

단원 종합 평가

1. $\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}-3}$ 의 분모를 유리화하면? [배점 2, 하중]

- ① $\frac{13\sqrt{5}}{11}$ ② $\frac{10+3\sqrt{5}}{11}$ ③ $\frac{10+3\sqrt{5}}{29}$
 ④ $\frac{10-3\sqrt{5}}{11}$ ⑤ $\frac{5}{10-3\sqrt{5}}$

해설

$$\frac{\sqrt{5}(2\sqrt{5}+3)}{(2\sqrt{5}-3)(2\sqrt{5}+3)} = \frac{10+3\sqrt{5}}{(2\sqrt{5})^2-3^2}$$

$$= \frac{10+3\sqrt{5}}{20-9} = \frac{10+3\sqrt{5}}{11}$$

2. $(5x-2y)(x-y)$ 의 전개식에서 xy 의 계수는? [배점 2, 하중]

- ① -7 ② -5 ③ -3 ④ 2 ⑤ 3

해설

$(5x-2y)(x-y)$ 의 전개식에서 xy 항은 $-5xy - 2xy = -7xy$
 $\therefore xy$ 의 계수는 -7

3. 가로가 $2a-7$, 넓이가 $8a^2-30a+7$ 인 직사각형의 둘레의 길이를 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: $12a-16$

해설

$$8a^2-30a+7 = (2a-7)(4a-1)$$

따라서 둘레의 길이는 $\{(2a-7)+(4a-1)\} \times 2 = 12a-16$ 이다.

4. x^4+4x^2+4 를 인수분해하면 $(ax^2+b)^2$ 이 된다고 할 때, $a+b$ 의 값을 구하시오. (단, $a>0$) [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 정답: 3

해설

$$x^4+4x^2+4 = (x^2)^2+4(x^2)+4 = (x^2+2)^2$$

따라서, $a+b = 1+2 = 3$

5. $(2x+1)(5x+A) = 10x^2+Bx-2$ 일 때, $A+B$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 정답: $A+B = -1$

해설

$$10x^2+(2A+5)x+A = 10x^2+Bx-2$$

1) $A = -2$

2) $B = 2A+5$ 에서 $B = 1$

$\therefore A+B = -2+1 = -1$

6. $x^2 - 9 + xy - 3y$ 를 인수분해하면? [배점 3, 하상]

- ① $(x+3)(x+3+y)$ ② $(x+3)(x+3-y)$
 ③ $(x-3)(x-3-y)$ ④ $(x-3)(x+3+y)$
 ⑤ $(x+3)(x-3+y)$

해설

$$(x+3)(x-3) + y(x-3) = (x-3)(x+3+y)$$

7. $6x^2 + 7x - 3 = (2x+a)(3x+b)$ 일 때, 정수 a, b 에 대하여 $a-b$ 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① 4 ② 6 ③ 7 ④ 8 ⑤ 9

해설

$$6x^2 + 7x - 3 = (2x+3)(3x-1)$$

$$a=3, b=-1$$

$$\therefore a-b=4$$

8. $a^2x + a^2y$ 에서 각 항에 공통으로 들어 있는 인수를 찾으려면? [배점 3, 하상]

- ① x ② y ③ ax ④ ay ⑤ a^2

해설

$$a^2x + a^2y = a^2(x+y) \text{ 이므로 공통인수는 } a^2$$

9. 다음은 좌변을 인수분해하여 우변을 얻은 것이다. 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $-6ax - 2bx = -6x(a+2b)$
 ② $ax^2 + ay = a(x+y)$
 ③ $a(x+y) - b(x+y) = (x+y) - ab$
 ④ $-4x^2 + 16y^2 = -4(x+2y)(x-2y)$
 ⑤ $x(2a-b) + 2y(2a-b) - z(2a-b) = (2a-b)(x-2y) - z$

해설

- ① $-2x(3a+b)$
 ② $a(x^2+y)$
 ③ $(x+y)(a-b)$
 ⑤ $(2a-b)(x+2y-z)$

10. $(2x-1)(x+2) - (x+1)(-x+1) - (x+2)^2$ 을 간단히 하면? [배점 3, 중하]

- ① $x^2 + 3x - 1$ ② $3x^2 - 2x + 5$
 ③ $2x$ ④ $2x^2 - x - 7$
 ⑤ $-x^2 - 4$

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (2x^2 + 3x - 2) - (1 - x^2) - (x^2 + 4x + 4) \\ &= 2x^2 + 3x - 2 - 1 + x^2 - x^2 - 4x - 4 = 2x^2 - x - 7 \end{aligned}$$

11. $(x+y)^2 - (x-y)^2$ 을 간단히 정리하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $4xy$

해설

$$(x+y)^2 - (x-y)^2 = (x^2 + 2xy + y^2) - (x^2 - 2xy + y^2) = 4xy$$

12. $(2a-b)(3a+2b-1)$ 을 전개한 식에서, ab 의 계수를 구하면?

[배점 3, 중하]

- ① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

$$(2a-b)(3a+2b-1) \text{ 에서 } ab \text{ 항 : } 2a \times 2b - 3ab = ab \\ \therefore ab \text{ 의 계수는 } 1$$

13. a, b 가 유리수이고 $\frac{a+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} = 1+b\sqrt{3}$ 일 때, $b-a$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$$\frac{a+\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}} \times \frac{2+\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} = 2a+3+(2+a)\sqrt{3} = 1+b\sqrt{3}$$

이므로

$$2a+3=1, 2+a=b \therefore a=-1, b=1 \therefore b-a=2$$

14. $(a-b+3)(a+b-3)$ 을 간단히 하면?

[배점 3, 중하]

- ① $a^2 - b^2 - 9$ ② $a^2 + b^2 - 9$
 ③ $a^2 - b^2 + 6b - 9$ ④ $a^2 - b^2 - 9b - 9$
 ⑤ $a^2 - b^2 + 6b + 9$

해설

$b-3=A$ 로 치환하면

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= (a-A)(a+A) \\ &= a^2 - A^2 \\ &= a^2 - (b^2 - 6b + 9) \\ &= a^2 - b^2 + 6b - 9 \end{aligned}$$

15. $4x^2 + Ax + B = (2x+3)(Cx-5)$ 일 때, $A+B+C$ 의 값을 구하여라.(단 A, B, C 는 상수)

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : -17

해설

$$(2x+3)(Cx-5) = 2Cx^2 + (3C-10)x - 15 = 4x^2 + Ax + B \text{ 에서}$$

$$C=2, B=-15, A=3C-10=-4$$

$$\therefore A+B+C=-17$$

해설

$$x = \frac{2(\sqrt{6}+2)}{(\sqrt{6}-2)(\sqrt{6}+2)} = \frac{2(\sqrt{6}+2)}{2} = \sqrt{6}+2,$$

$$y = \frac{2(\sqrt{6}-2)}{(\sqrt{6}+2)(\sqrt{6}-2)} = \frac{2(\sqrt{6}-2)}{2} = \sqrt{6}-2$$

$$(x+y)^2 - (x-y)^2$$

$$= (\sqrt{6}+2 + \sqrt{6}-2)^2 - (\sqrt{6}+2 - \sqrt{6}+2)^2$$

$$= (2\sqrt{6})^2 - 4^2 = 24 - 16 = 8$$

16. $a+b=1$, $ab=-6$ 일 때, a^2+b^2 의 값을 구하면?
[배점 3, 중하]

① 12 ② 13 ③ 14 ④ 15 ⑤ 16

해설

$$a^2+b^2 = (a+b)^2 - 2ab$$

$$= 1^2 - 2 \times (-6)$$

$$= 1 + 12$$

$$= 13$$

17. $x = \frac{2}{\sqrt{6}-2}, y = \frac{2}{\sqrt{6}+2}$ 일 때, $(x+y)^2 - (x-y)^2$ 의 값을 구하면?
[배점 4, 중중]

① 4 ② 6 ③ 8 ④ 10 ⑤ 12

18. $(2x-1)^2 - 9$ 를 인수분해 하여 $a(x+b)(x+c)$ 로 나타낼 때, $bc-a$ 의 값은? [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : -6

해설

$$(2x-1)^2 - 9$$

$$= (2x-1+3)(2x-1-3)$$

$$= (2x+2)(2x-4)$$

$$= 4(x+1)(x-2) = a(x+b)(x+c)$$

$$a=4, b=1, c=-2$$

$$\therefore bc-a = -2-4 = -6$$

19. 다음 중 $(x^2-2x-5)(x^2-2x-6)-6$ 이 $(x+a)(x+b)(x+c)(x+d)$ 로 인수분해 될 때, $a+b+c+d$ 의 값은? [배점 4, 중중]

① -4 ② -10 ③ 7
④ 10 ⑤ 4

해설

$$\begin{aligned}
x^2 - 2x &= t \text{ 라 하면} \\
(t-5)(t-6) &- 6 \\
&= t^2 - 11t + 24 \\
&= (t-3)(t-8) \\
&= (x^2 - 2x - 3)(x^2 - 2x - 8) \\
&= (x-3)(x+1)(x+2)(x-4) \\
\therefore a+b+c+d &= -3+1+2-4 = -4
\end{aligned}$$

20. $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$ 일 때, $2x + \frac{2}{x}$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $4\sqrt{2}$

▷ 정답: $-4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned}
\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 6 + 2 = 8 \\
x + \frac{1}{x} &= \pm 2\sqrt{2} \\
2x + \frac{2}{x} &= 2\left(x + \frac{1}{x}\right) = 2 \times (\pm 2\sqrt{2}) = \pm 4\sqrt{2}
\end{aligned}$$

21. $2x^3 - 8xy^2$ 을 인수분해 하면? [배점 4, 중중]

① $x(x+2y)(x-2y)$

② $2x(x+2y)(x-2y)$

③ $2(x+2y)(x-2y)$

④ $2x(x+2y)(x-y)$

⑤ $2x(x+y)(x-2y)$

해설

$$2x^3 - 8xy^2 = 2x(x^2 - 4y^2) = 2x(x+2y)(x-2y)$$

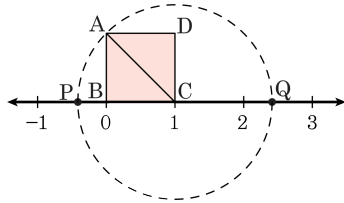
22. 다음 다항식에서 $(x-4)(x-2)(x+1)(x+3) - 25 = Ax^4 + Bx^3 + Cx^2 - Dx - E$ 일 때, $A+B+C-D-E$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

① -2 ② -1 ③ 0 ④ 1 ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}
(x-4)(x+3)(x-2)(x+1) - 25 &= (x^2 - x - 12)(x^2 - x - 2) - 25 \\
x^2 - x &= A \text{ 라 하면} \\
(A-12)(A-2) - 25 &= A^2 - 14A + 24 - 25 = \\
(x^2 - x)^2 - 14(x^2 - x) + 24 - 25 &= x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 14x - 1 \\
A=1, B=-2, C=-13, D=-14, E=1 \\
\therefore A+B+C-D-E &= -1
\end{aligned}$$

23. 다음 그림과 같이 한 변의 길이가 1 인 정사각형 ABCD 의 대각선 AC 를 반지름으로 하고 점 C 를 중심으로 하여 원을 그렸을 때, 수직선과 만나는 점을 각각 P, Q 라 하자. 이 때, P 와 Q 에 대응하는 수의 곱을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : -1

해설

$$\overline{AC} = \sqrt{2} \Rightarrow P = 1 - \sqrt{2}, Q = 1 + \sqrt{2}$$

$$\therefore PQ = (1 - \sqrt{2})(1 + \sqrt{2}) = -1$$

24. $x = \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$, $y = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ 일 때, $(x^2 + 1)(y^2 + 1) - xy$ 의 값을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\sqrt{5}$ ② 3 ③ 4
④ $2\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{5}$

해설

$$(\text{준식}) = (xy)^2 + (x^2 + y^2) + 1 - xy$$

$$xy = \left(\frac{1 + \sqrt{5}}{2}\right) \times \left(\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right) = 1$$

$$x^2 = \frac{(1 + \sqrt{5})^2}{4} = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{4} = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$$

$$y^2 = \frac{(-1 + \sqrt{5})^2}{4} = \frac{6 - 2\sqrt{5}}{4} = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}$$

$$(\text{준식}) = (xy)^2 + (x^2 + y^2) + 1 - xy$$

$$1 + \left(\frac{3 + \sqrt{5} + 3 - \sqrt{5}}{2}\right) + 1 - 1 = 1 + 3 = 4$$

25. 넓이가 각각 $10 + \sqrt{19}$, $10 - \sqrt{19}$ 인 두 정사각형이 있다. 큰 정사각형의 한 변의 길이를 x , 작은 정사각형의 한 변의 길이를 y 라고 한다. $\frac{xy}{x - y}$ 의 값을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ② $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ③ $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
④ $\frac{7\sqrt{2}}{2}$ ⑤ $\frac{9\sqrt{2}}{2}$

해설

$$x^2 = 10 + \sqrt{19}, y^2 = 10 - \sqrt{19}$$

$$x^2 y^2 = (10 + \sqrt{19})(10 - \sqrt{19}) = 100 - 19 = 81$$

$$\therefore xy = 9 (x > 0, y > 0)$$

$$(x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy = 20 - 18 = 2$$

$$\therefore x - y = \sqrt{2} (\because x - y > 0)$$

$$\therefore \frac{xy}{x - y} = \frac{9}{\sqrt{2}} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$