

# 단원 종합 평가

1. 세 집합  $A = \{1, 4, 9\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$ ,  $C = \{1, 5, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 3, 하상]

- ①  $A \cap B = \{4\}$
- ②  $B \cap C = \emptyset$
- ③  $A \cup C = \{1, 9, 10\}$
- ④  $(A \cap B) \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$
- ⑤  $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

해설

③  $A \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$

2. 두 집합  $A = \{1, 2, 3, 5\}$ ,  $B = \{2, 4, 6, 8\}$  일 때,  $(A - B) \subset X$ ,  $X - A = \emptyset$  을 만족하는 집합  $X$ 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

$(A - B) \subset X \subset A$ , 즉  $\{1, 3, 5\} \subset X \subset \{1, 2, 3, 5\}$  이므로 집합  $X$ 의 개수는 2개이다.

3. 3으로 나누면 2가 남고, 4로 나누면 3이 남고, 5로 나누면 4가 남는 자연수 중에서 110에 가장 가까운 수를 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 112                      ② 113                      ③ 114
- ④ 119                      ⑤ 120

해설

구하는 수를  $n$ 이라 하면

$n = (3, 4, 5 \text{의 공배수}) - 1$  이고

3, 4, 5의 최소공배수는 60이므로

3, 4, 5의 공배수는 60, 120, 180, ... 이다.

$\therefore n = 59, 119, 179, \dots$

$\therefore$  110에 가장 가까운 수는 119

4.  $A = \{x|x \text{는 } a \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{x|x \text{는 } b \text{의 약수}\}$ 에 대하여  $a, b$ 의 최대공약수가 12일 때,  $n(A \cap B)$ 는?

[배점 3, 하상]

- ① 4                      ② 6                      ③ 8                      ④ 12                      ⑤ 24

해설

공약수는 최대공약수의 약수이므로  $A \cap B = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

$\therefore n(A \cap B) = 6$

5. 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고, } 9 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$A = \{4, 6, 8\}$  이므로 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같으므로  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$  (개)이다.

6. 다음 중  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 소수}\}$ 의 부분집합이 아닌 것은? [배점 3, 중하]

①  $\emptyset$

②  $\{2\}$

③  $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}$

④  $\{5, 7\}$

⑤  $\{x \mid 2 < x < 8 \text{인 홀수}\}$

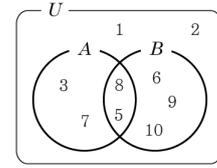
해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$

③  $\{1, 3, 5\} \not\subset A$

⑤  $\{3, 5, 7\} \subset A$

7. 다음 벤 다이어그램에 대한 설명으로 옳지 않은 것은?



[배점 3, 중하]

①  $n(U) = 9$

②  $n(A \cap B^c) = 2$

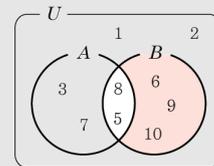
③  $n((A \cup B) - A) = 2$

④  $n(B - A) = 3$

⑤  $n(A^c) = 5$

해설

③  $(A \cup B) - A$  를 색칠하면 다음과 같다.



$\therefore n((A \cup B) - A) = 3$

8. 1부터 100까지의 자연수 중에서 5의 배수도 아니고 7의 배수도 아닌 수는 모두 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 68 개

해설

1 부터 100 까지의 자연수 중에서 5 의 배수를  $A_5$ ,  
 7 의 배수를  $A_7$  라 할 때,  
 $100 = 5 \times 20, 100 = 7 \times 14 + 2$   
 $n(A_5) = 20, n(A_7) = 14, n(A_5 \cap A_7) =$   
 $n(A_{35}) = 2,$   
 5 의 배수이거나 7 의 배수인 수의 갯수  
 $n(A_5 \cup A_7) = n(A_5) + n(A_7) - n(A_{35}) = 20 +$   
 $14 - 2 = 32(\text{개}),$   
 5 의 배수도 아니고 7 의 배수도 아닌 수의 갯수는  
 $n((A \cup B)^c) = 100 - 32 = 68(\text{개})$

9.  $1010_{(2)}$  보다 2 만큼 큰 수를  $a$ ,  $10111_{(2)}$  보다 1 만큼  
 작은 수를  $b$  라고 할 때, 두 수  $a, b$  의 합을 구하여라.  
 [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 34

해설

$1010_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 = 8 + 2 = 10$   
 $\therefore a = 12$   
 $10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 =$   
 $16 + 4 + 2 + 1 = 23$   
 따라서  $b = 22$   
 $\therefore a + b = 34$

10. 두 집합  $A, B$  에 대하여  $A \cup B =$   
 $\{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{x|x \text{는 } 3 \text{이하의 자연수}\}$  일  
 때, 다음 중 집합  $A$  가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ①  $\{1, 2, 6\}$
- ②  $\{x|x \text{는 } 12 \text{보다 작은 } 6 \text{의 배수}\}$
- ③  $\{3, 6\}$
- ④  $\{x|x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ⑤  $\{x|x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

집합  $B = \{1, 2, 3\}$  이고,  $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$   
 이므로  $6 \in A$   
 집합  $A$  는 원소 6 을 반드시 포함하는  $A \cup B$  의  
 부분집합이다.  
 $\textcircled{4} \{x|x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\} = \{5, 6\} \not\subset$   
 $\{1, 2, 3, 6\}$

11. 두 집합  $A = \{5, 7, 10\}, B = \{x-4, x-2, x+1\}$  이  
 서로 같을 때,  $x$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 9

해설

$x-4, x-2, x+1$  의 크기를 비교해 보면  $x-4 <$   
 $x-2 < x+1$  이므로  
 $A = B$  이려면  $x-4 = 5, x-2 = 7, x+1 = 10$   
 이 되어야 한다.  
 따라서  $x = 9$  이다.

12.  $10 \times x$ ,  $12 \times x$  의 최소공배수가 360 이라고 할 때  $x$  의 값은 얼마인가? [배점 4, 중중]

- ① 2    ② 3    ③ 4    ④ 5    ⑤ 6

해설

$10 \times x$ ,  $12 \times x$  의 최소공배수는  $2^2 \times 3 \times 5 \times x = 360$  이다.  
따라서  $x = 6$  이다.

13. 세 수  $2 \times 3^2 \times 5$ ,  $2^2 \times 3 \times 7$ ,  $2^3 \times 5 \times 7$  의 최소공배수는? [배점 4, 중중]

- ①  $2^3 \times 5^2 \times 7$                       ②  $2 \times 3 \times 5^2$   
③  $2^3 \times 3^2 \times 5$                     ④  $2^2 \times 3^2 \times 5 \times 7$   
⑤  $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

해설

$2 \times 3^2 \times 5$ ,  $2^2 \times 3 \times 7$ ,  $2^3 \times 5 \times 7$   
최소공배수:  $2^3 \times 3^2 \times 5 \times 7$

14. 세 사람 A, B, C 가 있다. A 는 11 일 동안 일하고 1 일을 쉬고, B 는 13 일 동안 일하고 2 일을 쉬며, C 는 15 일 동안 일하고 3 일을 쉰다. 세 사람이 동시에 일을 시작했을 때, 다시 다음에 동시에 쉬는 날은 며칠 후인가? [배점 4, 중중]

- ① 90일 후    ② 180일 후    ③ 300일 후  
④ 360일 후    ⑤ 420일 후

해설

$A : 12 = 2^2 \times 3$ ,  $B : 15 = 3 \times 5$ ,  $C : 18 = 2 \times 3^2$   
12 와 15, 18 의 최소공배수는  $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$  이다.

180일 후에 세 사람 A, B, C 가 다시 동시에 일을 시작한다.

15.  $2^4 < x < 2^5$  인 자연수  $x$  를 이진법의 수로 나타내면  $n$  자리 수가 된다.  $n$  의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 5

해설

$2^4 = 10000_{(2)}$ ,  $2^5 = 100000_{(2)}$  이므로  
 $10000_{(2)} < x < 100000_{(2)}$   
따라서  $x$  은 5 자리 수이므로  $n = 5$  이다.

16. 소인수분해 된 두 수  $2^a \times 3 \times 5^2$ ,  $2^3 \times 5^b \times c$  의 최대 공약수가 40 , 최소공배수가 4200 일 때,  $a - b + c$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

$40 = 2^3 \times 5$ ,  $4200 = 2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$   
 $2^a = 2^3$  이므로  $a = 3$ ,  
 $5^b = 5$  이므로  $b = 1$ ,  $c = 7$  이다.  
 따라서  $a - b + c = 9$  이다.

17. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 40 \text{의 약수}\}$ ,  $B = \{2, 4, 8, 10\}$ 에 대하여  $A * B = (A \cup B) - A$  라고 할 때,  $(A * B) * A$  를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답:  $\{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

해설

$B \subset A$  이므로  $A * B = \emptyset$   
 $(A * B) * A = A$   
 $\therefore A = \{1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40\}$

18. 두 집합  $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이상 } 15 \text{ 이하의 자연수}\}$ ,  $B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{ 이상 } 18 \text{ 미만의 } 3 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합  $X$  의 개수를 구하여라.

보기

$$X \subset A, B \subset X, n(X) = 4$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 6 개

해설

$A = \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$   
 $B = \{12, 15\}$   
 $X \subset A, B \subset X$  이므로  $B \subset X \subset A$   
 $\{12, 15\} \subset X \subset \{10, 11, 12, 13, 14, 15\}$   
 집합  $X$ 는 집합  $A$ 의 부분집합 중 원소 12, 15는 반드시 포함하고 원소의 개수가 4개인 집합이므로  $\{10, 11, 12, 15\}$ ,  $\{10, 12, 13, 15\}$ ,  $\{10, 12, 14, 15\}$ ,  $\{11, 12, 13, 15\}$ ,  $\{11, 12, 14, 15\}$ ,  $\{12, 13, 14, 15\}$  의 6개이다.

19. 세 집합  $A, B, C$ 에 대하여  $A \cap B = \{a, b\}$ ,  $B \cap C = \{e\}$ ,  $C \cap A = \emptyset$ ,  $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$ ,  $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$  일 때, 집합  $B$ 를 구하여라.

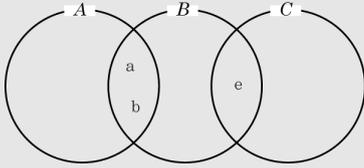
[배점 5, 중상]

▶ 답:

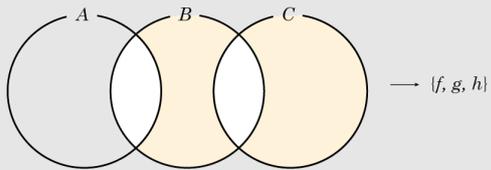
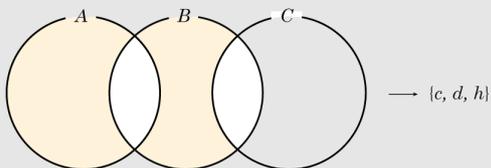
▷ 정답:  $\{a, b, e, h\}$

**해설**

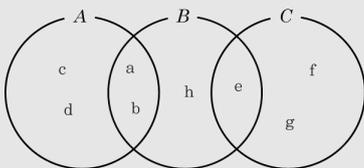
우선 세 조건  $A \cap B = \{a, b\}$ ,  $B \cap C = \{e\}$ ,  $C \cap A = \emptyset$  를 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



다음으로  $A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$ ,  $B \cup C = \{a, b, e, f, g, h\}$  이므로



따라서 이상의 조건을 모두 조합하면 집합  $A, B, C$  는 다음과 같다.



그러므로  $B = \{a, b, e, h\}$  이다.

20. 1부터 100까지의 자연수 중에서 2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 각각 1, 2, 3이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

**해설**

2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 1, 2, 3이 되는 수는 (2, 3, 4로 나누어 떨어지는 수) - 1 이므로

(2, 3, 4의 최소공배수인 12의 배수) - 1 을 1 부터 100까지의 자연수 중에서 구하면  $12 - 1 = 11$ ,  $24 - 1 = 23$ , ...,  $12 \times 8 - 1 = 95$  까지 8개이다.

21. 어떤 자연수로 38을 나누면 2가 남고, 27을 나누면 3이 남고, 125로 나누면 5가 남는다고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 큰 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 12

**해설**

$38 - 2 = 36$ ,  $27 - 3 = 24$ ,  $125 - 5 = 120$ 에서 어떤 수는 36, 24, 120의 최대 공약수이다.

$$6 \begin{array}{r} 36 \\ 24 \\ 120 \end{array}$$

$$2 \begin{array}{r} 6 \\ 4 \\ 20 \end{array}$$

$$3 \quad 2 \quad 10$$

최대공약수 :  $6 \times 2 = 12$

22. 집합  $P = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_N\}$  에 대하여  $f(P) = p_1 + p_2 + p_3 + \dots + p_N$  이라 정의한다.

집합  $A = \{3, 6, 9, 12\}$  의 부분집합을  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$  이라 할 때,  $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16})$  의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 240

해설

$A = \{3, 6, 9, 12\}$  의 부분집합을  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{16}$  이라 두면,

집합  $A$  의 모든 부분집합에서 하나의 원소는 모두  $2^{4-1} = 8$  (번) 씩 나온다.

따라서  $f(A_1) + f(A_2) + f(A_3) + \dots + f(A_{16}) = 8 \times (3 + 6 + 9 + 12) = 240$

23. 집합  $S = \{x \mid x \text{는 자연수}\}$  의 부분집합  $A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$  가 있다. 집합  $A$  의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

자연수 전체집합의 부분집합인  $A$  가

$A = \{x \mid x \in A \text{이면 } 5 - x \in A\}$  라는 조건을 가질 때,

집합  $A$  의 원소가 될 수 있는 자연수는 1, 2, 3, 4 이다.

조건을 이용하면 1 과 4, 2 와 3 은 반드시 동시에 원소가 되어야 하므로

집합  $A$  는  $\{1, 4\}$ ,  $\{2, 3\}$ ,  $\{1, 2, 3, 4\}$  의 3 개의 경우가 가능하다.

24. 1 부터 어떤 자연수  $n$  까지의 곱을  $n!$  이라고 한다. 25! 을 계산하였을 때, 일의 자리부터 연속되어 나타나는 0 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 6개

해설

일의 자리부터 연속되어 나타나는 0 의 개수는 10 의 거듭제곱의 개수이다.

$10 = 2 \times 5$  이므로 25! 에서  $2 \times 5$  의 인수를 찾아 보면,

$2 \times 4 \times 5 \times 6 \times 8 \times 10 \times 12 \times 14 \times 15 \times 16 \times 18 \times 20 \times 22 \times 24 \times 25 = (2 \times 5)^6 \times a$

$\therefore$  25! 에서 일의 자리부터 연속되어 나타나는 0 의 개수 = 6 개

25. 이진수 중 0 을 두 번만 사용하는 수를 작은 순서대로 나열하면 다음과 같다.

$100_{(2)}, 1001_{(2)}, 1010_{(2)}, 1100_{(2)}, 10011_{(2)}, \dots$

이 때 30 번째에 나오는 이진수를 십진수로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 115

해설

$100_{(2)}, 1001_{(2)}, 1010_{(2)}, 1100_{(2)}, 10011_{(2)}, \dots$  에  
서 볼 수 있듯이,

0 을 두 번만 사용한 세 자리 수 이진수 : 1 개,

0 을 두 번만 사용한 네 자리 수 이진수 : 3 개,

0 을 두 번만 사용한 다섯 자리 수 이진수 : 6 개,

0 을 두 번만 사용한 여섯 자리 수 이진수 : 10 개,

0 을 두 번만 사용한 일곱 자리 수 이진수 : 15 개

이므로,

30 번째에 나오는 이진수는 일곱 자리 수 이진수  
중 10 번째 수이다.

일곱 자리 수 이진수를 나열해보면,

$1001111_{(2)}, 1010111_{(2)}, 1011011_{(2)}, 1011101_{(2)},$

$1011110_{(2)}, 1100111_{(2)}, 1101011_{(2)}, 1101101_{(2)},$

$1101110_{(2)}, 1110011_{(2)}, \dots$  이다.

$\therefore (30 \text{ 번째에 나오는 이진수}) = 1110011_{(2)} = 115$