

# 단원 종합 평가

1.  $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{1, 2\}$  에 대하여  $A \cap X = X, (A - B) \cup X = X$  를 만족하는 집합  $X$  의 개수는?  
[배점 3, 하상]

- ① 1 개      ② 2 개      ③ 3 개  
④ 4 개      ⑤ 5 개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$ , 즉  $\{3, 4, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 4, 5\}$  이므로 집합  $X$  의 개수는  $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

2.  $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$  이고  $A, B$  가 다음 조건을 만족할 때, 집합  $B$  의 부분집합인 것은?

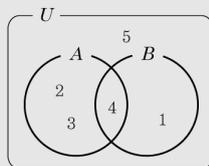
- ㉠  $A \cap B = \{4\}$       ㉡  $A - B = \{2, 3\}$   
㉢  $(A \cup B)^c = \{5\}$

[배점 3, 하상]

- ①  $\{2\}$       ②  $\{3\}$       ③  $\{2, 3\}$   
④  $\{2, 5\}$       ⑤  $\{4\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로  $B = \{1, 4\}$  이다. 따라서  $B$  의 부분집합인 것은  $\{4\}$  이다.



3. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{2, 4, 6, 8\}$  일 때,  $(A - B) \subset X, X - A = \emptyset$  을 만족하는 집합  $X$  의 개수를 구하여라.  
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$ , 즉  $\{1, 3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 5\}$  이므로 집합  $X$  의 개수는 2 개이다.

4. 약수의 개수가 4 인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구하여라.  
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로  
약수의 개수가 4 인 경우는  
지수가 3 인 소인수가 한 개인 경우와  
지수가 각각 1 인 소인수가 두 개인 경우이다.  
두 경우에서 각각 가장 작은 자연수는  
 $2^3$  과  $2 \times 3$  이고  
그중  $2 \times 3$  이 더 작으므로  
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 6 이다.

5. 집합  $A = \{a, b, c, d\}$  의 부분집합 중에서  $a$  를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$\{b, c, d\}$  의 부분집합의 개수와 같다.  
즉,  $2^3 = 8$

6. 다음 표는 혜교의 지난 중간고사와 기말고사 시험과목 일부와 그 점수이다. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 3개)

과목	중간	기말
국어	80	85
수학	90	80
영어	85	100
과학	70	55
사회	95	80
미술	100	95
음악	95	100
체육	75	65
도덕	100	85
한문	55	70

[배점 3, 중하]

- ① 지난 중간고사 점수가 80점 이상인 과목
- ② 지난 기말고사 점수 중 지난 중간고사 점수보다 높은 과목
- ③ 기말고사 때 잘 본 과목
- ④ 기말고사 때 가장 못 본 과목
- ⑤ 중간고사와 기말고사의 평균이 좋은 과목

해설

- ③ '잘' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.
- ④ '못 본' 이라는 단어의 기준은 명확하지 않으나, '가장' 이라는 단어가 있기 때문에 그 기준이 확실하다. 따라서 집합이다.
- ⑤ '좋은' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

7. 다음 중  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$  의 약수가 아닌 것은?

[배점 3, 중하]

- ①  $5 \times 2^3$
- ② 80
- ③  $2^3 \times 3 \times 5$
- ④ 125
- ⑤ 225

해설

- ② 80 을 소인수분해하면  $80 = 2^4 \times 5$  이다.  $2^4$  은  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$  의 약수가 아니다.
- ④ 125 를 소인수분해하면  $125 = 5^3$  이므로  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$  의 약수이다.
- ⑤ 225 를 소인수분해하면  $225 = 3^2 \times 5^2$  이므로  $2^3 \times 3^3 \times 5^3$  의 약수이다.

8. 다음 중 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

- |          |          |           |
|----------|----------|-----------|
| ㉠ 7, 11  | ㉡ 8, 15  | ㉢ 9, 21   |
| ㉣ 15, 22 | ㉤ 12, 60 | ㉥ 11, 121 |

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

㉢ 9, 21의 최대공약수는 3 이므로 서로소가 아니다.  
 ㉤ 12, 60의 최대공약수는 12 이므로 서로소가 아니다.  
 ㉥ 11, 121의 최대공약수는 11 이므로 서로소가 아니다.  
 따라서 서로소인 두 수끼리 짝지어진 것은 ㉠, ㉡, ㉣의 3개이다.

9. 다음 중 12의 배수는? [배점 3, 중하]

- ① 90      ② 126      ③ 288  
 ④ 352      ⑤ 1498

해설

12의 배수는 4와 3의 공배수이다.

10. 두 집합  $A = \{2, 5, a + 3\}$ ,  $B = \{b - 3, 5, 9\}$ 에 대하여  $A \subset B$ ,  $B \subset A$ 일 때,  $a + b$ 의 값을 구하여라.  
 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

$A \subset B$ 이고,  $B \subset A$ 이면  $A = B$ 이다.  
 $A = B$ 이므로  $a + 3 = 9$ ,  $b - 3 = 2$   
 따라서  $a = 6$ ,  $b = 5$   
 $\therefore a + b = 11$

11. 두 집합  $A = \{3, 5, a + 4, 9\}$ ,  $B = \{1, 3, 6, b + 1\}$ 에 대하여  $A \cap B = \{3, 7\}$ 일 때,  $A \cup B$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.  
 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 31

해설

$A \cap B = \{3, 7\}$ 이므로  $7 \in A$ 이다.  $a + 4 = 7$ 이어야 한다.  
 그러므로  $a = 3$ 이다.  
 $7 \in B$ 이므로  $b + 1 = 7$ 이어야 한다. 그러므로  $b = 6$ 이다.  
 $A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 7, 9\}$ 이므로 모든 원소의 합은  $1 + 3 + 5 + 6 + 7 + 9 = 31$ 이 된다.

12. 집합  $A = \{0, 1, 2, 3, \{0, 1\}, \emptyset\}$  에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 4, 중중]

- ①  $\emptyset \in A$                       ②  $\{0, 1\} \in A$   
 ③  $\{0, 3\} \subset A$                 ④  $\{0\} \in A$   
 ⑤  $\emptyset \subset A$

해설

$\{0\} \subset A$

13. 3, 5, 6 의 어느 것으로 나누어도 나머지가 2인 수 중 세 자리 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

- ① 28 개              ② 29 개              ③ 30 개  
 ④ 31 개              ⑤ 32 개

해설

구하는 수는 (3, 5, 6 의 공배수)+2 인 수이므로  
 3, 5, 6 의 최소공배수 30 이다.  
 30 의 배수 중 세 자리 자연수는 120, 150, ..., 990 이다.  
 따라서 구하는 수는 122, 152, ..., 992 이다.  
 $122 = 30 \times 4 + 2$ ,  $992 = 30 \times 33 + 2$   
 $\therefore 33 - 3 = 30$  ( 개)

14.  $20 \times \square$  의 약수의 개수가 18개일 때,  $\square$  안에 들어갈 가장 작은 자연수는? [배점 4, 중중]

- ① 4              ② 8              ③ 9              ④ 25              ⑤ 49

해설

(i)  $\square = 2^a$  일 때  $18 = (8+1) \times (1+1)$  이므로  
 $\square = 2^6 = 64$   
 (ii)  $\square \neq 2^a$  일 때  $18 = (2+1) \times (a+1) \times (1+1)$   
 $a = 2$ , 가장 작은 자연수는  $3^2 = 9$   
 $\therefore$  (i), (ii)에서 가장 작은 자연수는 9

15. 세 수 6, 8, 12 어느 것으로 나누어도 나머지가 5 인 가장 작은 세 자리의 자연수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 101

해설

구하는 수를  $A$  라 하면  
 $A = (6, 8, 12$ 의 공배수) + 5 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수,  
 6, 8, 12 의 최소공배수는 24 이다.  
 24 의 배수는 24, 48, 72, 96, 120, ...  
 따라서  $A = 96 + 5 = 101$  이다.

16. 소인수분해한 세 자연수  $2^a \times b$ ,  $2^2 \times 3^b \times c$ ,  $2^2 \times 3^2$  의 최대공약수는 6 이고 최소공배수는 540 일 때,  $a+b+c$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

$6 = 2 \times 3$ ,  $540 = 2^2 \times 3^3 \times 5$   
 최대공약수가  $2 \times 3$  이므로  $a = 1$ ,  $b = 3$   
 최소공배수가  $2^2 \times 3^3 \times 5$  이므로  $c = 5$   
 $\therefore 1 + 3 + 5 = 9$

해설

4의 약수 : 1, 2, 4  
 집합 A의 원소의 개수는  $n + 1$  개이므로 원소 1, 2, 4를 포함하는 부분집합의 개수는  $2^{n+1-3} = 64 = 2^6$  이다.  
 $n + 1 - 3 = 6 \quad \therefore n = 8$

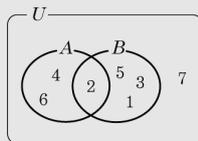
17. 전체집합  $U = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$  의 두 부분집합 A, B에 대하여

$A = \{2, 4, 6\}$ ,  $A \cap B = \{2\}$ ,  $B \cap A^c = \{1, 3, 5\}$ ,  $A^c \cap B^c = \{7\}$  일 때,  $A^c$  은? [배점 5, 중상]

- ①  $\{1, 3\}$                       ②  $\{1, 5\}$
- ③  $\{1, 7\}$                       ④  $\{3, 5, 7\}$
- ⑤  $\{1, 3, 5, 7\}$

해설

$B \cap A^c = \{7\} = B - A$  이므로  
 $A^c = U - A = \{1, 3, 5, 7\}$  이다.



18. 집합  $A = \{1, 2, 2^2, 2^3, \dots, 2^n\}$  의 부분집합 중에서 4의 약수를 모두 포함하는 부분집합의 개수가 64개 일 때, n의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :  
 ▷ 정답 : 8

19. 두 집합 A, B에 대하여  $n(A) = 23$ ,  $n(B) = 39$ ,  $n(A \cup B) = 62$  일 때, 다음 □ 안에 들어갈 수 있는 기호가 아닌 것을 모두 골라라.

보기

$A - B \square A$

[배점 5, 중상]

- ①  $\in$     ②  $\subset$     ③  $\supset$     ④  $\not\subset$     ⑤  $=$

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$ ,  
 $62 = 23 + 39 - n(A \cap B)$  에서  $n(A \cap B) = 0$   
 이므로  $A \cap B = \phi$  이다.  
 $A - B \square A$ 에서 □안에 들어갈 수 있는 기호는  $\subset$ ,  $\supset$ ,  $=$  이다.

20. 다음 두 수  $2^a \times 3^3 \times 5^2$ ,  $2^2 \times 3^2 \times 5^{a+1}$  의 최소공배수가  $2^2 \times 3^3 \times 5^{a+1}$  일 때, 자연수  $a$  를 모두 구하여라.  
[배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 1

▷ 정답: 2

해설

$2^a$  와  $2^2$  의 최소공배수가  $2^2$  이므로  $a$  는 2 이하의 수가 되어야 한다.

또한  $5^2$  과  $5^{a+1}$  의 최소공배수가  $5^{a+1}$  이므로  $a+1$  은 2 이상의 수가 되어,  $a$  는 1 이상의 수가 되어야 한다.

따라서 두 조건을 모두 만족시키는 자연수는 1 과 2 이다.

21. 다음  보기 를 모두 만족 시키는 자연수는 모두 몇 개인가?

보기

- ㉠ 100 이하의 자연수이다.
- ㉡ 3 의 배수
- ㉢ 5 의 배수
- ㉣ 4 로 나누면 나머지가 3 인 수

[배점 5, 중상]

- ① 1    ② 2    ③ 3    ④ 4    ⑤ 5

해설

3 과 5 의 최소공배수는 15 이므로  
15, 30, 45, 60, 75, 90,  
이 중에서 4 로 나누었을 때 나머지가 3 인 수는  
15, 75 의 2 개

22. 전체집합  $U$  의 두 부분집합  $A, B$  에 대하여,  $A = \{a, b, d, e\}$ ,  $(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = \{a, c, f\}$  일 때, 집합  $B$  의 부분집합의 개수를 구하여라.  
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 32 개

해설

$(A \cap B^c) \cup (A^c \cap B) = (A - B) \cup (B - A) = \{a, c, f\}$   
이때,  $a \in A$  이므로  $B - A = \{c, f\}$   
또,  $A - ((A - B) \cup (B - A)) = A \cap B$  이므로,  
 $A \cap B = \{b, d, e\}$  이고,  
 $(B - A) \cup (A \cap B) = B = \{b, c, d, e, f\}$   
따라서 집합  $B$  의 부분집합의 개수는  $2^5 = 32$  (개)

23. 집합  $A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$ ,  $B = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$  가 있다.  
이 때,  $X - A = \emptyset$ ,  $X \cap B = \emptyset$  를 만족하는 집합  $X$  의 개수를 구하여라.  
[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 32 개

해설

$$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$$

$$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$$

$$B = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$$

$$= \{4, 8, 12, 16\}$$

$X - A = \emptyset \Rightarrow X \subset A, X \cap B = \emptyset \rightarrow$  집합  $X$ 는 원소 4, 8, 12, 16을 반드시 포함하지 않는다.  
따라서 집합  $X$ 의 개수는  $2^{9-4} = 32$  (개)

24. 집합  $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$ 에 대하여  $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N$ 이라 정의한다.

집합  $A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 할 때,  $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16})$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 240

해설

$A = \{3, 6, 9, 12\}$ 의 부분집합을  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$ 이라 두면,

집합  $A$ 의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두  $2^{4-1} = 8$  (번)씩 나온다.

따라서  $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

25. 온도가  $15^\circ\text{C}$ 인 방에 온풍기와 전구 2개를 동시에 콘센트에 연결했다. 전구 A는 3분간 켜지고 3분간 꺼지는 것을 반복하고, 전구 B는 5분간 켜지고 3분간 꺼지는 것을 반복한다. 그런데 전구 2개가 동시에 켜져 있을 때는 방의 전력이 모자라서 온풍기가 꺼진다고 한다. 온풍기가 켜져 있을 때, 방의 온도는 1분에  $0.1^\circ\text{C}$ 씩 올라가고 온풍기가 꺼져 있을 때, 방의 온도는  $0.1^\circ\text{C}$ 씩 떨어진다면, 온풍기와 전구 2개를 연결한 지 2시간 후의 방의 온도를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답:  $19^\circ\text{C}$

해설

전구 A는 6분 주기를 갖고 전구 B는 8분의 주기를 가지므로, 전구 A와 B는 24분의 주기로 다시 동시에 켜진다. 이 24분 동안 A, B가 동시에 켜지는 시간을 구해 보면,

전구 A가 켜지는 시간:  $0 \sim 3$ 분,  $6 \sim 9$ 분,  $12 \sim 15$ 분,  $18 \sim 21$ 분

전구 B가 켜지는 시간:  $0 \sim 5$ 분,  $8 \sim 13$ 분,  $16 \sim 21$ 분

→ 전구 A, B가 동시에 켜지는 시간:  $0 \sim 3$ 분,  $8 \sim 9$ 분,  $12 \sim 13$ 분,  $18 \sim 21$ 분

→ 24분 중 A, B가 동시에 켜지는 시간은 총 8분이고, 이것은 24분 동안 온풍기가 8분간 꺼지고 16분간 켜져 있다는 것을 말하므로, 매 24분마다 온도는  $0.8^\circ\text{C}$ 씩 올라간다.

∴ 2시간 후의 방의 온도 =  $15 + \left(\frac{120}{24}\right) \times 0.8 = 19$  ( $^\circ\text{C}$ )