단원 종합 평가

1. 다음 두 조건을 만족하는 자연수 x는 모두 몇 개인가?

> i) $1 \le x \le 100$
> ii) $\dfrac{x}{210}$ 를 소수로 나타내면 유한소수가 된다.

[배점 3, 하상]

① 4개 ② 6개 ③ 8개
④ 14개 ⑤ 33개

해설
$\dfrac{x}{210} = \dfrac{x}{2 \times 3 \times 5 \times 7}$ 이므로 $x = 21$ 의 배수이다.
따라서 21, 42, 63, 84 의 4개이다.

2. 분수 $\dfrac{33}{2^3 \times 5^2 \times a}$ 을 소수로 나타내면 유한소수가 된다고 할 때, a 값 중 가장 작은 자연수는? (단 $a \neq 1$)
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설
분모의 소인수가 2 또는 5 뿐이어야 하므로 가장 작은 수 a 는 2

3. 다음 분수 $\dfrac{7}{13}$ 을 소수 나타낼 때, 100번째 자리의 수는? [배점 3, 하상]

① 1 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설
$\dfrac{7}{13} = 0.538461538461\cdots = 0.\dot{5}3846\dot{1}$ 이므로 순환마디의 숫자 6개
$100 = 6 \times 16 + 4$ 이므로 소수점 아래 100번째 자리의 숫자는 4이다.

4. 다음 <보기>에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

> ㉠ 모든 유리수는 분수로 나타낼 수 있다.
> ㉡ 모든 유리수는 유한소수로 나타낼 수 있다.
> ㉢ 순환소수는 모두 유리수이다.

[배점 3, 하상]

① ㉠ ② ㉠, ㉡ ③ ㉠, ㉢
④ ㉡, ㉢ ⑤ ㉠, ㉡, ㉢

해설
㉡ 유리수는 유한소수와 순환소수로 나누어진다.

5. 다음 분수 중 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 모두 고르면? [배점 3, 중하]

① $-\dfrac{7}{30}$ ② $\dfrac{6}{2^2 \times 3 \times 5}$
③ $\dfrac{7}{125}$ ④ $\dfrac{5}{2 \times 3^2}$
⑤ $\dfrac{4}{18}$

해설

분수를 기약분수로 나타내고 그 분모를 소인수 분해하였을 때, 분모의 소인수가 2 나 5 뿐이면 그 분수는 유한소수로 나타낼 수 있다.

② $\frac{6}{2^2 \times 3 \times 5} = \frac{1}{2 \times 5}$, ③ $\frac{7}{125} = \frac{7}{5^3}$

이므로 유한소수이다.

6. $x = 0.1\dot{6}$ 일 때, $x - \dfrac{1}{1 + \dfrac{1}{x}}$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{1}{42}$

해설

$x = \frac{15}{90} = \frac{1}{6}$

(준식) $= \frac{1}{6} - \frac{1}{1+6} = \frac{1}{6} - \frac{1}{7} = \frac{1}{42}$

7. 다음 분수를 순환소수로 나타낼 때, 순환마디 개수가 가장 많은 것은? [배점 3, 중하]

① $\frac{1}{3}$ ② $\frac{3}{7}$ ③ $\frac{5}{6}$ ④ $\frac{3}{11}$ ⑤ $\frac{4}{9}$

해설

① $\frac{1}{3} = 0.\dot{3}$, 1 개

② $\frac{3}{7} = 0.\dot{4}2857\dot{1}$, 6 개

③ $\frac{5}{6} = 0.8\dot{3}$, 1 개

④ $\frac{3}{11} = 0.\dot{2}\dot{7}$, 2 개

⑤ $\frac{4}{9} = 0.\dot{4}$, 1 개

따라서 순환마디 개수가 가장 많은 것은 ②이다.

8. 귤을 1.25 kg 의 상자에 넣고 0.2 kg 의 끈으로 묶은 후 무게를 재었더니 11.9 kg 이었다. 귤의 무게는 몇 kg 인가? [배점 3, 중하]

① 10.4 kg ② 10.45 kg ③ 10.5 kg

④ 10.55 kg ⑤ 0.6 kg

해설

$11.9 - 1.25 - 0.2 = 10.45 \fallingdotseq 10.5$ kg

9. 반올림하여 얻은 근삿값의 참값 A 의 범위가 $3.6\text{kg} \le A < 4.2\text{kg}$ 일 때, 측정 계기의 최소 눈금을 구하면? [배점 3, 중하]

① 0.3kg ② 0.4kg ③ 0.5kg

④ 0.6kg ⑤ 0.05kg

해설

참값의 범위가 3.6(kg) $\le$ A $<$ 4.2(kg) 이므로

(오차의 한계) $= (4.2 - 3.6) \times \frac{1}{2} = 0.3$(kg)

한편,

(오차의 한계) = (측정 계기의 최소 눈금) $\times \frac{1}{2}$ 이므로

(측정 계기의 최소 눈금) = (오차의 한계) $\times 2 = 0.3 \times 2 = 0.6$(kg) 이다.

10. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{4}{7}, \frac{5}{8}, \frac{7}{9}, \frac{9}{12}\}$, $B = \{x|x$ 는 유한소수$\}$ 일 때, $n(A \cap B)$는? [배점 4, 중중]

① 1 ② 2 ③ 3 ④ 4 ⑤ 5

해설

A 집합에서 유한소수의 개수를 찾는 문제이다.
유한소수의 분모의 소인수는 2나 5가 되어야 하므로, $\frac{1}{4}, \frac{2}{5}, \frac{3}{6}, \frac{5}{8}, \frac{9}{12}$ 으로 5개가 된다.

11. $\frac{1}{2}$ 과 $\frac{3}{5}$ 사이의 분수 중 분모가 60 이고 분자가 자연수이면서 유한소수로 나타낼 수 있는 것을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\frac{33}{60}$

해설

$\frac{1}{2} = \frac{30}{60} < \frac{x}{60} < \frac{3}{5} = \frac{36}{60}$ 을 만족하는 x 는 $30 < x < 36$ 인 3 의 배수이어야 한다.

12. 다음은 기약분수 $\frac{3}{2^3 \times 5}$ 을 유한소수로 나타내는 과정이다. 이때, $bc - a$ 의 값은?

$$\frac{3}{2^3 \times 5} = \frac{3 \times a}{2^3 \times 5 \times a} = \frac{75}{b} = c$$

[배점 4, 중중]

① 45 ② 50 ③ 60

④ 75 ⑤ 100

해설

$a = 5^2$, $b = 10^3$, $c = \frac{3}{2^3 \times 5}$, $bc - a = 75 - 25 = 50$

13. 부등식 $\frac{3}{10} < x \le 2.\dot{9}$을 만족시키는 정수 x 의 개수는? [배점 4, 중중]

① 0 개 ② 1 개 ③ 2 개

④ 3 개 ⑤ 4 개

해설

$2.\dot{9} = \frac{27}{9} = 3$

$\frac{3}{10} < x \leq 3$

$\therefore x = 1,\ 2,\ 3$

즉, 3개

14. 최소 눈금이 1cm 인 눈금자로 잰 어떤 막대의 측정값이 140cm 일 때, 오차의 한계와 유효숫자는?

[배점 4, 중중]

① 오차의 한계 : 5cm 유효숫자 : 1, 4

② 오차의 한계 : 0.5cm 유효숫자 : 1, 4, 0

③ 오차의 한계 : 5cm 유효숫자 : 1, 4, 0

④ 오차의 한계 : 0.5cm 유효숫자 : 1, 4

⑤ 오차의 한계 : 1cm 유효숫자 : 1, 4, 0

해설

최소 눈금이 1cm 이므로

오차의 한계 : $1 \times \frac{1}{2} = 0.5(\text{cm})$ 이다.

유효숫자 : 1cm 자리까지 1, 4, 0 이다.

15. 최소 눈금이 5 cm 인 자로 잰 140 cm 의 참값이 될 수 있는 최솟값과 1 미만을 반올림하여 얻은 근삿값 800 의 참값이 될 수 있는 최솟값의 합을 구하여라. (단, 단위는 무시하고 계산하여라.) [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 937

해설

최소 눈금 5 cm → 오차의 한계 : 2.5 cm

참값의 최솟값 : $140 - 2.5 = 137.5(\text{cm})$

오차의 한계 : 0.5

최솟값 : $800 - 0.5 = 799.5$

$\therefore 137.5 + 799.5 = 937$

16. 측정하여 얻은 근삿값이 12.43 kg 이고, 최소 눈금이 10 g 일 때, 이 물건의 참값의 최솟값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12.425 kg

해설

오차의 한계 : $10 \times \frac{1}{2} = 5(\text{g})$

$5\,\text{g} = 0.005\,\text{kg}$

$12.43 - 0.005 \leq (\text{참값}) < 12.43 + 0.005$

$12.425\,\text{kg} \leq (\text{참값}) < 12.435\,\text{kg}$

17. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

① $3 = 2.\dot{9}$

② $5 = 4.\dot{9}\dot{0}$

③ $0.4 = 0.3\dot{9}$

④ $-2.7 = -2.6\dot{9}$

⑤ $-0.7 = -0.6\dot{9}$

해설

② $5 = 4.\dot{9}$

18. A 중학교 학생 400 명이 학생회장을 선출하기 위해 선거를 실시한 결과, 회장이 된 경민이의 득표율은 소수 첫째자리에서 반올림하여 53% 였다. 경민이의 득표율의 최솟값을 구하면?(단, 기권은 생각하지 않는다.)

[배점 5, 중상]

① 210 표 ② 220 표 ③ 230 표

④ 240 표 ⑤ 250 표

해설

실제 득표율은 오차의 한계가 $0.1 \times 5 = 0.5\%$ 이므로

$53 - 0.5 \leq$ (득표율) $< 53 + 0.5$

$\therefore 52.5 \leq$ (득표율) < 53.5

득표 수는 $0.525 \times 400 \leq$ (득표 수) $< 0.535 \times 400$

$\therefore 210 \leq$ (득표 수) < 214

따라서 최솟값은 210 표이다.

19. 원주율 π 를 반올림한 근삿값 3.142 의 오차의 한계를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.0005

해설

반올림한 자리는 0.0001 이므로 오차의 한계는 0.0005 이다.

20. 다음 중 반올림한 자리가 나머지 넷과 다른 하나는?

[배점 5, 중상]

① 5.230×10^4

② 2.8×10^2

③ 1.05×10^2

④ 5000 [유효숫자 3개]

⑤ 최소 눈금 10g 인 저울로 측정한 근삿값 360g

해설

① $5.230 \times 10^4 = 52300$: 일의 자리에서 반올림

② $2.8 \times 10^2 = 280$: 일의 자리에서 반올림

③ $1.05 \times 10^2 = 105$: 소수 첫째 자리에서 반올림

④ 5000 [유효숫자 3 개] : 일의 자리에서 반올림

⑤ 최소 눈금 10g 인 저울로 측정한 근삿값 360g : 일의 자리에서 반올림

21. 키 159.3cm , 몸무게 65kg 인 승연이는 다이어트를 하기 위해 매일 아침 학교 운동장을 1000m 뛰고, 아침 식사로 우유 200ml 와 토마토 2개만 먹기로 했다. 다음 중 근삿값이 아닌 것을 고르면? [배점 5, 중상]

① 키 159.3cm
② 몸무게 65kg
③ 운동장 1000m
④ 우유 200ml
⑤ 토마토 2개

해설

근삿값은 길이, 무게, 시간 등의 측정값이고 반올림한 값이다.
따라서 근삿값이 아닌 것은 토마토 2개이다.

22. $\dfrac{a}{2^3 \times 7}$를 약분하면 $\dfrac{1}{b}$이 되고, 이것을 소수로 나타내면 유한소수가 된다. 이때, 정수 a, b의 값을 구하여라.(단, $10 < a < 15$) [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : $a =$ 14

▷ 정답 : $b =$ 4

해설

$\dfrac{a}{2^3 \times 7}$가 유한소수가 되어야 하므로 a는 7의 배수이어야 한다.
따라서 $a = 14$이고, $\dfrac{14}{56} = \dfrac{1}{4}$이 되므로 $b = 4$이다.

23. 분수 $\dfrac{7}{2^4 \times x}$ 은 유한소수이다. 두 자리 자연수 x 의 최댓값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 80

해설

x 는 $2^a \times 5^b$ 또는 $2^a \times 5^b \times 7$ 의 꼴이다.
$x = 2^a \times 5^b$ 의 꼴일 경우

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	1	2	4	8	16	32	64
5^1	5	10	20	40	80		
5^2	25	50					

$x = 2^a \times 5^b \times 7$ 의 꼴일 경우

	2^0	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6
5^0	7	14	28	56			
5^1	35	70					
5^2							

따라서 가장 큰 두 자리의 자연수는 80 이다.

24. 근삿값 0.3210 의 참값을 x 라 하고, $|3.210 \times \dfrac{1}{10} - x| \leq y$ 일 때, y 의 최댓값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 0.00005

해설

주어진 식은 $|(\text{근삿값}) - (\text{참값})| \leq y$ 이므로 y 의 최댓값은 오차의 한계이다.
$\therefore y = 0.0005 \times \dfrac{1}{10} = 0.00005$

25. 실제 길이가 50cm 인 지팡이가 있다. 이 지팡이의 길이를 갑, 을 두 사람이 각각 51.5cm, 49.4cm 로 측정하였을 때, 다음 설명 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 5, 상하]

① 갑이 을보다 더 정확히 측정하였다.

② 을이 갑보다 더 정확히 측정하였다.

③ 갑의 측정 오차는 1.5cm 이다.

④ 을의 측정 오차는 0.6cm 이다.

⑤ 두 사람이 측정한 값 51.5cm, 49.4cm 는 참값이다.

해설

참값은 50cm , 근삿값은 갑, 을 각각 51.5cm, 49.4cm 이다.
갑의 측정 오차는 $51.5 - 50 = 1.5(\mathrm{cm})$
을의 측정 오차는 $49.4 - 50 = -0.6(\mathrm{cm})$
따라서 을이 갑보다 더 정확히 측정하였다.