

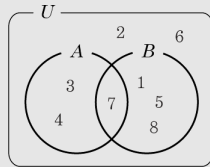
단원 종합 평가

1. $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A - B = \{3, 4\}$, $B - A = \{1, 5, 8\}$, $(A \cup B)^c = \{2, 6\}$ 에 대하여 집합 $A \cap B$ 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{2\}$ ② $\{4\}$ ③ $\{7\}$
 ④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{2, 7\}$

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같고 $A \cap B = \{7\}$ 이다.

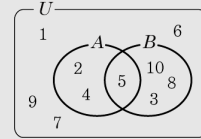


2. $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A - B = \{2, 4\}$, $A \cap B = \{5\}$, $A^c \cap B^c = \{1, 6, 7, 9\}$
 일 때, 집합 B 는? [배점 3, 하상]

- ① $\{3, 5\}$ ② $\{5, 7\}$
 ③ $\{3, 5, 8\}$ ④ $\{3, 5, 10\}$
 ⑤ $\{3, 5, 8, 10\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$, $(A^c \cap B^c) = (A \cup B)^c = \{1, 6, 7, 9\}$ 이므로



따라서 $B = \{3, 5, 8, 10\}$ 이다.

3. 다음 수 중 3 의 배수를 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

- ① $111_{(2)}$ ② $1001_{(2)}$ ③ $1101_{(2)}$
 ④ $1110_{(2)}$ ⑤ $11011_{(2)}$

해설

- ① $111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 4 + 2 + 1 = 7$
 ② $1001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 8 + 1 = 9$
 ③ $1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 8 + 4 + 1 = 13$
 ④ $1110_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 8 + 4 + 2 = 14$
 ⑤ $11011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27$

4. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 하상]

- ① $1010_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2$
- ② $11001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1$
- ③ $10101_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1$
- ④ $2530 = 2 \times 10^4 + 5 \times 10^3 + 3 \times 10^2$
- ⑤ $68720 = 6 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 2 \times 10 + 0$

해설

- $$\begin{aligned} \textcircled{1} \quad & 1010_{(2)} \\ &= 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 \times 1 \\ &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2 \\ \textcircled{2} \quad & 11001_{(2)} \\ &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1 \\ &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 1 \\ \textcircled{3} \quad & 10101_{(2)} \\ &= 1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2 + 1 \times 1 \\ &= 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 \\ \textcircled{4} \quad & 2530 \\ &= 2 \times 1000 + 5 \times 100 + 3 \times 10 + 0 \times 1 \\ &= 2 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 3 \times 10 \\ \textcircled{5} \quad & 68720 \\ &= 6 \times 10000 + 8 \times 1000 + 7 \times 100 + 2 \times 10 + 0 \times 1 \\ &= 6 \times 10^4 + 8 \times 10^3 + 7 \times 10^2 + 2 \times 10 \end{aligned}$$

5. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \subset B, B \subset A$ 이고, $A = \{x | x \text{는 } 28 \text{의 약수}\}$ 일 때, $n(A) + n(B)$ 의 값을 구하라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 12

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 이면 $A = B$ 이다.

$A = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$, $B = \{1, 2, 4, 7, 14, 28\}$ 이고, $n(A) = 6$, $n(B) = 6$ 이다.

따라서, $n(A) + n(B) = 12$ 이다.

6. 다음 중 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① $\emptyset$
- ② $\{2\}$
- ③ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$
- ④ $\{5, 7\}$
- ⑤ $\{x \mid 2 < x < 8 \text{인 홀수}\}$

해설

$$A = \{2, 3, 5, 7\}$$

③ $\{1, 3, 5\} \not\subset A$

⑤ $\{3, 5, 7\} \subset A$

7. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 200 ② 2×5^3
③ $3^2 \times 7^2$ ④ 150
⑤ $3^2 \times 11^2 \times 13$

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

① $200 = 2^3 \times 5^2$ 이므로 $(3+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

② $(1+1) \times (3+1) = 8$ (개)

③ $(2+1) \times (2+1) = 9$ (개)

④ $150 = 2 \times 3 \times 5^2$ 이므로 $(1+1) \times (1+1) \times (2+1) = 12$ (개)이다.

⑤ $(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)

8. 소인수분해를 이용하여 세 수 12, 36, 40 의 최소공배수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 360

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 12} \\ 2 \overline{) 6} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 36} \\ 2 \overline{) 18} \\ 3 \overline{) 9} \\ 3 \end{array} \quad \begin{array}{r} 2 \overline{) 40} \\ 2 \overline{) 20} \\ 3 \overline{) 10} \\ 5 \end{array}$$

$$\therefore 12 = 2^2 \times 3 \quad \therefore 36 = 2^2 \times 3^2 \quad \therefore 40 = 2^3 \times 5$$

따라서 최소공배수는 $2^3 \times 3^2 \times 5 = 360$ 이다.

9. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 10 보다 큰 수는 몇 개인지 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5개

해설

가장 큰 네 자리의 이진법 수는 $1111_{(2)}$ 이다.

$1111_{(2)} = 15$ 이므로 11, 12, 13, 14, 15 로 5 개이다.

10. $U = \{x | x \text{는 } 5 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 4, 5\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ 일 때, $\{(A - B) \cup A\} \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

① $\{1\}$

② $\{4\}$

③ $\{1, 4\}$

④ $\{2, 5\}$

⑤ $\{1, 4, 5\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $A - B = \{1, 4\}$ 이므로 $\{(A - B) \cup A\} \cap B^c = \{\{1, 4\} \cup A\} - B = \{1, 2, 4, 5\} - \{2, 3, 5\} = \{1, 4\}$ 이다.

11. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 8 \text{보다 크고 } 16 \text{보다 작은 짝수}\}$ 에 대한 설명 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

① $\emptyset$ 는 집합 A 의 부분집합이다.

② $\{10, 14, 16\}$ 은 집합 A 의 부분집합이다.

③ 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 1 개다.

④ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 2 개다.

⑤ 원소가 3 개인 집합 A 의 부분집합은 3 개다.

해설

$$A = \{10, 12, 14\}$$

- ③ 원소가 하나뿐인 집합 A 의 부분집합은 3 개이다.
 ④ 원소가 2 개인 집합 A 의 부분집합은 3 개이다.
 ⑤ 원소가 3 개인 집합 A 의 부분집합은 1 개이다.

12. 다음 1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 7 ② 11 ③ 13 ④ 17 ⑤ 27

해설

1 보다 큰 자연수 중에서 1 과 그 수 자신만을 약수로 가지는 수는 소수이다.
 따라서 소수가 아닌 수는 27 이다.

13. 가로, 세로의 길이가 120cm, 96cm, 높이가 60cm 인 직육면체를 일정한 크기로 잘라 가능한 한 가장 큰 정육면체로 나누려고 한다. 이때, 만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 A cm, 정육면체의 개수를 B 개 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 412

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는 120, 96, 60 의 최대공약수이므로

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$96 = 2^5 \times 3$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$\text{최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore 12\text{cm}$$

정육면체의 개수는

$$(120 \div 12) \times (96 \div 12) \times (60 \div 12)$$

$$= 10 \times 8 \times 5 = 400 \text{ (개)}$$

$$\therefore 400 \text{ 개}$$

$$\text{따라서 } A + B = 12 + 400 = 412$$

14. 가로, 세로의 길이가 각각 12cm, 18cm 인 직사각형 모양의 종이를 서로 겹치지 않게 붙여서 정사각형을 만들려고 한다. 이 종이를 만들 수 있는 가장 작은 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 36 cm

해설

12와 18 의 최소공배수는 36 이므로 정사각형의 한 변의 길이는 36 cm 이다.

15. 세 자연수 $4a$, $6a$, $16a$ 의 최소공배수가 336 일 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

$$2^2 \times a, 2 \times 3 \times a, 2^4 \times a$$

최소공배수는 $2^4 \times 3 \times a = 336 = 2^4 \times 3 \times 7$ 이다.

$$\therefore a = 7$$

16. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 18 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } a \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1, 2, 3, 6\}$ 일 때, a 가 될 수 있는 50보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

- ① 4개 ② 5개 ③ 6개
④ 7개 ⑤ 8개

해설

18과 a 의 최대공약수가 6이므로

$$18 = 6 \times 3, a = 6 \times k$$

k 는 3의 배수이면 안 된다.

따라서 50보다 작은 자연수 a 는

$$6 \times 1 = 6, 6 \times 2 = 12, 6 \times 4 = 24, 6 \times 5 = 30,$$

$$6 \times 7 = 42, 6 \times 8 = 48 \text{의 } 6 \text{개이다.}$$

17. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 6개

해설

$$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

$$B = \{12, 15\}$$

$$X \subset A, B \subset X \text{ 이므로 } B \subset X \subset A$$

$$\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$$

집합 X 는 집합 A 의 부분집합 중 원소 12, 15는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 집합이므로

$$\{10, 11, 12, 15\}, \{10, 12, 13, 15\},$$

$$\{10, 12, 14, 15\}, \{11, 12, 13, 15\},$$

$$\{11, 12, 14, 15\}, \{12, 13, 14, 15\} \text{의 } 6 \text{개이다.}$$

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$, $A \cap B = \{3\}$, $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

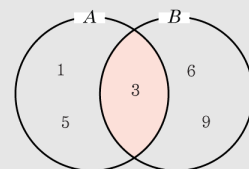
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: $\{3, 6, 9\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$ 이다.

19. 자연수 240 과 $2^3 \times 5^n$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 n 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$$240 = 2^4 \times 3 \times 5 \text{ 이므로}$$

$$\text{약수의 개수는 } (4+1) \times (1+1) \times (1+1) = 20$$

$$2^3 \times 5^n \text{ 의 약수의 개수는 } (3+1) \times (n+1) = 20$$

$$\therefore n = 4$$

20. 190, 315, 134 를 어떤 자연수로 나누었더니 나머지가 각각 1, 0, 8 이었다. 어떤 수를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

▷ 정답 : 21

▷ 정답 : 63

해설

나머지가 각각 1, 0, 8 이므로

189, 315, 126 의 공약수가 어떤 수이다.

그러므로 9, 21, 63

21. 소인수분해를 이용하여 50 의 약수의 개수를 구하려고 한다. 다음 중 a, b, c 에 들어갈 알맞은 수를 차례대로 나열한 것은?

$$50 = 2^a \times 5^b \text{ 약수의 개수 : } (a+1) \times (b+1) = c \text{ (개)}$$

[배점 5, 중상]

① 1, 2, 3

② 1, 2, 6

③ 2, 4, 8

④ 2, 5, 8

⑤ 3, 4, 5

해설

50 을 소인수분해하면 $50 = 2 \times 5^2$ 이므로 $a = 1, b = 2$ 이다.

또한 50 의 약수의 개수는 $(1+1) \times (2+1) = 6$ (개) 이므로 $c = 6$ 이다.

따라서 $a = 1, b = 2, c = 6$ 이다.

22. 집합 $A_n = \{x | x \text{는 } n \text{의 약수, } n \text{은 자연수}\}$ 일 때, $(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = A_6$ 을 만족하는 n 의 값을 모두 찾아라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$(A_n \cup A_6^c)^c \cup A_n = (A_n^c \cap A_6) \cup A_n = (A_6 - A_n) \cup A_n$$

위의 식을 보면,

$A_n \subset A_6$ 이므로,

6 의 약수의 집합에 포함될 수 있는 약수의 집합은 1, 2, 3, 6

23. 두 집합 $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $B = \{2, 4, 8\}$ 에 대하여 $X - A = \emptyset$, $n(X \cap B) = 1$ 을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12개

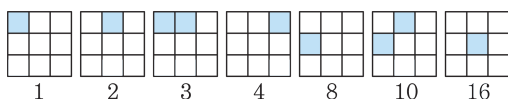
해설

$X - A = \emptyset$ 이면 $X \subset A$

$n(X \cap B) = 1$ 이므로 X 는 B 의 원소 하나를 포함하고 나머지 두 원소는 포함하지 않는 A 의 부분집합이다.

X 가 2를 포함하고 4, 8을 포함하지 않은 경우 (집합 X 의 갯수) $= 2^{5-3} = 4$ (개), X 가 4를 포함한 경우와 8을 포함한 경우도 마찬가지이므로 (집합 X 의 갯수) $= 4 \times 3 = 12$ (개)이다.

24. 자연수 1, 2, 3, 4, 8, 10, 16을 다음과 같이 나타낼 때, 이 나타내는 수는 무엇인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 84

해설

$1 = 1_{(2)}$, $2 = 10_{(2)}$, $3 = 11_{(2)}$, ... 이므로

0	0	1
1	0	0
0	0	

$1010100_{(2)}$

$$1010100_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 64 + 16 + 4 = 84$$

25. 15g 짜리 추가 땅에 떨어지면서 네 조각이 났다. 이 네 조각으로 양팔저울의 양쪽 접시를 모두 이용하여 1g에서 15g까지 1g 씩 빠짐없이 무게를 잴 수 있다고 한다. 이 때, 이 네 조각의 무게는 각각 얼마인가?

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1g

▷ 정답 : 2g

▷ 정답 : 4g

▷ 정답 : 8g

해설

2진법에서 1과 0으로 모든 수를 표현할 수 있다. 추가 있다와 없음을 이용하여 15g을 모두 표현할 수 있기 때문에 네 조각의 무게는 이진법의 자릿값을 생각할 수 있다.

이진법의 자릿값은 $1, 2, 2^2 = 4, 2^3 = 8, \dots$ 이고, $1 + 2 + 4 + 8 = 15$ 이므로 조각난 네 조각의 무게는 각각 1g, 2g, 4g, 8g이다.