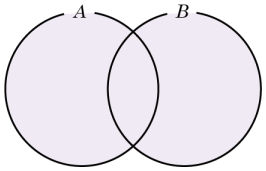
단원 종합 평가

1. 두 집합 $A = \{x|x$는 10 이상 20 미만의 소수$\}$, $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 일 때 다음 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은 ?



[배점 3, 하상]

① $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

② $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\}$

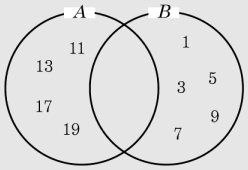
③ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 17\}$

④ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$

⑤ $\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$

해설

조건제시법을 원소나열법으로 고치면
$A = \{11, 13, 17, 19\}$
벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



색칠한 부분이 나타나는 원소는
$\{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 17, 19\}$ 이다.

2. 180 의 약수의 개수와 $2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 같을 때, 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$180 = 2^2 \times 3^2 \times 5$, 180 의 약수의 개수 :
$(2+1) \times (2+1) \times (1+1) = 18$ (개)
$2 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수 :
$(1+1) \times (2+1) \times (a+1) = 18$ (개)
$\therefore\ a = 2$

3. $2^3 \times 3^2 \times 5^a$ 의 약수의 개수가 36 일 때, a 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$(3+1)(2+1)(a+1) = 36$
$a+1 = 3$
$\therefore\ a = 2$

4. 자연수 $A = 2^2 \times 3^n$ 의 약수의 개수가 24 일 때, n 의 값을 구하면? [배점 3, 하상]

① 2 ② 5 ③ 7 ④ 8 ⑤ 12

해설

$(2+1)(n+1) = 24$
$n+1 = 8$
$\therefore\ n = 7$

5. 두 집합 $A = \{x|x$는 6의 약수$\}$, $B = \{x|x$는 18의 약수$\}$ 에 대하여 다음 빈 칸에 알맞은 기호는?

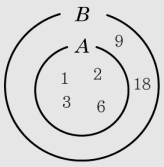
$A \square B$

[배점 3, 중하]

① $\subset$ ② $\supset$ ③ $\in$ ④ $\ni$ ⑤ $=$

해설

$A = \{1, 2, 3, 6\}$,
$B = \{1, 2, 3, 6, 9, 18\}$



6. 다음 $\square$ 안에 알맞은 짝수의 합을 구하여라.

보기

$\{x \mid x$는 $\square$의 약수$\} \subset \{x \mid x$는 8의 약수$\}$

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 14

해설

8 의 약수는 1, 2, 4, 8 이므로 $\square$안에 들어갈 수 있는 수는 1, 2, 4, 8이다.
이 중 짝수는 2, 4, 8이다.
따라서 $2 + 4 + 8 = 14$이다.

7. 두 집합 $A = \{x|x$는 4의 약수$\}$, $B = \{1, 2, 3, a\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 일 때, a 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $B = \{1, 2, 3, a\}$
$4 \in B$ 이어야 하므로 $a = 4$ 이다.

8. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 가장 큰 수를 a , 가장 작은 수를 b라 할 때, $a - b$ 의 값을 십진법으로 나타내어라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 7

해설

네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 가장 큰 수는 $1111_{(2)}$, 가장 작은 수는 $1000_{(2)}$ 이다.
$a = 1111_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 15$
$b = 1000_{(2)} = 1 \times 2^3 = 8$
$\therefore a - b = 15 - 8 = 7$

9. 다음 수를 약수의 개수가 적은 것부터 차례대로 기호를 써라.

㉠ 360	㉡ 1125
㉢ 384	㉣ 244

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: ㉣

▷ 정답: ㉡

▷ 정답: ㉢

▷ 정답: ㉠

해설

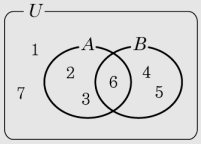
㉠ 24 개
㉡ 12 개
㉢ 16 개
㉣ 6 개

10. 전체집합 $U = \{x | x$는 8보다 작은 자연수$\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
$A - B = \{2, 3\}, B - A = \{4, 5\}, A \cap B = \{6\}$ 일 때, $A^c \cap B^c$ 은? [배점 4, 중중]

① $\{1, 7\}$ ② $\{7, 8\}$ ③ $\{1, 5, 8\}$
④ $\{1, 5, 8\}$ ⑤ $\{1, 7, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 이므로 $(A \cup B)^c = (\{2, 3, 4, 5, 6\})^c = \{1, 7\}$ 이다.

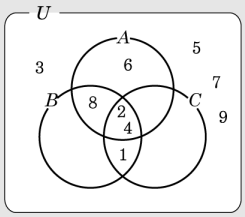


11. 전체집합 $U = \{x \mid x$는 10 보다 작은 자연수$\}$ 의 세 부분집합
$A = \{x \mid x$는 10 보다 작은 짝수$\}$,
$B = \{x \mid x$는 8 의 약수$\}$,
$C = \{x \mid x$는 4 의 약수$\}$ 에 대하여 다음 집합 중 공집합인 것은? [배점 4, 중중]

① $A \cap B \cap C$ ② $A \cap B^c$
③ $B \cap A^c$ ④ $A \cap C^c$
⑤ $C \cap B^c$

해설

집합 U, A, B, C 를 원소나열법으로 나타내면
$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$,
$A = \{2, 4, 6, 8\}$, $B = \{1, 2, 4, 8\}$, $C = \{1, 2, 4\}$
이고,
벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같다.



① $A \cap B \cap C = \{2, 4\}$
② $A \cap B^C = \{6\}$
③ $B \cap A^C = \{1\}$
④ $A \cap C^C = \{6, 8\}$
⑤ $C \cap B^C = \varnothing$

12. 세 집합 $A = \{x \mid x$는 12의 약수$\}$, $B = \{x \mid x$는 12보다 작은 홀수$\}$, $C = \{x \mid x$는 $12 \times x = 1$을 만족하는 자연수$\}$ 에 대하여 $n(A)+n(B)+n(C)$ 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ 이므로 $n(A) = 6$
$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$ 이므로 $n(B) = 6$
$C = \{x \mid x$는 $12 \times x = 1$을 만족하는 자연수$\} = \varnothing$
이므로 $n(C) = 0$
$\therefore\ n(A) + n(B) + n(C) = 6 + 6 + 0 = 12$

13. 집합 $A = \{0,\ 1,\ 2,\ \{1,\ 2\}\}$ 의 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

집합 A 의 원소의 개수는 4 개이므로, $2^4 = 16$ (개)

14. 우리 반에서 빨간 색 모자를 가지고 있는 학생은 20 명이고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생은 15 명이다. 그리고 빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생은 5 명이라 할 때, 빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 모두 몇 명인지 구하여라. [배점 4, 중중]

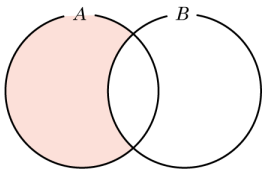
▶ 답 :

▷ 정답 : 30 명

해설

빨간 색 모자를 가지고 있는 학생을 집합 A 라 하고, 노란 색 모자를 가지고 있는 학생을 B 라 하자.
빨간 색 모자와 노란 색 모자를 모두 가지고 있는 학생, 즉 $n(A \cap B) = 5$ 이다.
빨간 색 모자나 노란 색 모자 중 적어도 1 개를 가지고 있는 학생은 합집합의 개수를 의미한다.
$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
$x = 20 + 15 - 5$
$x = 30$
그러므로 30 명이다.

15. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합이 아닌 것을 모두 고르면?(정답 2개)



[배점 4, 중중]

① $A \cap B^c$

② $A - B$

③ $(A \cup B) - A$

④ $A - (A \cup B)$

⑤ $\{x|x \in A$ 그리고 $x \notin B\}$

해설

$A-B = A \cap B^C = (A \cup B)-B = A-(A \cap B) =$ $\{x|x \in A$ 그리고 $x \notin B\}$ 이므로 ③, ④이다.

16. 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개)

[배점 4, 중중]

① $1000_{(2)}$ 의 약수를 구하면 $1_{(2)},\ 10_{(2)},\ 100_{(2)},\ 1000_{(2)}$ 이다.

② $111_{(2)}$ 보다 1 작은 수는 $11_{(2)}$ 이다.

③ 세 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두 3개이다

④ 이진법으로 나타낸 수에는 홀수가 없다

⑤ $11100_{(2)}$ 을 2로 나눈 나머지는 0이다

해설

① $1000_{(2)} = 8$의 약수를 구하면
$1_{(2)} = 1,\ 10_{(2)} = 2,\ 100_{(2)} = 4, 1000_{(2)} = 8$
② $111_{(2)} = 7$보다 1 작은 수는 $6 = 110_{(2)}$
③ 세 자리의 이진법으로 나타낸 수는 모두 $100_{(2)},\ 101_{(2)},\ 110_{(2)},\ 111_{(2)}$의 4개이다.
④ 예를 들면, $1_{(2)} = 1$은 홀수이다.
⑤$11100_{(2)} = 28$을 2로 나눈 나머지는 0이다.

17. 집합 $A = \{x \mid 2 \le x < a$인 자연수$\}$에 대하여 집합 A의 부분집합의 개수가 16 개가 되기 위한 자연수 a 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

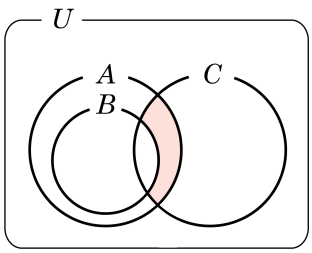
▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$2^{n(A)} = 16 = 2^4 \quad \therefore\ n(A) = 4$
$A = \{2,\ 3,\ 4,\ 5\} = \{x \mid 2 \le x < 6$인 자연수$\}$
$\therefore\ a = 6$

18. 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합은?



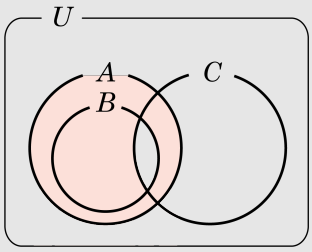
[배점 5, 중상]

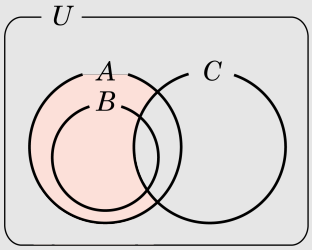
① $A-(B\cap C)$ ② $(A-B)\cap C$

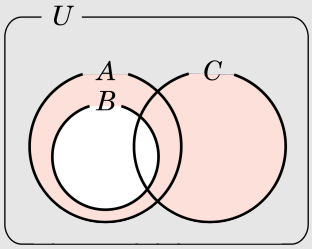
③ $(A\cup B)-C$ ④ $(A\cup C)-B$

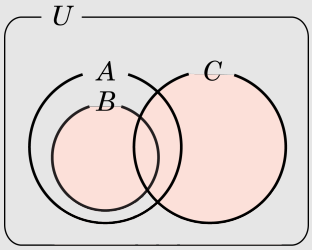
⑤ $(A\cap B)\cup C$

해설

① 

③ 

④ 

⑤ 

19. 두 집합

$A=\{x\mid x$는 100 이상 250 이하 12의 배수$\}$,

$B=\{x\mid x$는 100 보다 작은 4의 배수$\}$ 일 때,

$n(B)-n(A)$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 12

해설

$n(A)=12,\ \ n(B)=24$

$n(B)-n(A)=24-12=12$

20. 전체집합 $U=\{x|x$는 20이하의 소수$\}$ 에 대하여 $A=\{2,\ 7,\ 11\}$, $B=\{3,\ 7,\ 11,\ 17\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① $A\cap B=\{7,\ 11\}$

② $A\cap B^c=\{2\}$

③ $A^c\cap B=\{3,\ 17\}$

④ $A^c\cup B^c=\{2,\ 3,\ 9,\ 13,\ 17,\ 19\}$

⑤ $A^c\cap B^c=\{5,\ 13,\ 19\}$

해설

$U=\{2,\ 3,\ 5,\ 7,\ 11,\ 13,\ 17,\ 19\}$,

$A=\{2,\ 7,\ 11\}$, $B=\{3,\ 7,\ 11,\ 17\}$

② $A\cap B^c=A-B=\{2\}$

③ $A^c\cap B=B-A=\{3,\ 17\}$

④ $A^c\cup B^c=(A\cap B)^c=\{2,\ 3,\ 5,\ 13,\ 17,\ 19\}$

⑤ $A^c\cap B^c=(A\cup B)^c=\{5,\ 13,\ 19\}$

21. 세계문화유산인 경주 유적지 탐방에 참가한 남학생 수와 여학생 수의 최대공약수는 12 , 최소공배수는 36 이라고 한다. 남학생이 여학생보다 24 명 많다고 할 때, 탐방에 참가한 전체 학생 수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 48

해설

여학생을 x 명, 남학생을 $x+24$명이라고 하면
(두 수의 곱)=(최대공약수)×(최소공배수)이므로
$12 \times 36 = x \times (x+24)$, $x = 12$ 이다.
따라서 $12 + 36 = 48$ 이다.

22. $A = \{\varnothing,\ \{a\},\ b,\ \{c, d\},\ e\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 5, 상하]

① $\{a\} \in A$ ② $\varnothing \in A$

③ $\{c,\ d\} \subset A$ ④ $n(A) = 5$

⑤ $\{b,\ e\} \subset A$

해설

③ $\{c,\ d\} \in A$

23. 전체집합 $U = \{1,\ 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.
집합 U 의 부분집합은 $\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,
$A = \varnothing$ 일 때, B 는$\varnothing, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4 쌍이 될 수 있다.
$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.
$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.
$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1,\ 2\}$ 이므로 1 쌍이 될 수 있다.
$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9$(쌍)

24. 자연수를 원소로 하는 집합 $A = \{x | x$는 $2^2 \times 3^4 \times 5^3$의 약수$\}$,
$B = \{x | x$는 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$의 약수$\}$ 에 대하여 $n(A \cup B)$ 를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 76

해설

$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$A = \{x|x$는 $2^2 \times 3^4 \times 5^3$의 약수$\}$ 이므로,

$n(A) = 3 \times 5 \times 4 = 60$,

$B = \{x|x$는 $2^3 \times 3^3 \times 5 \times 7$의 약수$\}$ 이므로,

$n(B) = 4 \times 4 \times 2 \times 2 = 64$,

$A \cap B = \{x|x$는 $2^2 \times 3^3 \times 5 \times 7$ 의 약수$\}$ 이므로, $n(A \cap B) = 3 \times 4 \times 2 \times 2 = 48$,

$\therefore n(A \cup B) = 60 + 64 - 48 = 76$

25. 세 수 $\frac{16}{75}$, $\frac{28}{45}$, $\frac{24}{25}$ 에 어떤 수를 각각 곱했더니 그 결과가 모두 자연수가 되었다. 어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: $\frac{225}{4}$

해설

어떤 수가 될 수 있는 가장 작은 기약분수를 $\frac{b}{a}$ 라 하면

a는 16, 28, 24의 최대공약수 4이고,

b는 75, 45, 25의 최소공배수 225이다.

$\therefore \frac{b}{a} = \frac{225}{4}$