

단원 종합 평가

1. 다음 중 무리수에 대한 설명이 아닌 것을 모두 고르면?
(정답 2개) [배점 3, 하상]

- ① 순환하지 않는 무한소수
② 분수로 나타낼 수 없는 수
③ 유한소수
④ 순환소수
⑤ 유리수가 아닌 수

해설

③ ④ 유한소수, 순환소수는 유리수이다.

2. $(-\sqrt{2})^2 \times \left(\sqrt{\frac{3}{2}}\right)^2$ 을 계산하면? [배점 3, 하상]

- ① 3 ② -3 ③ 9
④ -9 ⑤ $2\sqrt{3}$

해설

$$2 \times \frac{3}{2} = 3$$

3. 자연수, 정수, 유리수, 무리수, 실수 전체의 집합을 각각 N, Z, Q, I, R 라고 할 때, 다음 중 나머지 넷과 다른 하나는?
[배점 3, 하상]

- ① $I \cap Z^C$ ② $I \cup Q$ ③ $R \cap Q^C$
④ $R \cap I$ ⑤ $I - Z$

해설

- ① $I \cap Z^C = I$
② $I \cup Q = R$
③ $R \cap Q^C = I$
④ $R \cap I = I$
⑤ $I - Z = I$

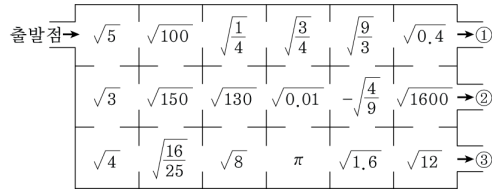
4. $\sqrt{(3-2\sqrt{2})^2} - \sqrt{(2\sqrt{2}-3)^2}$ 을 간단히 하면?
[배점 3, 하상]

- ① $6 - 4\sqrt{2}$ ② $-4\sqrt{2}$
③ 6 ④ 0
⑤ $-6 + 4\sqrt{2}$

해설

$$\begin{aligned} & 3 > 2\sqrt{2} \text{ 이므로} \\ & |3 - 2\sqrt{2}| - |2\sqrt{2} - 3| \\ & = 3 - 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2} - 3 = 0 \end{aligned}$$

5. 다음 그림에서 출발점부터 시작하여 무리수를 찾아 나가면 몇 번 문으로 나오게 되는지 말하여라.



[배점 3, 중하]

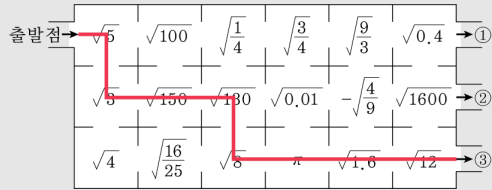
▶ 답 :

▶ 정답 : 3

해설

$\sqrt{5}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{150}$, $\sqrt{8}$, $\sqrt{130}$, $\sqrt{\frac{3}{4}}$, π , $\sqrt{\frac{9}{3}}$, $\sqrt{1.6}$, $\sqrt{0.4}$, $\sqrt{12}$ 는 무리수이다.

출발점에서 연결하게 되면 다음 그림과 같다.



6. 다음 중 두 수의 대소 관계가 옳지 않은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $\sqrt{24} < 5$ ② $\sqrt{17} > 4$
 ③ $4 < \sqrt{20}$ ④ $\frac{\sqrt{2}}{6} < \frac{\sqrt{3}}{6}$
 ⑤ $\sqrt{0.7} < 0.7$

해설

$\sqrt{0.7} > \sqrt{0.49}$ 이므로 $\sqrt{0.7} > 0.7$ 이다.

7. $a < 5$ 일 때, $\sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2}$ 을 바르게 계산한 것은? [배점 3, 중하]

- ① $-2a - 10$ ② $-2a$ ③ 0
 ④ $2a$ ⑤ $2a + 10$

해설

$$\begin{aligned} & \sqrt{(a-5)^2} - \sqrt{(-a+5)^2} \\ &= -(a-5) - (-a+5) \\ &= -a+5+a-5=0 \end{aligned}$$

8. $\sqrt{27}$ 의 소수 부분을 a 라고 할 때, $a(a+10) - 5$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : -3

해설

$$\begin{aligned} & 5 < \sqrt{27} < 6 \text{ 이므로 } a = \sqrt{27} - 5 \\ & a + 5 = \sqrt{27} \text{ 의 양변을 제곱하면} \\ & a^2 + 10a + 25 = 27 \\ & a^2 + 10a = 2 \\ & a(a+10) - 5 = a^2 + 10a - 5 = 2 - 5 = -3 \end{aligned}$$

9. $\frac{a}{b} = \frac{d}{c} = \frac{c}{d}$ 이고 $b = \sqrt{3}$, $c = \sqrt{5}$ 일 때, $(a-b)(c+d)$ 의 값을 구하여라. (단, $a > 0$, $d > 0$)
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 0

해설

$$\frac{d}{c} = \frac{c}{d} \text{에서 } \frac{d}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{d} \text{이면 } d = \sqrt{5}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{d}{c} \text{에서 } \frac{a}{\sqrt{3}} = 1 \text{ 이면 } a = \sqrt{3}$$

$$\therefore (a-b)(c+d) = (\sqrt{3}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{5}) = 0(\sqrt{5}+\sqrt{5}) = 0$$

10. 다음 중 옳은 것은? [배점 4, 중중]

- ① $a < 0$ 이면 $\sqrt{a^2} = a$
 ② $a < b$ 이면 $\sqrt{(a-b)^2} = a-b$
 ③ 음수의 제곱근은 음수이다.
 ④ 0의 제곱근은 0이다.
 ⑤ $\sqrt{(-5)^2} = -5$

해설

$$a < 0 \text{ 이면 } \sqrt{a^2} = -a$$

$$a < b \text{ 이면 } \sqrt{(a-b)^2} = -(a-b)$$

음수의 제곱근은 없다.

$$\sqrt{(-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

11. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

㉠ $a > 0$ 일 때, $\sqrt{(-3)^2 a^2} \times \sqrt{4a^2} = 6a^2$

㉡ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{25a^2} - \sqrt{(-6a)^2} = -a$

㉢ $a < 0$, $b > 0$ 일 때,
 $\sqrt{100a^2} - 5\sqrt{4b^2} = 10(a-b)$

㉣ $a > 0$, $b < 0$ 일 때,
 $\sqrt{(4a)^2} - \sqrt{(-b)^2} - \sqrt{(6b)^2} = 2a + 7b$

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 답:

▶ 정답: ㉠

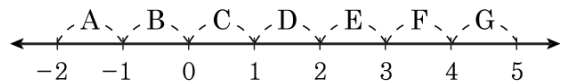
▶ 정답: ㉣

해설

㉠ $a < 0$ 일 때, $\sqrt{25a^2} - \sqrt{(-6a)^2} = -5a - (-6a) = a$

㉣ $a < 0$, $b > 0$ 일 때, $\sqrt{100a^2} - 5\sqrt{4b^2} = -10a - 5 \times 2b = -10(a+b)$

12. 다음 수들이 위치하는 구간과 바르게 연결되지 않은 것은?



[배점 4, 중중]

① $1 - \sqrt{2}$: B

② $1 + \sqrt{2}$: E

③ $2 + \sqrt{5}$: G

④ $2 - \sqrt{3}$: C

⑤ $\sqrt{5} - 4$: D

해설

- ① $-\sqrt{4} < -\sqrt{2} < -\sqrt{1}$
 $1 - \sqrt{4} < 1 - \sqrt{2} < 1 - \sqrt{1}$
 $\therefore -1 < 1 - \sqrt{2} < 0 : B$
- ② $\sqrt{1} < \sqrt{2} < \sqrt{4}$
 $1 + \sqrt{1} < 1 + \sqrt{2} < 1 + \sqrt{4}$
 $\therefore 2 < 1 + \sqrt{2} < 3 : E$
- ③ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $2 + \sqrt{4} < 2 + \sqrt{5} < 2 + \sqrt{9}$
 $\therefore 4 < 2 + \sqrt{5} < 5 : G$
- ④ $-\sqrt{4} < -\sqrt{3} < -\sqrt{1}$
 $2 - \sqrt{4} < 2 - \sqrt{3} < 2 - \sqrt{1}$
 $\therefore 0 < 2 - \sqrt{3} < 1 : C$
- ⑤ $\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$
 $\sqrt{4} - 4 < \sqrt{5} - 4 < \sqrt{9} - 4$
 $\therefore -2 < \sqrt{5} - 4 < -1 : A$

13. x 와 y 사이에는 $y - x = \frac{1}{x}$ 의 식이 성립한다. $x = \sqrt{7}$ 일 때, y 를 x 로 바르게 표현한 것은?
 [배점 4, 중중]

- ① $\frac{3}{2}x$ ② $\frac{7}{8}x$ ③ $\frac{8}{7}x$ ④ $2x$ ⑤ $3x$

해설

$$y = x + \frac{1}{x} = \sqrt{7} + \frac{1}{\sqrt{7}} = \sqrt{7} + \frac{\sqrt{7}}{7} = \frac{8}{7}\sqrt{7} = \frac{8}{7}x$$

14. $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{a}$, $\frac{3}{5\sqrt{3}} = \sqrt{b}$ 일 때, 유리수 a, b 의 $a \div b$ 의 값을 구하여라.
 [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 25

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \sqrt{\frac{3^2 \times 2}{6}} = \sqrt{3}$$

$$\therefore a = 3$$

$$\frac{3}{5\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{3^2}{5^2 \times 3}} = \sqrt{\frac{3}{25}}$$

$$\therefore b = \frac{3}{25}$$

$$\therefore a \div b = 3 \times \frac{25}{3} = 25$$

15. $\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{2}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{4}$ 을 간단히 나타내면?
 [배점 4, 중중]

- ① $\frac{3\sqrt{2}}{4} - \frac{7\sqrt{5}}{20}$ ② $\frac{7\sqrt{2}}{20} + \frac{7\sqrt{5}}{20}$
 ③ $\frac{9\sqrt{2}}{10} + \frac{7\sqrt{5}}{20}$ ④ $\frac{9\sqrt{2}}{10} - \frac{5\sqrt{5}}{20}$
 ⑤ $\frac{21\sqrt{2}}{5} - \frac{17\sqrt{5}}{20}$

해설

$$\frac{3\sqrt{2}}{2} + \frac{3\sqrt{5}}{5} - \frac{3\sqrt{2}}{5} - \frac{\sqrt{5}}{4}$$

$$= \frac{15\sqrt{2} - 6\sqrt{2}}{10} + \frac{12\sqrt{5} - 5\sqrt{5}}{20}$$

$$= \frac{9\sqrt{2}}{10} + \frac{7\sqrt{5}}{20}$$

16. $\sqrt{3} \approx 1.732$ 일 때, $\sqrt{1.\dot{3}}$ 의 근삿값을 소수 셋째 자리에서 반올림하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1.15

해설

$$\sqrt{1.\dot{3}} = \sqrt{\frac{12}{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3} \approx \frac{2}{3} \times 1.732 \approx 1.15$$

17. 다음 중 그 결과가 반드시 무리수인 것은? [배점 5, 중상]

- ① (무리수) + (무리수)
- ② (무리수) - (무리수)
- ③ (유리수) × (무리수)
- ④ (무리수) ÷ (무리수)
- ⑤ (무리수) - (유리수)

해설

- ① $\sqrt{2} + (-\sqrt{2}) = 0$ (유리수)
- ② $\sqrt{2} - \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ③ $0 \times \sqrt{2} = 0$ (유리수)
- ④ $\sqrt{2} \div \sqrt{2} = 1$ (유리수)

18. $-1 < x < 0$ 일 때, 다음 보기 중 그 값이 가장 큰 것을 구하여라.

보기

- | | | |
|------------------|-------------------------|--------------|
| ㉠ $-x^2$ | ㉡ x | ㉢ $\sqrt{x}$ |
| ㉣ $-\frac{1}{x}$ | ㉤ $-\frac{1}{\sqrt{x}}$ | |

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉣

해설

$-\frac{1}{x}$ 이 양수이고 1 보다 크므로 답이다.

19. 자연수 x 에 대하여 $f(x) = (\sqrt{x}$ 이하의 자연수 중 가장 큰 수)라고 할 때, $f(70) - f(28)$ 의 값을 구하여라. (단, x 는 자연수이다.) [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 3

해설

$\sqrt{70}$ 이하의 자연수중 가장 큰 수는 8 이고 $\sqrt{28}$ 이하의 자연수중 가장 큰 수는 5 이므로 $8 - 5 = 3$ 이다.

20. $x = \sqrt{5+3\sqrt{2}}, y = \sqrt{5-3\sqrt{2}}$ 일 때, $x^4 + y^4$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 86

해설

$$x^2 = 5 + 3\sqrt{2}, y^2 = 5 - 3\sqrt{2}$$

$$\therefore x^2 + y^2 = 10, x^2 y^2 = 7$$

$$x^4 + 2x^2 y^2 + y^4 = (x^2 + y^2)^2 = 100$$

따라서 $x^4 + y^4 = 100 - 2x^2 y^2 = 100 - 14 = 86$ 이다.

21. $x = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4}, y = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4}$ 일 때, $\frac{x+y}{\sqrt{7}} + \frac{x-y}{\sqrt{5}}$ 를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

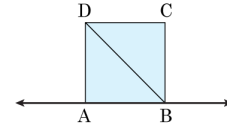
해설

$$x + y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4} + \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{7}}{4} = \frac{\sqrt{7}}{2}$$

$$x - y = \frac{\sqrt{5} + \sqrt{7}}{4} - \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{4} = \frac{2\sqrt{5}}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2}$$

$$(\text{준식}) = \frac{\sqrt{7}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{5}}{2} \times \frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

22. 다음과 같이 수직선 위의 점 A(-4), B(-2) 에 대하여 선분 AB를 한 변으로 하는 정사각형 ABCD 가 있다. 점 B 를 중심으로 하고, 대각선 BD 를 반지름으로 하는 반원의 넓이를 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4π

해설

정사각형 ABCD의 한 변의 길이가 $(-2) - (-4) = 2$ 이므로

대각선 BD의 길이는 $2\sqrt{2}$ 이다.

반지름이 $2\sqrt{2}$ 인 반원의 넓이는 $\frac{1}{2} \times \pi \times (2\sqrt{2})^2 = 4\pi$ 이다.

23. 다음을 간단히 하여라.

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{(\sqrt{3}-2)^2} + \sqrt{(-7-\sqrt{3})^2}}}$$

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : $\sqrt{3}$

해설

$\sqrt{3} - 2 < 0$, $-7 - \sqrt{3} < 0$ 이므로

$$\sqrt{\sqrt{\sqrt{(\sqrt{3} - 2)^2 + \sqrt{(-7 - \sqrt{3})^2}}}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{(2 - \sqrt{3}) + (7 + \sqrt{3})}}$$

$$= \sqrt{\sqrt{9}} = \sqrt{3}$$

해설

$$1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 11 = 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \times 11 = (720)^2 \times 7 \times 11$$

$$\therefore 5\sqrt{11!} = 3600\sqrt{77}$$

그런데 $8 < \sqrt{77} < 9$ 이므로 $28800 < 3600\sqrt{77} < 32400$ 이다.

따라서 정수 부분의 자릿수는 5 자리이다.

24. n 이 양의 정수일 때, $\sqrt{72n}$ 이 정수가 되도록 하는 가장 작은 두 자리의 수 n 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 18

해설

$$\sqrt{72n} = \sqrt{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times n}$$

$$= \sqrt{(2 \times 3)^2 \times 2 \times n}$$

$$\therefore n = 2 \times 3^2 = 18$$

25. $5\sqrt{11!}$ 의 정수 부분의 자릿수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 5 자리