단원 종합 평가

1. 다음 수 중에서 가장 작은 수는? [배점 3, 하상]

① $2\sqrt{3}$ ② 3 ③ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

④ $\sqrt{11}$ ⑤ $\sqrt{\frac{7}{3}}$

해설

① $2\sqrt{3} = \sqrt{12}$

② $3 = \sqrt{9}$

③ $\frac{\sqrt{7}}{2} = \sqrt{\frac{7}{4}}$

④ $\sqrt{11}$

⑤ $\sqrt{\frac{7}{3}}$

$\therefore \frac{\sqrt{7}}{2} < \sqrt{\frac{7}{3}} < 3 < \sqrt{11} < 2\sqrt{3}$

2. 다음은 $a = \sqrt{5} - 2$, $b = \sqrt{5} - \sqrt{3}$ 의 대소를 비교하는 과정이다. □ 안에 알맞은 부등호를 고르면?

a □ b [배점 3, 하상]

① $\geq$ ② $>$ ③ $\leq$ ④ $<$ ⑤ $=$

해설

2 는 $\sqrt{4}$이므로 a를 $\sqrt{5} - \sqrt{4}$로 바꾸어 비교해 보면 된다.

$a - b = \left(\sqrt{5} - 2\right) - \left(\sqrt{5} - \sqrt{3}\right) = -2 + \sqrt{3} = -\sqrt{4} + \sqrt{3}$이므로

$\therefore a - b < 0$

3. $\sqrt{2.13}$ 의 근삿값을 A , $\sqrt{B} \fallingdotseq 1.552$ 일 때, A, B 의 값을 바르게 구한 것은?

수	0	1	2	3	⋯
2.0	1.414	1.418	1.421	1.425	⋯
2.1	1.449	1.453	1.456	1.459	⋯
2.2	1.483	1.487	1.490	1.493	⋯
2.3	1.517	1.520	1.523	1.526	⋯
2.4	1.549	1.552	1.556	1.559	⋯

[배점 3, 하상]

① $A : 1.517, B : 2.32$ ② $A : 1.517, B : 2.41$

③ $A : 1.459, B : 2.41$ ④ $A : 1.459, B : 2.33$

⑤ $A : 1.414, B : 2.03$

해설

표에서 2.13 을 찾으면 1.459 이므로 $\sqrt{2.13} \fallingdotseq 1.459$ 이고 근삿값인 1.552 를 찾으면 2.41 이므로 $\sqrt{2.41} \fallingdotseq 1.552$ 이다.

4. 다음 표는 제곱근표의 일부분이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 그 값을 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
2.6	1.612	1.616	1.619	1.622
2.7	1.643	1.646	1.649	1.652
2.8	1.673	1.676	1.679	1.682
2.9	1.703	1.706	1.709	1.712

[배점 3, 하상]

① $\sqrt{2.60}$ ② $\sqrt{2.72}$

③ $\sqrt{2.91}$ ④ $\sqrt{2.61} - \sqrt{2.94}$

⑤ $\sqrt{2.83} + \sqrt{2.70}$

해설

④ 주어진 근삿값의 표로는 $\sqrt{2.94}$ 를 구할 수 없다.

5. 다음 두 조건을 동시에 만족하는 자연수 x 의 값을 모두 구하여라.

$3 < \sqrt{3x} < 5,\ \sqrt{40} < x < \sqrt{70}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

▷ 정답 : 8

해설

$3 = \sqrt{9} < \sqrt{3x} < 5 = \sqrt{25}$ 를 만족하는
$x = 4, 5, 6, 7, 8$ 이다.
$\sqrt{40} < \sqrt{x^2} < \sqrt{70}$ 을 만족하는
$x = 7,\ 8$ 이다.

6. $x = \sqrt{2},\ y = -\sqrt{3}$ 일 때, $x(x+3y)+2y^2$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $8 - 3\sqrt{6}$

해설

(준식) $= x^2 + 3xy + 2y^2$
$x = \sqrt{2},\ y = -\sqrt{3}$ 을 대입하면
(준식) $= 2 - 3\sqrt{6} + 6 = 8 - 3\sqrt{6}$

7. $\frac{a}{b} = \frac{d}{c} = \frac{c}{d}$ 이고 $b = \sqrt{3},\ c = \sqrt{5}$ 일 때, $(a-b)(c+d)$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0,\ d > 0$)

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0

해설

$\frac{d}{c} = \frac{c}{d}$에서 $\frac{d}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{d}$이면 $d = \sqrt{5}$
$\frac{a}{b} = \frac{d}{c}$에서 $\frac{a}{\sqrt{3}} = 1$이면 $a = \sqrt{3}$
$\therefore (a-b)(c+d) = (\sqrt{3}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{5}) = 0(\sqrt{5}+\sqrt{5}) = 0$

8. 다음 표는 제곱근표의 일부이다. 다음 중 주어진 표를 이용하여 구할 수 없는 것은?

수	0	1	2	3
1.5	1.225	1.229	1.233	1.237
1.6	1.265	1.269	1.273	1.277
1.7	1.304	1.308	1.311	1.315
1.8	1.342	1.345	1.349	1.353
1.9	1.378	1.382	1.386	1.389

[배점 3, 중하]

① $\sqrt{162}$ ② $\sqrt{0.0192}$ ③ $\sqrt{17200}$

④ $\sqrt{180}$ ⑤ $\sqrt{0.00152}$

해설

① $\sqrt{162} = \sqrt{1.62 \times 100} = 10\sqrt{1.62} \fallingdotseq 10 \times 1.273 \fallingdotseq 12.73$

② $\sqrt{0.0192} = \sqrt{\frac{1.92}{100}} = \frac{\sqrt{1.92}}{10} \fallingdotseq 0.1386$

③ $\sqrt{17200} = \sqrt{1.72 \times 10^4} = 100\sqrt{1.72} \fallingdotseq 131.1$

④ $\sqrt{180} = \sqrt{1.80 \times 10^2} = 10\sqrt{1.80} \fallingdotseq 13.42$

⑤ $\sqrt{0.00152} = \sqrt{\frac{15.2}{10000}} = \frac{\sqrt{15.2}}{100}$

9. $\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = k\sqrt{3}$ 일 때, k 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{2}{3}$

해설

$\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$

10. $\sqrt{\frac{180}{a}}$ 가 자연수가 되게 하는 정수 a 는 모두 몇 개인가?

[배점 4, 중중]

① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개

④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$\sqrt{\frac{180}{a}} = \sqrt{\frac{2^2 \times 3^2 \times 5}{a}}$

$a = 5,\ 5\times2^2,\ 5\times3^2,\ 5\times2^2\times3^2$ 이므로 4 개이다.

11. $2 < \sqrt{a} < 3$ 을 만족하면서 $\sqrt{2a}$ 가 정수가 되게 하는 자연수 a 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 8

해설

$\sqrt{4} < \sqrt{a} < \sqrt{9}$ 를 만족하는 a 는 5, 6, 7, 8, 9

$\sqrt{2a}$ 가 자연수가 되려면 $a = 8$

$\sqrt{2 \times 8} = \sqrt{16} = 4$

12. 다음 수를 큰 수부터 차례로 나열할 때, 세 번째 오는 수는? [배점 4, 중중]

① $\frac{2}{5}$ ② $\sqrt{\frac{2}{5}}$ ③ $\frac{2}{\sqrt{5}}$
④ $\frac{\sqrt{2}}{5}$ ⑤ $\frac{\sqrt{2}}{2}$

해설

제곱해서 크기를 비교하면

① $(\frac{2}{5})^2 = \frac{4}{25}$

② $\left(\sqrt{\frac{2}{5}}\right)^2 = \frac{2}{5} = \frac{10}{25}$

③ $(\frac{2}{\sqrt{5}})^2 = \frac{4}{5} = \frac{20}{25}$

④ $\left(\frac{\sqrt{2}}{5}\right)^2 = \frac{2}{25}$

⑤ $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

①, ②, ③, ④는 분모가 같으므로 분자의 크기를 비교하면 되고 ⑤는 ②보다 크고 ③보다 작다.

큰 수부터 나열하면 ③, ⑤, ②, ①, ④이다.

13. $\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}}$ 를 간단히 한 것은? [배점 4, 중중]

① 2 ② $2\sqrt{5}$ ③ $3\sqrt{2}$
④ $3\sqrt{5}$ ⑤ $4\sqrt{2}$

해설

$\frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \div \frac{\sqrt{12}}{\sqrt{5}} = \frac{4}{\sqrt{10}} \times \sqrt{30} \times \frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{3}} = 2\sqrt{\frac{30 \times 5}{10 \times 3}} = 2\sqrt{5}$

14. $-5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}}$ 를 간단히 하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: -10

해설

$-5\sqrt{7} \times \sqrt{\frac{26}{7}} \times \sqrt{\frac{2}{13}} = -5 \times \sqrt{\frac{7 \times 26 \times 2}{7 \times 13}} = -5\sqrt{4} = -10$

15. 다음 중 $3\sqrt{5} - \sqrt{20} + \sqrt{32} - 2\sqrt{18}$ 을 간단히 하였을 때, 올바른 것은? [배점 4, 중중]

① $\sqrt{5} - 2\sqrt{2}$ ② $2\sqrt{5} + \sqrt{2}$
③ $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ ④ $2\sqrt{5} - \sqrt{2}$
⑤ $2\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

해설

$3\sqrt{5} - 2\sqrt{5} + 4\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = \sqrt{5} - 2\sqrt{2}$

16. 다음 보기의 네 개의 수를 작은 순서부터 나열할 때, 바르게 나타낸 것은?

보기

㉠ $\sqrt{0.28}$ ㉡ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

㉢ $\sqrt{\frac{14}{18}}$ ㉣ $\sqrt{\frac{7}{169}}$

[배점 4, 중중]

① ㉣<㉢<㉡<㉠ ② ㉣<㉠<㉢<㉡

③ ㉣<㉠<㉡<㉢ ④ ㉢<㉣<㉠<㉡

⑤ ㉡<㉢<㉠<㉣

해설

㉠ $\sqrt{0.28}=\sqrt{\frac{28}{100}}=\sqrt{\frac{7}{25}}=\frac{\sqrt{7}}{5}$

㉡ $\frac{\sqrt{7}}{2}$

㉢ $\sqrt{\frac{14}{18}}=\sqrt{\frac{7}{9}}=\frac{\sqrt{7}}{3}$

㉣ $\sqrt{\frac{7}{169}}=\sqrt{\frac{7}{13^2}}=\frac{\sqrt{7}}{13}$

∴ ㉣<㉠<㉢<㉡

17. 다음 보기에서 옳지 않은 것을 모두 고르면?

보기

㉠ x 가 양수 a 의 제곱근이면, $a=\pm\sqrt{x}$ 이다.

㉡ x 가 제곱근 9 이면 $x=3$이다.

㉢ 7.5 의 제곱근은 존재하지 않는다.

㉣ $-\frac{7}{4}$ 의 제곱근은 $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ 이다.

[배점 5, 중상]

① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉢ ③ ㉢, ㉣

④ ㉠, ㉡, ㉢ ⑤ ㉡, ㉢, ㉣

해설

㉢ 7.5 의 제곱근은 $\pm\sqrt{7.5}$ 이다.

㉣ $-\frac{7}{4}$ 은 음수이므로 제곱근은 존재하지 않는다.

18. 제곱근의 나눗셈을 이용하여 $\sqrt{33}$ 은 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$ 의 몇 배인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 11 배

해설

$\sqrt{33}\div\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}=\sqrt{33}\times\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{33\times11}{3}}=\sqrt{11\times11}=11$

따라서 $\sqrt{33}$ 은 $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}}$ 의 11 배이다.

19. 다음 계산 중 옳은 것은? [배점 5, 중상]

① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=8+3\sqrt{2}$

② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=3\sqrt{2}-2\sqrt{6}$

③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=2-\sqrt{5}$

④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)=\frac{5\sqrt{6}}{6}$

⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

해설

① $\frac{6}{\sqrt{3}}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+\frac{\sqrt{8}-2\sqrt{3}}{\sqrt{2}}=\frac{6\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{3}+\frac{4-2\sqrt{6}}{2}=2\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{6})=8-3\sqrt{6}$

② $\sqrt{32}-2\sqrt{24}-\sqrt{2}(1+2\sqrt{3})=4\sqrt{2}-4\sqrt{6}-\sqrt{2}-2\sqrt{6}=3\sqrt{2}-6\sqrt{6}$

③ $(\sqrt{63}-\sqrt{35})\div\sqrt{7}=\frac{\sqrt{63}-\sqrt{35}}{\sqrt{7}}=\sqrt{9}-\sqrt{5}=3-\sqrt{5}$

④ $\sqrt{3}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{3}}\right)+\sqrt{3}\left(\frac{2\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$

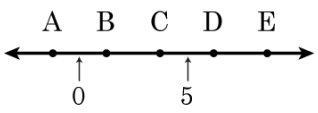
$=\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)+\left(\frac{\sqrt{3}\times2\sqrt{2}}{3}-\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{2}\times\sqrt{3}}{2}+1\right)+\left(\frac{2\sqrt{6}}{3}-1\right)$

$=\left(\frac{\sqrt{6}}{2}+\frac{2\sqrt{6}}{3}\right)+(1-1)=\frac{7\sqrt{6}}{6}$

⑤ $\frac{12+3\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}(12+3\sqrt{6})}{3}=\frac{12\sqrt{3}+9\sqrt{2}}{3}=4\sqrt{3}+3\sqrt{2}$

20. 다음 중 세 수 p, q, r 를 수직선에 나타내려고 한다. 바르게 연결된 것은?



$p=\sqrt{3}+\sqrt{5}$, $q=\sqrt{3}-2$, $r=\sqrt{5}+2$

[배점 5, 중상]

① A $=p$, B $=q$, C $=r$

② A $=q$, B $=p$, C $=r$

③ A $=q$, B $=p$, D $=r$

④ B $=p$, C $=q$, D $=r$

⑤ B $=r$, C $=p$, D $=q$

해설

i) p, q, r 의 대소 관계를 먼저 구한다.

1) $p-q=\sqrt{3}+\sqrt{5}-(\sqrt{3}-2)=\sqrt{5}+2>0$

$\therefore p>q$

2) $q-r=\sqrt{3}-2-(\sqrt{5}+2)=\sqrt{3}-\sqrt{5}-4<0$

$\therefore r>q$

3) $p-r=\sqrt{3}+\sqrt{5}-(\sqrt{5}+2)=\sqrt{3}-2<0$

$\therefore r>p$

$\therefore r>p>q$

ii) $q=\sqrt{3}-2<0$ 이므로 수직선 0 보다 왼쪽의 점인 A 에 위치한다.

$r=\sqrt{5}+2$ 에서 $\sqrt{5}$ 의 범위는 $2<\sqrt{5}<3$ 이므로 $4<r<5$ 이다.

따라서 r 은 C , p 는 B 에 위치한다.

21. $\sqrt{3}=a$, $\sqrt{30}=b$ 일 때, $\sqrt{300}$ 의 값을 x , $\sqrt{0.3}$ 의 값을 y 라고 한다. x 와 y 를 a, b 를 이용하여 나타내면? [배점 5, 중상]

① $x=100a$, $y=10b$

② $x=10a$, $y=\dfrac{b}{10}$

③ $x=100b$, $y=\dfrac{a}{100}$

④ $x=10a$, $y=\dfrac{b}{100}$

⑤ $x=10ab$, $y=\dfrac{10}{b}$

해설

$\sqrt{300}=\sqrt{3\times 100}=10\sqrt{3}=10a$

$\sqrt{0.3}=\sqrt{\dfrac{30}{100}}=\dfrac{\sqrt{30}}{10}=\dfrac{b}{10}$

22. 유리수 a 와 무리수 b 가 $a>0$, $b>0$ 일 때, 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? [배점 5, 상하]

① $b\sqrt{a}$ 는 항상 무리수이다.

② $\dfrac{b}{\sqrt{a}}$ 는 항상 유리수이다.

③ $b-a$ 는 항상 무리수이다.

④ ab 는 항상 무리수이다.

⑤ $b-\sqrt{a}$ 는 유리수일 수도 있고, 무리수일 수도 있다.

해설

$a=2$, $b=\sqrt{2}$ 라 하면

① $b\sqrt{a}=2$ 유리수이지만 $a=1$, $b=\sqrt{3}$ 일 때는 무리수

② $\dfrac{b}{\sqrt{a}}=1$ 유리수이지만 $a=1$, $b=\sqrt{3}$ 일 때는 무리수

③ $b-a=\sqrt{2}-2$ 항상 무리수

④ $ab=2\sqrt{2}$ 항상 무리수

⑤ $b-\sqrt{a}=0$ 유리수이지만 $a=1$, $b=\sqrt{3}$ 일 때는 무리수

따라서 옳은 것은 ④, ⑤이다.

23. $-1<x<1$ 일 때, $\sqrt{(1-x)^2}+\sqrt{(1+x)^2}-|-1-x|$ 를 간단히 하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $1-x$

해설

$\sqrt{(1-x)^2}+\sqrt{(1+x)^2}-|-1-x|$

$=(1-x)+(1+x)-\{-(-1-x)\}$

$=1-x+1+x-1-x=1-x$

24. 정사각형 A, B, C가 있다. A의 넓이는 s 이고, A의 넓이는 B의 2배, B의 넓이는 C의 3배일 때, C의 넓이를 s를 사용한 식으로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\dfrac{s}{6}$

해설

(B의 넓이) $= \frac{1}{2} \times$ (A의 넓이) $= \frac{1}{2}$s

(C의 넓이) $= \frac{1}{3} \times$ (B의 넓이) $= \frac{1}{3} \times \frac{1}{2}$s $= \frac{1}{6}$s

따라서 C의 넓이는 $\frac{s}{6}$ 이다.

25. $\sqrt{15}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $\sqrt{60}$ 의 소수 부분을 a 를 사용하여 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $2a - 1$

해설

$a = \sqrt{15} - 3$

$7 < \sqrt{60} < 8$ 이므로

$\sqrt{60}$ 의 소수 부분은 $\sqrt{60} - 7$ 이다.

$\therefore \sqrt{60} - 7 = 2\sqrt{15} - 7 = 2\left(\sqrt{15} - 3\right) - 1 = 2a - 1$