset A$$

[배점 3, 중하]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

X 는 원소 c, d 를 반드시 포함하는 A 의 부분집합이므로 $2^{4-2} = 2^2 = 4$ (개) 이다.

5. 다음 중 다른 것과 같은 집합이 아닌 것은?
[배점 3, 중하]

- ① $\{2, 4, 6, 8, 10\}$
 ② $\{10, 8, 6, 4, 2\}$
 ③ $\{x|x \text{는 } 10 \text{보다 작은 짝수}\}$
 ④ $\{x|x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
 ⑤ $\{x|x \text{는 } 11 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$

해설

- ③ $\{2, 4, 6, 8\}$
 ①, ②, ④, ⑤ $\{2, 4, 6, 8, 10\}$

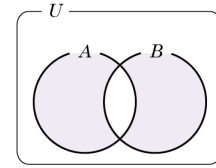
6. 두 집합 $A = \{1, 3, 6, 9\}$, $B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 중하]

- ① $1 \in A$
 ② $n(A) < n(B)$
 ③ $6 \notin B$
 ④ $B = \{1, 3, 9\}$
 ⑤ 집합 A, B 는 모두 유한집합이다.

해설

- ② $n(A) = 4, n(B) = 3$ 이므로 $n(A) > n(B)$ 이다.

7. 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분이 나타내는 집합을 모두 고르면?(정답 2개)



[배점 4, 중중]

- ① $(A - B) \cap (B - A)$
 ② $(A - B) \cup (B \cap A^C)$
 ③ $(A \cap B^c) \cap (A^c \cap B)$
 ④ $U - (A \cap B)$
 ⑤ $(A \cup B) - (A \cap B)$

해설

주어진 벤 다이어그램의 색칠한 부분은 ② $(A - B) \cup (B \cap A^C)$, ⑤ $(A \cup B) - (A \cap B)$ 이다.

8. 60 명의 학생 중 등산을 좋아하는 학생이 28 명, 영화 감상을 좋아하는 학생이 37 명, 등산과 영화 감상을 모두 좋아하는 학생이 12 명일 때, 등산과 영화 감상을 모두 싫어하는 학생수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 7 명

해설

등산을 좋아하는 학생을 집합 A 라 하고, 영화 감상을 좋아하는 학생을 집합 B 라고 하자.

등산과 영화 감상을 좋아하는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 12$ 이다.

등산과 영화 감상을 모두 싫어하는 학생은 합집합을 제외한 나머지 인원이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$x = 28 + 37 - 12$$

$$x = 53$$

$n(A \cup B) = 53$ 이므로 수학과 영어를 모두 싫어하는 학생은 $60 - 53 = 7$ (명)이다.

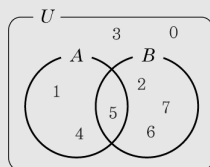
9. 전체집합 $U = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = \{5\}$, $(A \cup B)^c = \{0, 3\}$, $A - B = \{1, 4\}$ 일 때, $n(B - A)$ 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$B - A = \{2, 6, 7\} \text{ 이므로 } n(B - A) = 3$$

10. 다음을 만족하는 집합 A 의 원소가 될 수 없는 것은?

㉠ 모든 원소는 자연수이다.

㉡ $2 \in A, 6 \in A$

㉢ $a + b \in A, a \in A, b \in A$

[배점 5, 중상]

- ① 4 ② 5 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

해설

$2 \in A, 6 \in A$ 이므로

$$2 + 2 = 4 \in A, 2 + 6 = 8 \in A$$

$$4 + 6 = 10 \in A, 6 + 6 = 12 \in A$$

11. 집합 $A = \{2, 4, 6, \{4, 6\}\}$ 에 대하여 다음 중에서 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $1 \in A$

㉡ $\{2, 4\} \subset A$

㉢ $\{4\} \in A$

㉣ $\{4, 6\} \in A$

㉤ $n(A) = 5$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉡

▶ 정답: ㉤

해설

- ㉠ $1 \notin A$
 ㉡ $\{4\} \subset A$
 ㉢ $\{4, 6\}$ 은 집합 A 의 하나의 원소이므로
 $n(A) = 4$ 이다.

12. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음을 만족할 때, $n(A) - n(B)$ 의 값을 구하여라.

보기

$$\begin{aligned} A \cup B &= \{b, c, d, e, f, g, i\} \\ A^c \cap B &= \{b, f\} \\ A^c \cup B^c &= \{a, b, c, f, g, h, i\} \end{aligned}$$

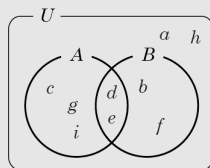
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$$\begin{aligned} A &= \{c, d, e, g, i\}, B = \{b, d, e, f\} \\ \therefore n(A) - n(B) &= 5 - 4 = 1 \end{aligned}$$

13. 세 집합 $A = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $C = \{x|x \text{는 } 6 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 4 미만의 자연수를 나타내는 집합을 모두 골라라.

- ㉠ $A \cap B \cap C$ ㉡ $A \cap B - C$
 ㉢ $A \cap B^c - C$ ㉣ $A \cap B \cap C^c$
 ㉤ $A^c \cap B \cap C$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉣

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$, $C = \{6, 12, 18, \dots\}$
 $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ 에서 집합 C 를 빼면
 $\{1, 2, 3\}$ 즉 4 미만의 자연수가 남는다.

14. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 가 다음의 조건을 만족할 때 $n(A)$ 와 $n(B)$ 의 차를 구하여라.

$$\begin{aligned} \text{(가)} \quad n(U) &= 20, n(A) \cdot n(B) = 140 \\ \text{(나)} \quad 2 \cdot n(A \cap B) &= n(A^c \cap B^c) \\ \text{(다)} \quad n(A \cup B) &= 3 \cdot n(A \cap B) \end{aligned}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$n(A \cap B) = k$ 라고 하면, $2 \cdot k = n(A^c \cap B^c) = n(U) - n(A \cup B) = 20 - n(A \cup B)$,
 $n(A \cup B) = 3 \cdot k$ 이므로, $2 \cdot k = 20 - 3 \cdot k$ 이고 $k = 4$,
 $n(A \cup B) = 12$ 이다.
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) \rightarrow 20 = n(A) + n(B) - 4 \rightarrow n(A) + n(B) = 24$,
 $n(A) \cdot n(B) = 140$ 이므로 더해서 24 가 되고, 곱해서 140 이 되는 수는 10 과 14 이다.
따라서 $n(A)$ 와 $n(B)$ 의 차는 $14 - 10 = 4$

15. 모든 자연수 n 에 대해 3^n 의 일의 자릿수를 원소로 하는 집합 A 의 원소의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

n 에 1 부터 차례로 대입해서 3^n 의 일의 자릿수를 알아보면,
 $3^1 = 3$
 $3^2 = 9$
 $3^3 = 27$
 $3^4 = 81$
 $3^5 = 243$
...
따라서 3^n 의 일의 자릿수는 3, 9, 27, 81 이 되풀이되는 것을 알 수 있으므로,
집합 $A = \{1, 3, 9, 27, 81, \dots\}$