

단원 종합 평가

1. 두 집합 $n(A) = 12, n(B) = 14, n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(B - A)$ 는? [배점 3, 하상]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6$$

2. 다음 중 옳은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $A = \{5\}$ 일 때, $n(A) = 5$
 ② $n(\{\emptyset\}) = 0$
 ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 4$
 ④ $A = \{x \mid x \text{는 } 4 \text{ 배수}\}$ 이면 $n(A) = 4$
 ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 1$

해설

- ① $n(A) = 1$
 ② $n(\{\emptyset\}) = 1$
 ③ $n(\{1, 2, 4\}) = 3$
 ④ $A = \{4, 8, 12, 16, \dots\}$: 무한집합
 ⑤ $n(\{1, 2, 3\}) - n(\{1, 3\}) = 3 - 2 = 1$

3. 156의 소인수를 모두 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 2

▷ 정답: 3

▷ 정답: 13

해설

$156 = 2^2 \times 3 \times 13$ 이므로
 소인수는 2, 3, 13이다.

4. 다음 중 밑줄 친 숫자가 실제로 나타내는 값이 가장 작은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 110₍₂₎ ② 1010₍₂₎ ③ 38
 ④ 423 ⑤ 829

해설

- ① $2^2 = 4$
 ② $2^3 = 8$
 ③ 30
 ④ 20
 ⑤ 9

5. 다음 중에서 두 집합이 서로 같은 것을 모두 골라라.

- ㉠ $A = \{M, A, T, H\}, B = \{T, A, M, H\}$
 ㉡ $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 작은 자연수}\}, B = \{0\}$
 ㉢ $A = \{x \mid x \text{는 } 7 \text{보다 큰 짝수}\}, B = \{8, 10, \dots\}$
 ㉣ $A = \{\text{삼각형, 사각형}\}, B = \{\text{삼각기둥, 사각기둥}\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

▶ 정답: ㉢

해설

- ㉠ 집합 B 의 원소 순서를 바꾸면 $\{T, A, M, H\} = \{M, A, T, H\} = A$ 이다.
 ㉡ 집합 A 를 원소나열법으로 나타내면 $A = \emptyset$ 이므로 $A \neq B$ 이다.
 ㉢ 집합 A 를 원소 나열법으로 쓰면 $A = \{8, 10, 12, \dots\}$ 이므로 $A = B$ 이다.
 ㉣ 삼각형과 삼각기둥, 사각형과 사각기둥은 각각 다르므로 $A \neq B$ 이다.

6. 두 분수 $\frac{1}{6}, \frac{1}{10}$ 중 어느 것을 곱해도 자연수가 되는 100 이하의 자연수의 개수는? [배점 3, 중하]

- ㉠ 1 개 ㉡ 2 개 ㉢ 3 개
 ㉣ 4 개 ㉤ 5 개

해설

두 분수가 자연수가 되려면, n 은 6과 10의 공배수이어야 한다.

공배수 중 가장 작은 수는 두 수의 최소공배수이어야 한다.

n 의 값 중 가장 작은 수는 30이다.

따라서 100 이하의 자연수이므로 30, 60, 90 이고 3 개이다.

7. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 3, 중하]

- ㉠ 십진법에서 사용하는 수는 1 부터 9 까지 모두 9 개이다.
 ㉡ 이진법은 자리가 하나씩 올라감에 따라 자리의 값이 2 배씩 커진다.
 ㉢ $1 \times 10^4 + 1 \times 10 = 10010$
 ㉣ $12 = 1100_{(2)}$
 ㉤ $2 + 2 = 101_{(2)}$

해설

㉠ 0 부터 9 까지의 10 개이다.

㉤ $2 + 2 = 4$

$101_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 4 + 1 = 5$

8. 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 68 개

해설

1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수를 A_5 , 7의 배수를 A_7 라 할 때,
 $100 = 5 \times 20, 100 = 7 \times 14 + 2$
 $n(A_5) = 20, n(A_7) = 14, n(A_5 \cap A_7) = n(A_{35}) = 2,$
 5의 배수이거나 7의 배수인 수의 갯수
 $n(A_5 \cup A_7) = n(A_5) + n(A_7) - n(A_{35}) = 20 + 14 - 2 = 32(\text{개}),$
 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수의 갯수는
 $n((A \cup B)^c) = 100 - 32 = 68(\text{개})$

9. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 10보다 큰 수는 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 5 개

해설

가장 큰 네 자리의 이진법 수는 $1111_{(2)}$ 이다.
 $1111_{(2)} = 15$ 이므로 11, 12, 13, 14, 15 로 5 개 이다.

10. 다음 중 옳은 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $n(\emptyset) = n(\{0\})$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 2$
 ③ $n(\{4\}) = 4$
 ④ $n(\{x|x \text{는 } 40 \text{ 이하의 짝수}\}) = 40$
 ⑤ $n(\{x|x \text{는 } 2 < x < 4 \text{인 홀수}\}) = 1$

해설

- ① $n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1$
 ② $n(\{1, 2, 4\}) - n(\{1, 4\}) = 3 - 2 = 1$
 ③ $n(\{4\}) = 1$
 ④ $n(\{2, 4, 6, \dots, 40\}) = 20$
 ⑤ $n(\{3\}) = 1$

11. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면? (정답 3개)

[배점 4, 중중]

- ① $A = \emptyset$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
 ② $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
 ③ $A = B$ 이면 $n(A) = n(B)$ 이다.
 ④ $n(A) = n(B)$ 이면 $A = B$ 이다.
 ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

해설

- ② $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$
 ④ 예를 들면 $A = \{0\}, B = \{1\}$ 이면 $n(A) = n(B) = 1$ 이지만 $A \neq B$
 ⑤ $A = \{0\}$ 이면 $n(A) = 1$

12. 3학년 3반 33 명의 학생 중에서 컴퓨터를 가지고 있는 학생이 25 명, 자신의 홈페이지를 가지고 있는 학생이 10 명, 컴퓨터와 홈페이지의 어느 것도 가지고 있지 않은 학생이 3 명이다. 컴퓨터와 홈페이지를 모두 가지고 있는 학생 수는? [배점 4, 중중]

- ① 3명 ② 5명 ③ 7명
④ 9명 ⑤ 11명

해설

컴퓨터를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 자신의 홈페이지를 가지고 있는 학생을 집합 B 라 하자.

컴퓨터와 홈페이지의 어느 것도 가지고 있지 않은 학생이 3 명이므로 합집합의 원소의 개수는 $33 - 3 = 30$ 이다.

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$$

$$30 = 25 + 10 - x$$

$$x = 5$$

13. 아름이와 다운이는 각각 8 일, 12 일 간격으로 같은 장소에서 봉사활동을 하고 있다. 4 월 5 일에 함께 봉사활동을 하였다면 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 하는 날은 몇 월 며칠인가? [배점 4, 중중]

- ① 4 월 29 일 ② 4 월 30 일
③ 4 월 28 일 ④ 5 월 1 일
⑤ 5 월 3 일

해설

$$8 = 2^3, 12 = 2^2 \times 3 \text{ 이다.}$$

$$8 \text{ 과 } 12 \text{ 의 최소공배수는 } 2^3 \times 3 = 24 \text{ 이다.}$$

24 일 후인 29 일에 다음에 처음으로 봉사활동을 함께 한다.

14. 72를 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되면서 3의 배수는 되지 않도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$$72 = 2^3 \times 3^2$$

$$\text{따라서 } x = 2 \times 3^2 = 18$$

15. 세 자연수 16, 24, 48의 공배수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18개

해설

16, 24, 48 의 공배수는 48 의 배수이다.
 999 까지의 48 의 배수는 $999 \div 48 = 20 \dots 39$ 이므로 20 개 있고, 99 까지의 48 의 배수는 $99 \div 48 = 2 \dots 3$ 이므로 2 개 있다. 따라서 48 의 배수 중 세 자리 자연수는 $20 - 2 = 18$ (개) 있다.

16. 세 자연수의 비가 $2 : 4 : 7$ 이고, 최소공배수가 392 일 때, 세 자연수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 28

▷ 정답 : 56

▷ 정답 : 98

해설

세 자연수를 $2 \times x$, $4 \times x$, $7 \times x$ 라 하면

$$\begin{array}{r} x) \quad 2 \times x \quad 4 \times x \quad 7 \times x \\ 2) \quad \quad 2 \quad \quad 4 \quad \quad 7 \\ \hline \quad \quad 1 \quad \quad 2 \quad \quad 7 \end{array}$$

 $x \times 2 \times 2 \times 7 = 392$
 $x = 14$
 따라서, 세 자연수는 28, 56, 98 이다.

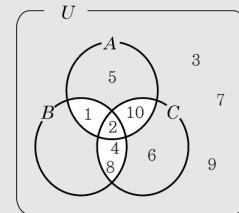
17. $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에 대하여

$A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 8 \text{의 약수}\}$, $C = \{x \mid x \text{는 } 2 \text{의 배수}\}$ 일 때, $(A - B)^c$ 의 원소의 합은? [배점 5, 중상]

- ① 30 ② 35 ③ 40 ④ 45 ⑤ 50

해설

$A = \{1, 2, 5, 10\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ 이므로
 벤 다이어그램으로 나타내면



가 되어 $(A - B)^c = \{1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9\}$ 이다. 따라서 원소의 합은 40 이다.

18. 세 집합 A , B , C 에 대하여 $n(A) = 15$, $n(B) = 8$, $n(C) = 7$, $n(A \cap B) = 3$, $n(B \cup C) = 12$, $A \cap C = \emptyset$ 일 때, $n(A \cup B \cup C)$ 의 값을 구하여라.

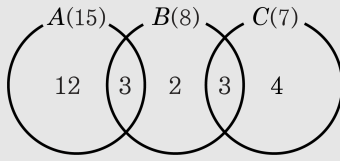
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$\therefore n(A \cup B \cup C) = 24$$

19. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

[배점 5, 중상]

- ① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권
- ③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권
- ④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대 공약수이므로 231

볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)

지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$

연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$

공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

20. 세 수 3048, 5988, 8088 을 자연수 k 로 나누었을 때, 나머지를 같게 하는 자연수 k 의 개수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 24 개

해설

3048, 5988, 8088 을 동일한 자연수로 나눌 때 나머지가 모두 같으므로

$$A = Ga + r, B = Gb + r, C = Gc + r \text{ 라고 하면}$$

$$B - A = G(b - a), C - B = G(c - b)$$

이므로 $B - A, C - B$ 의 공약수는 A, B, C 를 나누어서 나머지가 같아지는 수들이다.

$8088 - 5988 = 2100, 5988 - 3048 = 2940$ 이므로 2100 과 2940 의 공약수를 구하면, 최대공약수가 420 이므로 약수의 개수는 $420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$ 에서 24 개이다.

21. $10^5 + 10^3$ 은 십진법으로 나타내면 m 자리 수이고, $2^4 + 2$ 은 이진법으로 나타내면 n 자리 수이다. $m + n$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 11

해설

$$10^5 + 10^3 = 1 \times 10^5 + 1 \times 10^3 = 101000$$

$$\therefore m = 6$$

$$2^4 + 2 = 1 \times 2^4 + 1 \times 2 = 10010_{(2)}$$

$$\therefore n = 5$$

$$\therefore 6 + 5 = 11$$

22. 두 집합 $A = \{a, b, c, d, e\}$, $B = \{a, d\}$ 에 대하여 다음을 만족하는 집합 X 를 모두 구해보고 그 개수를 구하여라.

$$B \subset X \subset A, B \neq X$$

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 7개

해설

집합 X 는 $\{a, b, c, d, e\}$ 의 부분집합 중 a, d 를 항상 원소로 갖는 집합이고 B 가 아니므로
 $\{a, b, d\}$, $\{a, c, d\}$, $\{a, d, e\}$,
 $\{a, b, c, d\}$, $\{a, b, d, e\}$,
 $\{a, c, d, e\}$, $\{a, b, c, d, e\}$ 의 7 개이다.

23. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 28개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로
 (집합 B 의 갯수) = (U 의 부분집합의 갯수) -
 (A 의 원소를 포함하지 않는 U 의 부분집합의 갯수)
 $= 2^5 - 2^{5-3}$
 $= 2^5 - 2^2$
 $= 32 - 4 = 28(\text{개})$

24. 다음 조건을 만족하는 집합 A 의 원소를 작은 순서로 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 으로 나타낼 때, $a_2 + a_3 + a_5$ 의 값을 구하여라.

- 집합 A 의 원소는 항상 1 보다 크거나 같다.
- $a_1 = 1$, $x \in A$ 이면, $\frac{3}{2} \times x \in A$ 이다.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{141}{16}$

해설

$a_1 = 1$ 이면 $a_2 = \frac{3}{2} \times a_1$ 이고 이러한 방식으로 집합 A 를 구하면,
 $\{a_1, a_2, a_3, \dots, a_n\} = \left\{1, \frac{3}{2}, \frac{9}{4}, \frac{27}{8}, \frac{81}{16}, \frac{243}{32}, \dots, \left(\frac{3}{2}\right)^{(n-1)} \times a_1\right\}$
 $a_2 = \frac{3}{2}$, $a_3 = \frac{9}{4}$, $a_5 = \frac{81}{16}$ 이다.
 $\therefore a_2 + a_3 + a_5 = \frac{141}{16}$

25. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

[배점 5, 상하]

① $2 \times 2 \times 4 \times 4 \times 7 = 2^2 \times 4^2 \times 7$

② $\frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{4}{3^3}$

③ $\frac{1}{2 \times 2 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2^2 \times 5^2}$

④ $\frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^8}$

⑤ $a \times a \times a \times b \times b = a^3 \times b^2$

해설

$$\textcircled{2} \frac{1}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{1}{3^4}, \textcircled{4} \frac{1}{3^2 \times 3^4} = \frac{1}{3^6}$$