

단원 종합 평가

1. 이차방정식 $3(x-a)^2 = 15$ 의 해가 $x = -4 \pm \sqrt{b}$ 일 때, a, b 의 값을 각각 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: $a = -4$

▷ 정답: $b = 5$

해설

$3(x-a)^2 = 15$ 에서 $(x-a)^2 = 5$ 이므로
 $x-a = \pm\sqrt{5}$
 $\therefore x = \pm\sqrt{5} + a$
 따라서 $a = -4, b = 5$

2. 이차방정식 $x^2 - 2x - 15 = 0$ 의 근을 구하면?
 [배점 2, 하중]

① $x = 5$ 또는 $x = -3$

② $x = -5$ 또는 $x = 3$

③ $x = 15$ 또는 $x = 1$

④ $x = -3$ 또는 $x = -5$

⑤ $x = -5$ 또는 $x = -3$

해설

$x^2 - 2x - 15 = 0$
 $(x+3)(x-5) = 0$
 $\therefore x = 5$ 또는 $x = -3$

3. 이차방정식 $2x^2 + ax + b = 0$ 의 해가 $x = -2$ 또는 $x = 4$ 일 때, $\frac{b}{a}$ 의 값을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 4

해설

$2x^2 + ax + b = 0$ 의 해가
 $x = -2$ 또는 $x = 4$ 이므로
 $2(x+2)(x-4) = 0$
 $2(x^2 - 2x - 8) = 0$
 $2x^2 - 4x - 16 = 0$
 $\therefore a = -4, b = -16$
 $\frac{b}{a} = \frac{-16}{-4} = 4$

4. 이차방정식 $x^2 - 8x + 4 = 0$ 의 근의 개수를 구하여라.
 [배점 2, 하중]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

$x^2 - 8x + 4 = 0$ 에서
 $\frac{D}{4} = (-4)^2 - 1 \times 4 = 16 - 4 > 0$
 따라서 서로 다른 두 개의 근을 가진다.

5. 이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 의 한 근이 -5 일 때, a 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

- ① -15 ② -8 ③ 1
 ④ 8 ⑤ 15

해설

이차방정식 $x^2 + 2x - a = 0$ 에 $x = -5$ 를 대입하면
 $25 - 10 - a = 0$
 $\therefore a = 15$

6. 이차방정식 $(x - 3)^2 = 4x$ 와 공통인 해를 갖는 방정식은? [배점 3, 하상]

- ① $x^2 - 4x + 3 = 0$ ② $x^2 - 6x + 9 = 0$
 ③ $x^2 - 10x = 9$ ④ $x^2 + 10x + 9 = 0$
 ⑤ $2x^2 - 5x - 3 = 0$

해설

$(x - 3)^2 = 4x$
 $x^2 - 6x + 9 - 4x = 0$
 $x^2 - 10x + 9 = 0$
 $(x - 1)(x - 9) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = 9$
 ① $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $(x - 3)(x - 1) = 0$
 $x = 1$ 또는 $x = 3$

7. 두 이차방정식 $x^2 + 2x - 15 = 0$ 과 $x^2 - 9 = 0$ 의 공통인 근은? [배점 3, 하상]

- ① 1 ② -3 ③ 3 ④ 5 ⑤ 9

해설

$x^2 + 2x - 15 = 0$
 $(x + 5)(x - 3) = 0$
 $x = -5$ 또는 $x = 3$
 $x^2 - 9 = 0$
 $x^2 = 9$
 $x = +3$ 또는 -3
 \therefore 공통인 근 $x = 3$

8. 이차방정식 $x^2 + x - m + 3 = 0$ 의 두 근의 차가 3일 때, m 의 값은? [배점 3, 하상]

- ① 5 ② 3 ③ 1 ④ -1 ⑤ -5

해설

두 근을 $\alpha, \alpha + 3$ 이라 하면
 $\alpha + \alpha + 3 = -1, \alpha = -2$
 $\alpha(\alpha + 3) = -m + 3$
 $-2 = -m + 3$
 $\therefore m = 5$

9. 이차방정식 $x^2 + ax + 4 = 0$ 의 한 근이 $3 - \sqrt{5}$ 일 때, 다른 한 근을 b 라 하자. 이때, $a + b$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① $3 - \sqrt{5}$ ② $-3 - \sqrt{5}$ ③ $3 + \sqrt{5}$
 ④ $-3 + \sqrt{5}$ ⑤ $-3 - \sqrt{5}$

해설

다른 한 근은 $b = 3 + \sqrt{5}$ 이므로
 $-a = (3 - \sqrt{5}) + (3 + \sqrt{5}) = 6$
 $\therefore a = -6$
 $\therefore a + b = -3 + \sqrt{5}$

10. 이차방정식 $(x - 4)^2 = 2x - 5$ 의 두 근을 a, b 라고 할 때, $(2a - b)^2 - (a + b)^2$ 의 값을 구하여라. (단, $a > b$)
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 21

해설

$(x - 4)^2 = 2x - 5$
 $x^2 - 8x + 16 - 2x + 5 = 0$
 $x^2 - 10x + 21 = 0$
 $(x - 7)(x - 3) = 0$
 $\therefore x = 7$ 또는 $x = 3$
 $a > b$ 이므로 $a = 7, b = 3$
 $(2a - b)^2 - (a + b)^2$
 $= (2a - b + a + b)(2a - b - a - b)$
 $= 3a(a - 2b)$
 $= 3 \times 7 \times (7 - 6) = 21$

11. 이차방정식 $x^2 + 2ax + a + 2 = 0$ 이 중근을 가질 때, 상수 a 의 값들의 합은?
[배점 3, 중하]

- ① -2 ② -1 ③ 1 ④ 2 ⑤ 3

해설

$x^2 + 2ax + a + 2 = 0$
 $(x + t)^2 = x^2 + 2tx + t^2 = 0$
 $a + 2 = t^2, 2a = 2t$
 $a + 2 = a^2 \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0$
 $(a - 2)(a + 1) = 0$
 $a = -1$ 또는 $a = 2$,
 따라서 $2 - 1 = 1$ 이다.

12. 이차방정식 $(x - 5)^2 - 6 = 0$ 을 풀면?
[배점 3, 중하]

- ① $x = 5$ 또는 $x = -1$
 ② $x = 5 \pm \sqrt{6}$
 ③ $x = -5 \pm \sqrt{6}$
 ④ $x = 5 \pm \frac{\sqrt{3}}{2}$
 ⑤ $x = 0$ 또는 $x = 1$

해설

$(x - 5)^2 = 6$
 $x - 5 = \pm\sqrt{6}$
 $\therefore x = 5 \pm \sqrt{6}$

13. 이차방정식 $3(x-1)^2 = p$ 가 중근을 갖기 위한 p 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 0

해설

(완전제곱꼴) = 0 $\therefore p = 0$

14. 이차방정식 $x^2 + ax + b = 0$ 의 두 근이 $x = 3, x = -1$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: -5

해설

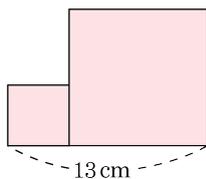
$$(x-3)(x+1) = 0$$

$$x^2 - 2x - 3 = 0$$

$$a = -2, b = -3$$

$$\therefore a + b = (-2) + (-3) = -5$$

15. 다음 그림과 같은 두 정사각형의 넓이의 합이 97cm^2 일 때, 작은 정사각형의 둘레의 길이를 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 16 cm

해설

작은 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면 큰 정사각형의 한 변의 길이는 $(13-x)\text{cm}$ 이다.

$$x^2 + (13-x)^2 = 97$$

$$2x^2 - 26x + 169 = 97$$

$$x^2 - 13x + 36 = 0$$

$$(x-4)(x-9) = 0$$

$$x = 4 \text{ 또는 } x = 9$$

따라서 작은 정사각형의 한 변의 길이는 4cm , 큰 정사각형의 한 변의 길이는 9cm 이다.

따라서 작은 정사각형의 둘레의 길이는 $4 \times 4 = 16(\text{cm})$ 이다.

16. 어떤 정사각형의 가로와 세로의 길이를 4cm , 세로의 길이를 2cm 늘여서 만든 직사각형의 넓이는 처음 정사각형의 넓이의 2배보다 8cm^2 만큼 좁아졌다. 이 때, 처음 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8 cm

해설

처음 정사각형의 한 변의 길이를 $x\text{cm}$ 라고 하면, 직사각형의 가로와 세로의 길이는 각각 $x+4(\text{cm})$, $x+2(\text{cm})$ 이다.

$$\text{가로의 길이} : x + 4$$

$$\text{세로의 길이} : x + 2$$

$$(x+4)(x+2) = 2x^2 - 8 \text{ 이므로}$$

$$x^2 - 6x - 16 = 0$$

$$(x-8)(x+2) = 0$$

따라서 처음 정사각형의 한 변의 길이는 8cm 이다.

17. 이차방정식 $15 - x = (x - 3)^2$ 의 두 근을 p, q 라 할 때, $p + 2q$ 의 값을 구하여라. (단, $p > q$)

[배점 4, 중중]

- ① -1 ② -3 ③ 1 ④ 3 ⑤ 4

해설

$$x^2 - 5x - 6 = 0, (x + 1)(x - 6) = 0$$

$$\therefore x = -1, 6$$

$$p > q \text{ 이므로 } p = 6, q = -1$$

$$\therefore p + 2q = 6 + 2 \times (-1) = 4$$

18. 이차방정식 $2(x - 5)^2 = m$ 의 근이 1 개일 때, 이 근을 a 라고 한다. 이 때, a 의 값은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② -4 ③ 5 ④ 4 ⑤ -5

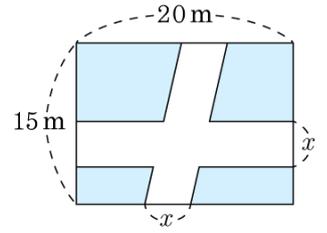
해설

$$2(x - 5)^2 = m \text{ 의 근이 1 개이므로 } m = 0 \text{ 이다.}$$

$$2(a - 5)^2 = 0$$

$$\therefore a = 5$$

19. 가로, 세로의 길이가 각각 20 m, 15 m 인 직사각형 모양의 땅에 다음 그림과 같이 도로를 만들려고 한다. 화단의 넓이가 126 m^2 이 되도록 할 때, 도로의 폭을 구하면?



[배점 4, 중중]

- ① 3m ② 4m ③ 5m
④ 6m ⑤ 7m

해설

$$(20 - x)(15 - x) = 126$$

$$x^2 - 35x + 174 = 0$$

$$(x - 6)(x - 29) = 0$$

$$x = 29 \text{ 또는 } x = 6$$

$$\therefore x = 6 (\because x < 15)$$

20. 둘레가 48cm인 직사각형 모양의 땅의 넓이가 140 cm^2 일 때, 이 땅의 가로와 세로의 길이의 차는?

[배점 4, 중중]

- ① 4 ② 5 ③ 6 ④ 7 ⑤ 8

해설

가로의 길이를 x

세로의 길이를 $24 - x$ 라고 하면

$$x(24 - x) = 140, x^2 - 24x + 140 = 0$$

$$(x - 14)(x - 10) = 0$$

$$x = 10 \text{ 또는 } 14$$

가로 14, 세로 10 또는

가로 10, 세로 14

가로와 세로의 길이의 차이 : 4cm

21. 연속하는 세 자연수가 있다. 가장 큰 수의 제곱이 다른 두 수의 제곱의 합과 같을 때, 이들 세 자연수의 합은 얼마인가? [배점 4, 중중]

- ① 9 ② 10 ③ 11 ④ 12 ⑤ 13

해설

세 자연수를 $x-1, x, x+1$ 이라 하면

$$(x+1)^2 = x^2 + (x-1)^2$$

$$x^2 - 4x = 0$$

$$x(x-4) = 0$$

$$x = 0 \text{ 또는 } 4$$

$$x > 0 \text{ 이므로 } x = 4$$

∴ 세 자연수는 3, 4, 5

$$\text{세 자연수의 합} : 3 + 4 + 5 = 12$$

22. 집합 $A = \{x|x^2 - (a+1)x + a = 0\}$, $B = \{x|x^2 - (b-2)x - 2b = 0\}$, $C = \{x|x^2 - (3a+5b)x + 15ab = 0\}$ 가 있다. 집합 $P = \{x|x \in A, x \in B, x \in C, x < 0\}$, $n(P) = 1$ 일 때, $a - 5b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 0

해설

$$A : (x-1)(x-a) = 0 \Rightarrow x = 1, a$$

$$B : (x+2)(x-b) = 0 \Rightarrow x = b, -2$$

$$C : (x-3a)(x-5b) = 0 \Rightarrow x = 3a, 5b$$

$P = A \cap B \cap C$ 이고, $n(P) = 1$ 이므로 공통근이 하나이며 음수이다.

따라서 공통근은 a 또는 -2 이다.

(1) 공통근이 -2 일 때

A 에서 $a = -2$, C 는 $x = -6, 5b$ 이므로

$$5b = -2 \Rightarrow b = -\frac{2}{5}$$

(2) 공통근이 a 일 때 ($a \neq -2$)

B 에서 $a = b$ 가 되고 C 에서 $x = 3a, 5a$ 가

되어 공통근이 생기지 않는다.

따라서 $a = -2, -5b = 2$ 이므로 $a - 5b$ 의 값은 0 이다.

23. x 에 대한 이차방정식 $(m-1)x^2 - (m^2+2m-2)x + 21 = 0$ 의 한 근이 3 일 때, 두 근을 모두 양수가 되게 하는 m 의 값과 나머지 한 근의 합을 구하면?

[배점 5, 중상]

- ① $\frac{13}{2}$ ② $\frac{15}{2}$ ③ $\frac{17}{2}$ ④ $\frac{19}{2}$ ⑤ $\frac{21}{2}$

해설

한 근이 3 이므로 $x = 3$ 을 대입하면

$$9(m-1) - 3(m^2 + 2m - 2) + 21 = 0$$

$$m^2 - m - 6 = 0, (m-3)(m+2) = 0$$

∴ $m = 3$ 또는 $m = -2$

i) $m = -2$ 이면 $-3x^2 + 2x + 21 = 0$

$$3x^2 - 2x - 21 = 0, (3x+7)(x-3) = 0$$

$x = -\frac{7}{3}$ 또는 $x = 3$ (한 근이 음수이므로 부적합)

ii) $m = 3$ 이면 $2x^2 - 13x + 21 = 0$

$$(x-3)(2x-7) = 0$$

$x = 3$ 또는 $x = \frac{7}{2}$ (두 근이 모두 양이므로 적합)

따라서 $m = 3$, 나머지 한 근은 $x = \frac{7}{2}$

$$\therefore m + x = 3 + \frac{7}{2} = \frac{13}{2}$$

24. 이차방정식 $ax^2 + bx + 5 = 0$ 의 한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2}$ 일 때, 유리수 a, b 의 합 $a + b$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① 5 ② 10 ③ 15 ④ 20 ⑤ 25

해설

한 근이 $\frac{1}{\sqrt{5}-2} = \sqrt{5} + 2$ 이므로 다른 한 근은

$$-\sqrt{5} + 2$$

근과 계수와의 관계에서

$$-\frac{b}{a} = (\sqrt{5} + 2) + (-\sqrt{5} + 2) = 4, \frac{5}{a} = (\sqrt{5} +$$

$$2)(-\sqrt{5} + 2) = -1$$

$$\therefore a = -5$$

$$\therefore b = -4a = (-4) \times (-5) = 20$$

$$\therefore a + b = -5 + 20 = 15$$

25. 이차방정식 $4x^2 + 8x + 5 = 0$ 의 두 근을 α, β 라고 할 때, 이차방정식 $x^2 + bx + c = 0$ 의 근은 $\alpha + \beta, \alpha^2 + \beta^2$ 이다. 이 때, $b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $-\frac{5}{2}$

해설

근과 계수와의 관계에서

$$\alpha + \beta = -2, \alpha\beta = \frac{5}{4}$$

$$\begin{aligned} \alpha^2 + \beta^2 &= (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta \\ &= (-2)^2 - 2 \times \frac{5}{4} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$x^2 + bx + c = 0$ 의 근이 $-2, \frac{3}{2}$ 이므로

$$-b = -2 + \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$c = -2 \times \frac{3}{2} = -3$$

$$\therefore b + c = \frac{1}{2} - 3 = -\frac{5}{2}$$