

단원 종합 평가

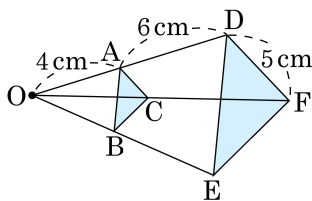
1. 다음 중 옳음이 아닌 것은? [배점 3, 하상]

- ① 한 밑각의 크기가 같은 두 이등변삼각형
- ② 중심각의 크기가 같은 두 부채꼴
- ③ 한 예각의 크기가 같은 두 직각삼각형
- ④ 두 쌍의 대응하는 변의 길이의 비가 같은 두 삼각형
- ⑤ 반지름의 길이가 다른 두 구

해설

평면도형에서 항상 옳음이 되는 도형은 모든 원, 중심각의 크기가 같은 부채꼴, 모든 직각이등변삼각형, 모든 정다각형이다.
입체도형에서 항상 옳음이 되는 도형은 모든 구와 모든 정다면체이다.

2. 다음 그림에서 점 O는 닮음의 중심이고, $\overline{OA} = 4\text{cm}$, $\overline{AD} = 6\text{cm}$, $\overline{DF} = 5\text{cm}$ 일 때, $\overline{AC}$ 의 길이는?



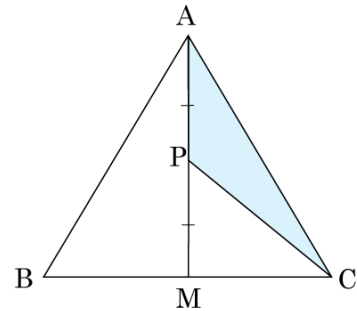
[배점 3, 하상]

- ① $\frac{3}{2}\text{cm}$
- ② 2cm
- ③ $\frac{5}{2}\text{cm}$
- ④ 3cm
- ⑤ $\frac{10}{3}\text{cm}$

해설

두 삼각형의 닮음비는 $\overline{OA} : \overline{OD} = 4 : 10 = 2 : 5$ 이다. 따라서 $\overline{AC} : \overline{DF} = 2 : 5$ 이므로 $\overline{AC} = 2(\text{cm})$ 이다.

3. 다음 그림에서 $\overline{AM}$ 은 $\triangle ABC$ 의 중선이고 점 P는 $\overline{AM}$ 의 중점이다. $\triangle ACP$ 의 넓이가 4cm^2 일 때, $\triangle ABC$ 의 넓이는?



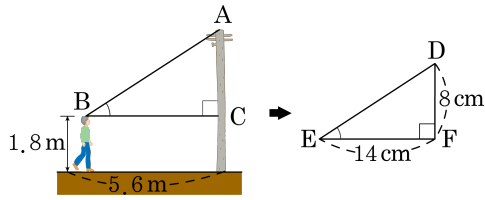
[배점 3, 하상]

- ① 12cm^2
- ② 13cm^2
- ③ 14cm^2
- ④ 15cm^2
- ⑤ 16cm^2

해설

$\overline{CP}$ 가 $\triangle AMC$ 의 중선이므로 $\triangle AMC = 2\triangle ACP = 2 \times 4 = 8(\text{cm}^2)$,
 $\overline{AM}$ 이 $\triangle ABC$ 의 중선이므로 $\triangle ABC = 2\triangle AMC = 2 \times 8 = 16(\text{cm}^2)$ 이다.

4. 다음 그림과 같이 전봇대의 높이를 재기 위하여 측도를 그렸다. $\overline{EF} = 14\text{cm}$ 일 때, 전봇대의 실제의 높이를 구하여라.



[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5m

해설

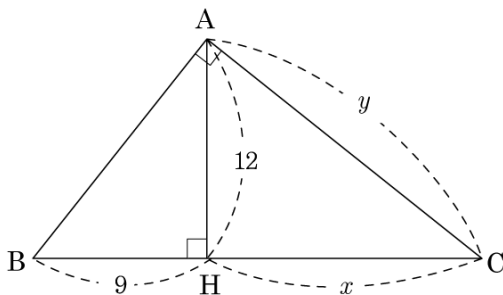
$$\overline{AC} : \overline{DF} = \overline{BC} : \overline{EF}$$

$$\overline{AC} : 8 = 560 : 14$$

$$\overline{AC} = 320(\text{cm}) = 3.2(\text{m})$$

따라서, 전봇대의 높이는 $3.2 + 1.8 = 5(\text{m})$ 이다.

5. 다음 직각삼각형에서 x, y 의 값을 각각 구하여라.



[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : $x = 16$

▶ 정답 : $y = 20$

해설

$$\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{CH}$$

$$144 = 9x$$

$$\therefore x = 16$$

$$\overline{AC}^2 = \overline{CH} \times \overline{CB}$$

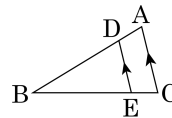
$$y^2 = 16 \times 25 = 400$$

$$\therefore y > 0 \text{ 이므로 } y = 20$$

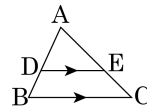
6. 다음 중 도형이 닮음의 위치에 있지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

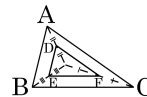
①



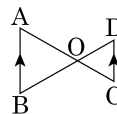
②



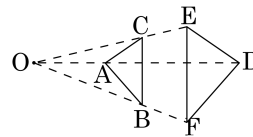
③



④



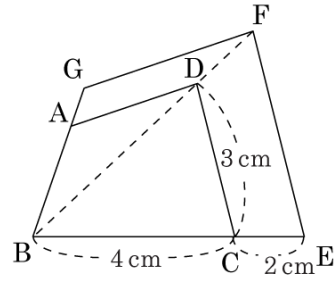
⑤



해설

$$\textcircled{5} \overline{OA} : \overline{OD} \neq \overline{OC} : \overline{OE}$$

7. 다음 그림에서 $\square ABCD$ 와 $\square GBEF$ 는 닮음의 위치에 있다. 다음 중 옳지 않은 것은?



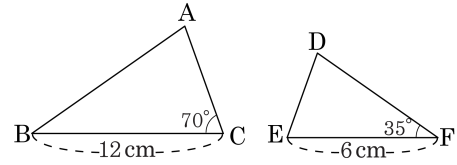
[배점 3, 중하]

- ① 닮음의 중심은 점 B이다.
- ② $\overline{AD} \parallel \overline{GF}$, $\overline{DC} \parallel \overline{FE}$
- ③ $\square ABCD$ 와 $\square GBEF$ 의 닮음의 비는 2:3이다.
- ④ $\overline{EF}$ 의 길이는 6 cm이다.
- ⑤ $\overline{BD} : \overline{DF} = 2 : 1$ 이다.

해설

$$\textcircled{4} \quad 2 : 3 = 3 : \overline{EF} \\ \therefore \overline{EF} = \frac{9}{2} \text{ cm}$$

8. 다음 중 어느 조건을 추가하면 다음 두 삼각형이 닮은 도형이 되는가?



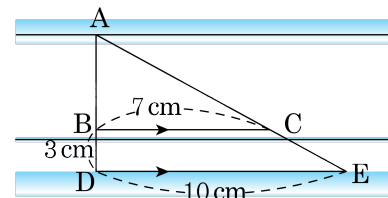
[배점 3, 중하]

- ① $\angle A = 75^\circ$, $\angle E = 70^\circ$
- ② $\overline{AB} = 9 \text{ cm}$, $\overline{DF} = 6 \text{ cm}$
- ③ $\angle B = 65^\circ$, $\angle E = 40^\circ$
- ④ $\overline{AC} = 8 \text{ cm}$, $\overline{DF} = 6 \text{ cm}$
- ⑤ $\angle B = 75^\circ$, $\overline{DE} = 12 \text{ cm}$

해설

$\angle A = 75^\circ$, $\angle E = 70^\circ$ 이면
 $\angle B = 35^\circ$, $\angle D = 75^\circ$ 가 되므로
 $\triangle ABC \sim \triangle DFE$ (AA 닮음)

9. 강의 폭을 구하기 위해 축척이 $\frac{1}{10000}$ 인 축도를 그린 것이다. $\overline{BC} \parallel \overline{DE}$ 일 때, 실제 강의 폭은 몇 m 인가?



[배점 3, 중하]

- ① 400 m ② 500 m ③ 600 m
- ④ 700 m ⑤ 800 m

해설

$$\triangle ABC \sim \triangle ADE$$

$$\overline{AB} : \overline{AD} = \overline{BC} : \overline{DE}$$

$$\overline{AB} = x \text{라 하면}$$

$$x : (x + 3) = 7 : 10$$

$$x = 7(\text{cm})$$

$$\overline{AB} = 7(\text{cm})$$

$$\therefore 7 \times 10000(\text{cm}) = 700(\text{m})$$

10. 다음 중 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$ 이 되지 않는 것은?

[배점 4, 중중]

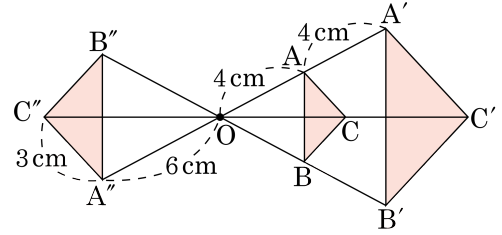
- ① $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}}$
 ② $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}}, \angle C = \angle C'$
 ③ $\frac{\overline{BC}}{\overline{B'C'}} = \frac{3}{4}, \angle B = \angle B', \angle C = \angle C'$
 ④ $\frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} = \frac{\overline{AC}}{\overline{A'C'}} = \frac{1}{2}, \angle A = \angle A'$
 ⑤ $\angle A = \angle A', \angle B = \angle B'$

해설

② SAS 닮음이 되려면 두 대응하는 변의 길이의 비와 그 끼인 각이 각각 같아야 한다.

- ① SSS 닮음
 ③ AA 닮음
 ④ SAS 닮음
 ⑤ AA 닮음

11. 다음 그림에서 $\triangle A'B'C'$ 와 $\triangle A''B''C''$ 은 점 O를 중심으로 하여 $\triangle ABC$ 를 확대한 것이다. $\overline{A'C'}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

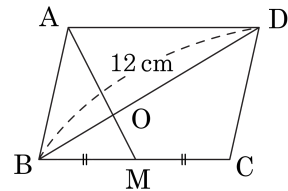
- ① 1cm ② 2cm ③ 3cm
 ④ 4cm ⑤ 5cm

해설

$\triangle A'B'C' \sim \triangle A''B''C''$ 이므로, 닮음비는 $\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA''}} = 8 : 6 = 4 : 3$ 이다.

$\frac{\overline{A'C'}}{\overline{A''C''}} = 4 : 3$ 이므로 $\overline{A'C'} : 3 = 4 : 3$
 $\therefore \overline{A'C'} = 4(\text{cm})$

12. 다음 그림과 같은 평행사변형 ABCD에서 점 M은 $\overline{BC}$ 의 중점이다. $\overline{BD} = 12\text{cm}$ 일 때, $\overline{BO}$ 의 길이를 구하면?



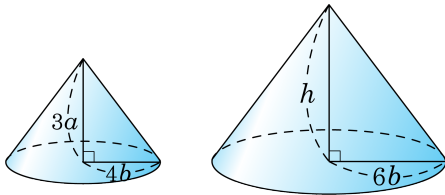
[배점 4, 중중]

- ① 3cm ② 4cm ③ 5cm
 ④ 6cm ⑤ 7cm

해설

$\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이므로 $\angle OAD = \angle OMB$ (엇각),
 $\angle ODA = \angle OBM$ (엇각)
 따라서 $\triangle OAD \sim \triangle OMB$ 이다.
 $\overline{AD} : \overline{BM} = 2 : 1$ 이므로 $\overline{DO} : \overline{BO} = 2 : 1$ 이다.
 $\overline{BD} = 3\overline{BO} = 12$
 $\therefore \overline{BO} = 4(\text{cm})$

13. 다음 그림의 두 원뿔은 서로 닮은 도형이다. 큰 원뿔의 높이를 구하면?



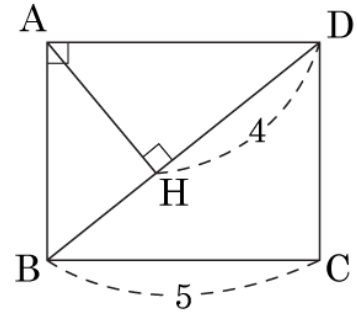
[배점 4, 중중]

- ① $\frac{7}{3}a$ ② $7a$ ③ $\frac{9}{2}a$
 ④ $9a$ ⑤ $12a$

해설

작은 원뿔과 큰 원뿔의 닮음비가 $4b : 6b = 2 : 3$
 이므로 $2 : 3 = 3a : h$
 따라서 $h = \frac{9}{2}a$ 이다.

14. 다음 그림과 같은 직사각형 ABCD에서 $\overline{AH} \perp \overline{BD}$ 이고
 $\overline{BC} = 5$, $\overline{HD} = 4$ 일 때, $\overline{AH}$ 의 길이를 구하여라.



[배점 4, 중중]

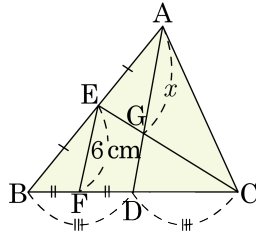
▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\overline{AD}^2 = \overline{DH} \times \overline{BD}$ 이므로
 $5^2 = 4(4 + \overline{BH})$
 $25 = 16 + 4\overline{BH}$
 $\therefore \overline{BH} = \frac{9}{4}$
 $\overline{AH}^2 = \overline{BH} \times \overline{DH}$
 $\overline{AH}^2 = \frac{9}{4} \times 4 = 9$
 $\therefore \overline{AH} = 3$

15. 다음 그림에서 $\overline{BC}$, $\overline{AB}$, $\overline{BD}$ 의 중점을 각각 D, E, F라 하고, $\overline{AD}$ 와 $\overline{CE}$ 의 교점을 G라고 한다. $\overline{EF} = 6\text{cm}$ 일 때, $\overline{AG}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① 5cm ② 6cm ③ 7cm
 ④ 8cm ⑤ 9cm

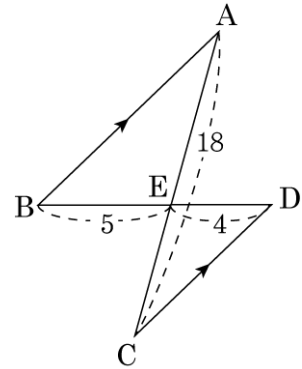
해설

$\triangle ABD$ 에서 $\overline{AE} = \overline{BE}$, $\overline{BF} = \overline{FD}$ 이므로 $\overline{AD} = 2\overline{EF} = 12(\text{cm})$

점 G는 $\triangle ABC$ 의 무게중심이므로 $\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$

$$\therefore \overline{AG} = \frac{2}{3} \overline{AD} = \frac{2}{3} \times 12 = 8(\text{cm})$$

16. 다음 그림에서 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$ 이다. $\overline{AC} = 18$, $\overline{BE} = 5$, $\overline{DE} = 4$ 일 때, $\overline{CE}$ 의 길이는?



[배점 4, 중중]

- ① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

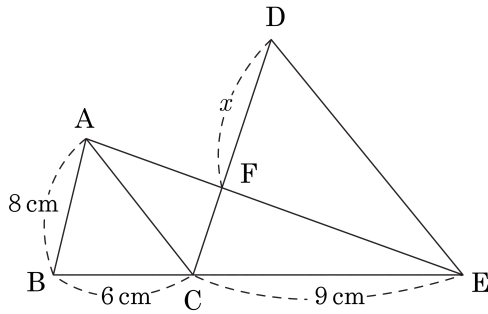
해설

$$\overline{BE} : \overline{DE} = \overline{AE} : \overline{CE}$$

$$5 : 4 = (18 - \overline{CE}) : \overline{CE}$$

$$\therefore \overline{CE} = 8$$

17. 다음 그림에서 $\triangle ABC \sim \triangle DCE$ 이고, 점 C는 $\overline{BE}$ 위에 있다. $\overline{AB} = 8\text{cm}$, $\overline{BC} = 6\text{cm}$, $\overline{CE} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{DF}$ 의 길이는?



[배점 5, 중상]

- ① 6cm ② 6.8cm ③ 7.2cm
- ④ 8cm ⑤ 8.2cm

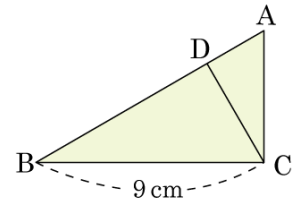
해설

$$\triangle ABC \sim \triangle DCE \text{ 이므로 } \overline{AB} : \overline{DC} = \overline{BC} : \overline{CE}$$
$$8 : \overline{DC} = 6 : 9 \circ | \text{므로 } \overline{DC} = 12(\text{ cm})$$

$\triangle EAB$ 와 $\triangle EFC$ 에서 $\angle E$ 는 공통, $\angle B = \angle FCE (\because \triangle ABC \sim \triangle DCE)$

$$\triangle EAB \sim \triangle EFC \text{ (AA 닮음)}$$
$$\overline{EB} : \overline{EC} = \overline{AB} : \overline{FC} \text{ 이므로 } 15 : 9 = 8 : \overline{CF}$$
$$\overline{\text{CF}} = 4.8(\text{ cm})$$
$$\therefore \overline{\text{DF}} = 12 - 4.8 = 7.2(\text{ cm})$$

18. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{AB} = 2\overline{AC}$ 이고 $\overline{BD} = 3\overline{DA}$ 이다. $\overline{BC} = 9\text{cm}$ 일 때, $\overline{CD}$ 의 길이를 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① 4cm ② $\frac{9}{2}$ cm ③ 5cm
④ $\frac{11}{2}$ cm ⑤ 7cm

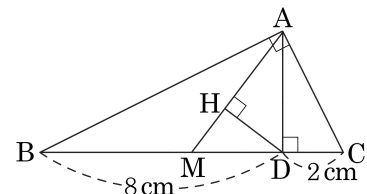
해설

$\overline{AD} = a$ 라 하면, $\overline{BD} = 3a$, $\overline{AC} = 2a$ 이므로

$$\overline{AD} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{AB} = 1 : 2, \angle A \text{는 공통} \therefore$$
 $\triangle ACD \sim \triangle ABC$ 이고 닮음비는 $1:2$

따라서 $\overline{CD} : 9 = 1 : 2$, $\overline{CD} = \frac{9}{2}(\text{cm})$ 이다.

19. 다음 그림의 $\angle A = 90^\circ$ 인 $\triangle ABC$ 에서 $\overline{BM} = \overline{CM}$, $\overline{AD} \perp \overline{BC}$, $\overline{DH} \perp \overline{AM}$ 이다. $\overline{BD} = 8\text{cm}$, $\overline{CD} = 2\text{cm}$ 일 때, $\overline{DH}$ 의 길이를 구하면?



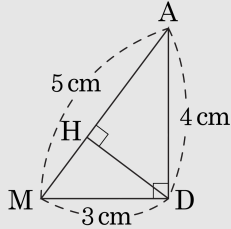
[배점 5, 중상]

- ① $\frac{12}{5}$ cm ② 8cm ③ $\frac{17}{5}$ cm
④ 9cm ⑤ $\frac{19}{5}$ cm

해설

$$\text{i) } \overline{AD}^2 = \overline{BD} \times \overline{DC} = 8 \times 2 = 16$$

$$\therefore \overline{AD} = 4(\text{cm}) \quad (\because \overline{AD} > 0)$$



점 M은 $\triangle ABC$ 의 외심이다.

$$\overline{BM} = \overline{CM} = \overline{AM} = 5\text{cm}$$

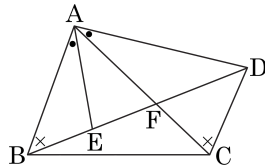
$$\overline{MD} = 5 - 2 = 3$$

$$\text{ii) } \overline{MD} \times \overline{AD} = \overline{AM} \times \overline{DH} \text{ 이므로}$$

$$3 \times 4 = 5 \times \overline{DH}$$

$$\therefore \overline{DH} = \frac{12}{5}\text{cm}$$

20. $\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 일 때, 다음 <보기> 중 옳은 도형끼리 옳게 짝지은 것은?



보기

- ㉠ $\triangle ABC \sim \triangle AED$
- ㉡ $\triangle AEF \sim \triangle DFC$
- ㉢ $\triangle AFD \sim \triangle CFB$
- ㉣ $\triangle ABF \sim \triangle ADE$
- ㉤ $\triangle ABC \sim \triangle ADC$
- ㉥ $\triangle ABE \sim \triangle ACD$

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉥ ② ㉡, ㉥ ③ ㉢, ㉥
④ ㉣, ㉥ ⑤ ㉡, ㉣

해설

$\angle ABE = \angle ACD$, $\angle BAE = \angle CAD$ 이므로
 $\triangle ABE \sim \triangle ACD$ (AA 닮음) ... ㉠

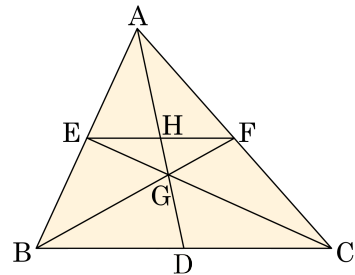
$\triangle ABC$ 와 $\triangle AED$ 에서

$$\angle BAC = \angle EAD, \overline{AB} : \overline{AE} = \overline{AC} : \overline{AD}$$

($\because \triangle ABE \sim \triangle ACD$) 이므로 SAS 닮음이다.

$\triangle ABC \sim \triangle AED$ (SAS 닮음) ... ㉡

21. 다음 그림에서 점 G가 $\triangle ABC$ 의 무게중심일 때, $\overline{AH} : \overline{HG} : \overline{GD}$ 를 구하면?



[배점 5, 중상]

- ① 4 : 2 : 3 ② 3 : 2 : 3 ③ 2 : 1 : 2
④ 3 : 2 : 1 ⑤ 3 : 1 : 2

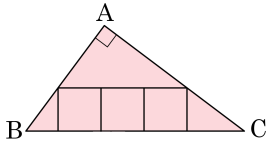
해설

$$\overline{AG} = \frac{2}{3}\overline{AD}, \overline{AH} = \frac{1}{2}\overline{AD} \text{ 이므로 } \overline{HG} = \overline{AG} -$$

$$\overline{AH} = \frac{1}{6}\overline{AD}, \overline{GD} = \frac{1}{3}\overline{AD}$$

$$\therefore \overline{AH} : \overline{HG} : \overline{GD} = \frac{1}{6}\overline{AD} : \frac{1}{6}\overline{AD} : \frac{1}{3}\overline{AD} = 1 : 1 : 2$$

22. 다음 그림에서 크기가 같은 정사각형 3 개가 $\angle A = 90^\circ$ 인 직각삼각형 안에 내접하고 있다. $\overline{AB} = 6$, $\overline{BC} = 10$, $\overline{AC} = 8$ 일 때, 정사각형의 한 변의 길이를 구하여라.

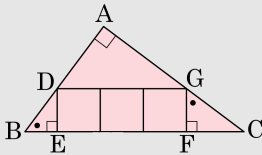


[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{120}{61}$

해설



정사각형의 한 변의 길이를 x 라 하면 $\overline{DE} = \overline{GF} = x$, $\overline{DG} = \overline{EF} = 3x$

$\triangle DBE$ 와 $\triangle CBA$ 에서 $\angle A = \angle BED = 90^\circ$, $\angle B$ 가 공통이므로 $\triangle DBE \sim \triangle CBA$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{DB} : \overline{CB} = \overline{BE} : \overline{BA} = \overline{DE} : \overline{CA}$ 를 이용하여 $\overline{BE}$ 를 구하면

$$\overline{BE} : 6 = x : 8$$

$$\therefore \overline{BE} = \frac{3}{4}x$$

$\triangle GFC$ 와 $\triangle BAC$ 에서 $\angle A = \angle GFC = 90^\circ$, $\angle C$ 가 공통이므로 $\triangle GFC \sim \triangle BAC$ (AA 닮음)

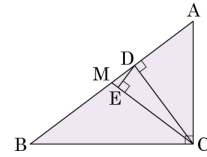
$\overline{GF} : \overline{BA} = \overline{FC} : \overline{AC} = \overline{GC} : \overline{BC}$ 를 이용하여 $\overline{FC}$ 를 구하면 $x : 6 = \overline{FC} : 8 \therefore \overline{FC} = \frac{4}{3}x$

$$\overline{BC} = \overline{BE} + \overline{EF} + \overline{FC} = 10$$

$$\frac{3}{4}x + 3x + \frac{4}{3}x = 10$$

$$\therefore x = \frac{120}{61}$$

23. 다음 그림의 $\triangle ABC$ 는 $\angle C = 90^\circ$ 인 직각삼각형이고 $\overline{AM} = \overline{BM}$, $\overline{AB} \perp \overline{CD}$, $\overline{DE} \perp \overline{MC}$, $\overline{AB} = 15$, $\overline{AC} = 9$, $\overline{BC} = 12$ 일 때, $\overline{DE}$ 의 길이를 구하여라



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\frac{252}{125}$

해설

$\triangle ABC$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 $\overline{AB} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = \overline{BC} \times \overline{AC} \times \frac{1}{2}$

$$15 \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = 12 \times 9 \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore \overline{CD} = \frac{12 \times 9}{15} = \frac{36}{5}$$

$\angle ACD = \angle B$, $\angle ADC = 90^\circ$ 이므로 $\triangle ABC \sim \triangle ACD$ (AA 닮음)

따라서 $\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BC} : \overline{CD} = \overline{AC} : \overline{AD}$ 를 이용하여 $\overline{AD}$ 를 구하면

$$15 : 9 = 9 : \overline{AD}$$

$$\therefore \overline{AD} = \frac{27}{5}$$

M 은 직각삼각형의 빗변의 중심에 있으므로 $\triangle ABC$ 의 외심과 같다.

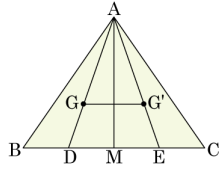
$$\overline{AM} = \overline{BM} = \overline{CM} = \frac{15}{2}$$

$$\overline{MD} = \overline{AM} - \overline{AD} = \frac{15}{2} - \frac{27}{5} = \frac{21}{10}$$

$\triangle CMD$ 의 넓이를 구하는 방법을 이용하면 $\overline{MD} \times \overline{CD} \times \frac{1}{2} = \overline{CM} \times \overline{DE} \times \frac{1}{2}$

따라서 $\frac{36}{5} \times \frac{21}{10} = \overline{DE} \times \frac{15}{2}$ 이므로 $\overline{DE} = \frac{252}{125}$ 이다.

24. 다음 그림과 같이 $\angle B = \angle C$ 인 이등변삼각형 ABC 의 점 A 에서 변 BC 에 내린 수선의 발을 M 이라 하고, 삼각형 ABM, ACM 의 무게중심을 각각 G, G' 이라 할 때, 선분 GG' 의 길이는 6 이다. 이때 변 BC 의 길이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 18

해설

$\overline{AG} : \overline{GD} = 2 : 1$ 이므로 삼각형 AGG' 과 ADE 의 닮음비는 2 : 3 이다.

$$\overline{DE} = \frac{3}{2} \times 6 = 9$$

또, G, G' 이 무게중심이므로 점 D, E 는 선분 BM, CM 의 중점

$$\overline{BC} = 2\overline{DE} = 18$$

해설

$$\overline{MN} = \frac{1}{2} (10 + 6) = 8 \text{ (cm)}$$

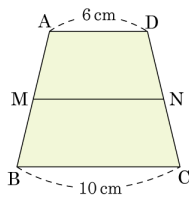
□AMND 에서 높이를 h 라 하면

$$(8 + 6) \times h \div 2 = 28 \text{ 이므로}$$

$$h = 4 \text{ (cm)}$$

$$\therefore \square MBCN = (10 + 8) \times 4 \div 2 = 36 \text{ (cm}^2\text{)}$$

25. 다음 그림에서 $\overline{AD} \parallel \overline{BC}$ 이고 점 M, N 은 각각 $\overline{AB}, \overline{CD}$ 의 중점이다. □AMND = 28 cm^2 일 때, □MBCN 의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 36 cm^2