

단원 종합 평가

1. $\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^cy^b}$ 일 때, $a+b+c$ 의 값을 구하면?

[배점 3, 하상]

- ① 15 ② 17 ③ 21 ④ 23 ⑤ 25

해설

$$\left(\frac{2z^b}{x^5y^a}\right)^3 = \frac{8z^{18}}{x^cy^b} \text{ 에서 좌변을 정리하면}$$

$$\frac{2^3(z^b)^3}{(x^5)^3(y^a)^3} = \frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}} \text{ 이므로 } \frac{8z^{3b}}{x^{15}y^{3a}} = \frac{8z^{18}}{x^cy^b} \text{ 의}$$

지수를 비교한다.

$$3b = 18 \text{ 이므로 } b = 6, c = 15 \text{ 이고}$$

$$b = 3a \text{ 에서 } 6 = 3a, a = 2 \text{ 이다.}$$

$$\therefore a + b + c = 2 + 6 + 15 = 23$$

2. $x^4 \times y^a \times x^b \times y^5 = x^{10}y^8$ 일 때, $a+b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 9

해설

$$\begin{aligned} (\text{준식}) &= x^{4+b} \times y^{a+5} \\ &= x^{10}y^8 \end{aligned}$$

$$4 + b = 10, b = 6$$

$$a + 5 = 8, a = 3$$

$$\therefore a + b = 9$$

3. $-3x(x-2y-1) = Ax^2 + Bxy + Cx$ 일 때, 상수 A, B, C 의 합 $A+B+C$ 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① -6 ② -5 ③ 0 ④ 3 ⑤ 6

해설

$$\begin{aligned} &(-3x) \times x + (-3x) \times (-2y) + (-3x) \times (-1) \\ &= -3x^2 + 6xy + 3x \end{aligned}$$

$$\therefore A + B + C = (-3) + 6 + 3 = 6$$

4. $(x + \frac{1}{3})^2 = x^2 - ax + \frac{1}{9}$ 일 때, 상수 a 의 값은?

[배점 3, 하상]

- ① $-\frac{1}{9}$ ② $-\frac{1}{3}$ ③ $-\frac{4}{9}$
④ $-\frac{5}{9}$ ⑤ $-\frac{2}{3}$

해설

$$x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = x^2 - ax + \frac{1}{9} \text{ 이므로 } a = -\frac{2}{3} \text{ 이다.}$$

5. 다음 중 결과가 나머지 것과 다른 것을 골라라.

- ㉠ a^{2+2+2} ㉡ $a^2 \times a^3$
 ㉢ $(a^2)^2 \times a^2$ ㉣ $a^2 \times a^3 \times a$
 ㉤ $(a^2)^3$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: ㉡

해설

- ㉠ $a^{2+2+2} = a^6$
 ㉡ $a^2 \times a^3 = a^{2+3} = a^5$
 ㉢ $(a^2)^2 \times a^2 = a^4 \times a^2 = a^6$
 ㉣ $a^2 \times a^3 \times a = a^{2+3+1} = a^6$
 ㉤ $(a^2)^3 = a^6$

6. 다음 중 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① $4 \times (-2)^3 = 32$
 ② $(-2)^2 \times (-2)^2 = -16$
 ③ $(-2)^2 \times (-8) = -32$
 ④ $9 \times 3^2 = 3^3$
 ⑤ $(-3) \times (-3)^3 = -3^4$

해설

- ① $4 \times (-2)^3 = 4 \times (-8) = -32$
 ② $(-2)^2 \times (-2)^2 = (-2)^4 = 16$
 ③ $(-2)^2 \times (-8) = 4 \times (-8) = -32$
 ④ $9 \times 3^2 = 3^2 \times 3^2 = 3^4$
 ⑤ $(-3) \times (-3)^3 = (-3)^4 = 3^4$

7. 다음 보기 중 이차식은 모두 몇 개 인가?

보기

- ㉠ $4x^2 - 5x$
 ㉡ $x(4x - 4) + 2 - 4x^2$
 ㉢ $\frac{1}{x^2} - x$
 ㉣ $(2 - 4x + 3x^2) - 2(x^2 - 4x + 1)$
 ㉤ $\left(\frac{1}{2}x^2 + 4x - 1\right) - \left(-1 - 4x - \frac{1}{3}x^2\right)$

[배점 3, 중하]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
 ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

식에서 가장 높은 차수가 이차식이어야 한다.

㉠. $4x^2 - 5x \rightarrow$ 이차식이다.

㉡.

$$x(4x - 4) + 2 - 4x^2 = 4x^2 - 4x + 2 - 4x^2 \\ = -4x + 2$$

$\rightarrow$ 계산을 하면 이차항이 소거된다.

㉢. $\frac{1}{x^2} - x \rightarrow$ 이차항이 분모에 있으므로 이차식이 아니다.

㉣.

$$(2 - 4x + 3x^2) - 2(x^2 - 4x + 1) \\ = 2 - 4x + 3x^2 - 2x^2 + 8x - 2 \\ = x^2 + 4x$$

$\rightarrow$ 이차식이다.

㉤.

$$\left(\frac{1}{2}x^2 + 4x - 1\right) - \left(-1 - 4x - \frac{1}{3}x^2\right) \\ = \frac{1}{2}x^2 + 4x - 1 + 1 + 4x + \frac{1}{3}x^2 \\ = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{3}x^2 + 8x \\ = \frac{3}{6}x^2 + \frac{2}{6}x^2 + 8x \\ = \frac{5}{6}x^2 + 8x$$

$\rightarrow$ 이차식이다.

8. 안에 들어갈 가장 간단한 식을 구하여라.

$$x + 4y - \{2x - (3y - \square + y) + y\} = 5x - (3x + 2y) \\ \text{[배점 3, 중하]}$$

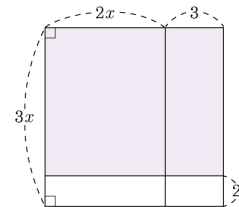
▶ 답 :

▶ 정답 : $-3x + 9y$

해설

$$x + 4y - \{2x - (3y - \square + y) + y\} \\ = x + 4y - (2x - 3y + \square - y + y) \\ = x + 4y - (2x - 3y + \square) \\ = -x + 7y - \square \\ -x + 7y - \square = 5x - 3x - 2y = 2x - 2y \\ \therefore \square = -x + 7y - 2x + 2y = -3x + 9y$$

9. 다음 그림의 색칠한 부분의 넓이는?



[배점 3, 중하]

① $6x^2 + 5x - 6$

② $4x^2 + 12x + 9$

③ $9x^2 - 12x + 4$

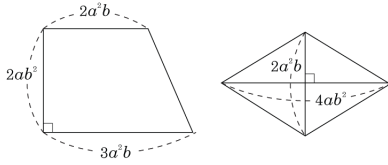
④ $6x^2 - 5x + 6$

⑤ $4x^2 - 5x + 6$

해설

색칠한 부분의 가로의 길이는 $2x + 3$, 세로의 길이는 $3x - 2$ 이다. 색칠한 부분의 넓이는 $(2x + 3)(3x - 2) = 6x^2 + 5x - 6$ 이다.

10. 다음 그림에서 사다리꼴의 넓이는 마름모의 넓이의 몇 배 인가?



[배점 4, 중중]

- ① 2 배 ② $\frac{5}{4}$ 배 ③ $\frac{3}{2}$ 배
④ 4 배 ⑤ $\frac{8}{3}$ 배

해설

(사다리꼴의 넓이)

$$= \{(\text{윗변} + \text{아랫변}) \times \text{높이}\} \times \frac{1}{2}$$

(마름모의 넓이)

$$= (\text{한 대각선의 길이}) \times (\text{다른 대각선의 길이}) \times \frac{1}{2}$$

(사다리꼴의 넓이)

$$= \{(2a^2b + 3a^2b) \times 2ab^2\} \times \frac{1}{2}$$

$$= (5a^2b \times 2ab^2) \times \frac{1}{2} = 5a^3b^3$$

$$(\text{마름모의 넓이}) = (2a^2b \times 4ab^2) \times \frac{1}{2} = 4a^3b^3$$

$5a^3b^3 = \frac{5}{4} \times 4a^3b^3$ 이므로, 사다리꼴의 넓이는 마름모의 넓이의 $\frac{5}{4}$ 배이다.

11. $\frac{4a^2b^2 - \square}{-2ab^2} = -2a + 4ab$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 알맞은 식은? [배점 4, 중중]

- ① $-8a^3b^2$ ② $-8a^3b^3$ ③ $-8a^2b^3$
④ $8a^3b^2$ ⑤ $8a^2b^3$

해설

$\frac{4a^2b^2 - \square}{-2ab^2} = -2a + 4ab$ 에서 빈 칸에 들어갈 식을 A 로 놓자.

$$4a^2b^2 - A = -2ab^2(-2a + 4ab)$$

$$A = 4a^2b^2 + 2ab^2(-2a + 4ab)$$

$$= 4a^2b^2 + 8a^2b^3 - 4a^2b^2 = 8a^2b^3$$

12. $\frac{1}{3}x^2 + 2 - \left[\frac{2}{3}x^2 + \left\{ x - \left(\frac{1}{2}x^2 - 3 \right) \right\} \right] = ax^2 + bx + c$ 에서 상수 a, b, c 의 합 a + b + c 의 값은?

[배점 4, 중중]

- ① -2 ② $-\frac{11}{6}$ ③ $\frac{1}{6}$
④ $\frac{5}{6}$ ⑤ 1

해설

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}x^2 + 2 - \left[\frac{2}{3}x^2 + \left\{ x - \left(\frac{1}{2}x^2 - 3 \right) \right\} \right] \\ &= \frac{1}{3}x^2 + 2 - \left(\frac{2}{3}x^2 + x - \frac{1}{2}x^2 + 3 \right) \\ &= \frac{1}{3}x^2 + 2 - \frac{2}{3}x^2 - x + \frac{1}{2}x^2 - 3 \\ &= \frac{1}{6}x^2 - x - 1 \end{aligned}$$

$$\therefore a + b + c = \frac{1}{6} + (-1) + (-1) = -\frac{11}{6}$$

13. 다음 중 풀이가 올바른 것을 고르면?

[배점 4, 중중]

- ① $2a(3x+2) = 6ax+2a$
- ② $(2ab+3b) \div \frac{b}{2} = 4a+6b^2$
- ③ $(8x^2-12x) \div (-4x) = -2x+3$
- ④ $2x(3x-1) - 3x(4-x) = 9x^2 - 10x$
- ⑤ $3x(-x+2y-4) = 3x^2 + 6xy - 12x$

해설

- ① $6ax+4a$
- ② $4a+6$
- ④ $9x^2-14x$
- ⑤ $-3x^2+6xy-12x$

14. 다음 식을 전개하였을 때, 그 결과가 이차식인 것을 모두 고르면?

[배점 4, 중중]

- ① $(4-5x+6x^2) - 3(2x^2+3x-4)$
- ② $\left(7-\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}+8\right)$
- ③ $(5+6x+x^2) - (-5+6x+x^2)$
- ④ $\left(\frac{1}{4}x^2+5x-6\right) - \left(-6-5x-\frac{1}{4}x^2\right)$
- ⑤ $\left(\frac{2}{3}x^2-x+1\right) - \left(1-x-\frac{1}{3}x^2\right)$

해설

- ① $4-5x+6x^2-6x^2-9x+12 = -14x+16$ (일차식)
- ② $\left(7-\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}+8\right) = 15$
- ③ $5+6x+x^2+5-6x-x^2 = 10$
- ④ $\frac{1}{2}x^2+10x$ (이차식)
- ⑤ x^2 (이차식)

15. 다항식 A에서 $-x-2y+4$ 를 빼었더니 $4x+y-3$ 이 되었다. 이때, 다항식 A는?

[배점 4, 중중]

- ① $-5x-3y-7$
- ② $-5x-y+1$
- ③ $3x-y+1$
- ④ $5x+3y-7$
- ⑤ $5x+3y+7$

해설

$$\begin{aligned} A &= (4x+y-3) + (-x-2y+4) \\ &= 4x+y-3-x-2y+4 \\ &= 3x-y+1 \end{aligned}$$

16. 곱셈 공식을 이용하여 다음을 계산하면?

$$511 \times 511 - 510 \times 512 - 2$$

[배점 4, 중중]

- ① -2
- ② -1
- ③ 0
- ④ 1
- ⑤ 2

해설

$$\begin{aligned}
 a &= 511 \text{ 로 놓으면} \\
 511 \times 511 - 510 \times 512 - 2 \\
 &= a \times a - (a-1) \times (a+1) - 2 \\
 &= a^2 - (a^2 - 1) - 2 \\
 &= a^2 - a^2 + 1 - 2 = -1
 \end{aligned}$$

17. 부등식 $5^{100} < x^{200} < 4^{300}$ 을 만족하는 자연수 x 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 정답: 5개

해설

$$\begin{aligned}
 5^{100} &< (x^2)^{100} < (4^3)^{100} \\
 5 &< x^2 < 4^3 \\
 \text{따라서 만족하는 자연수는 } 3, 4, 5, 6, 7 \text{로 } 5 \text{ 개 이다.}
 \end{aligned}$$

18. 4개의 수 a, b, c, d 에 대하여 기호 $\left| \begin{array}{cc} a & b \\ c & d \end{array} \right| = ad - bc$ 로 정의 한다.

이때, $\left| \begin{array}{cc} x+2y-3 & -\frac{3}{2} \\ y-x+1 & \frac{1}{2} \end{array} \right|$ 은? [배점 5, 중상]

- ① $x - \frac{5}{2}y - 3$ ② $x - \frac{3}{2}y - 2$
 ③ $x + \frac{3}{2}y - 1$ ④ $-x + \frac{5}{2}y$
 ⑤ $-x + \frac{7}{2}y$

해설

$$\begin{aligned}
 (x+2y-3) \times \frac{1}{2} - \left(-\frac{3}{2}\right) \times (y-x+1) \\
 = \left(\frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}y + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}\right) \\
 = \frac{1}{2}x + y - \frac{3}{2} + \frac{3}{2}y - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} \\
 = -x + \frac{5}{2}y
 \end{aligned}$$

19. 두 식 x, y 에 대하여 $*$, $\triangle$ 를 $x*y = (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy$, $x\triangle y = (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy$ 로 정의할 때, $\frac{(x*y) - (x\triangle y)}{(x*y) + (x\triangle y)}$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{6y+x}{6y+x}$ ② $\frac{6y-x}{6y-x}$ ③ $\frac{6y-x}{6y+x}$
 ④ $\frac{6y+x}{6y-x}$ ⑤ $\frac{3y-x}{3y+x}$

해설

$$\begin{aligned}
 x*y &= (8xy^2 + 4xy^2) \div 2xy = 4y + 2y \\
 x\triangle y &= (12x^2y - 8x^2y) \div 4xy = 3x - 2x = x \\
 \therefore \frac{(x*y) - (x\triangle y)}{(x*y) + (x\triangle y)} &= \frac{6y - x}{6y + x}
 \end{aligned}$$

20. $\frac{2x^2 - 5x + 4}{3}$ 에 어떤 식을 더해야 할 것을 잘못하여 빼었더니 $\frac{x^2 - 19x + 5}{6}$ 가 되었다. 바르게 계산한 답을 구하면? [배점 5, 중상]

- ① $\frac{x^2 - 24x + 5}{6}$ ② $\frac{3x^2 - 2x + 5}{6}$
 ③ $\frac{7x^2 - x + 5}{6}$ ④ $\frac{7x^2 - x + 9}{6}$
 ⑤ $\frac{7x^2 - x + 11}{6}$

해설

$$\begin{aligned} \text{어떤 식을 } A \text{라 하면 } \frac{2x^2 - 5x + 4}{3} - A &= \frac{x^2 - 19x + 5}{6} \\ \therefore A &= \frac{2x^2 - 5x + 4}{3} - \frac{x^2 - 19x + 5}{6} \\ &= \frac{4x^2 - 10x + 8}{6} - \frac{x^2 - 19x + 5}{6} \\ &= \frac{3x^2 + 9x + 3}{6} \end{aligned}$$

따라서 바르게 계산하면

$$\begin{aligned} \frac{2x^2 - 5x + 4}{3} + \frac{3x^2 + 9x + 3}{6} &= \frac{4x^2 - 10x + 8}{6} + \frac{3x^2 + 9x + 3}{6} \\ &= \frac{7x^2 - x + 11}{6} \end{aligned}$$

21. $\left(\frac{3}{2}x + 4\right)^2 + 4a = bx^2 + cx + 19$ 일 때, 상수 a, b, c 에서 $(a+b)c$ 의 값은? [배점 5, 중상]

- ① -19 ② $\frac{1}{4}$ ③ $\frac{1}{16}$
④ 18 ⑤ 36

해설

$$\begin{aligned} \left(\frac{3}{2}x + 4\right)^2 + 2 \times \frac{3}{2}x \times 4 + 4^2 + 4a &= \frac{9}{4}x^2 + 12x + 16 + 4a \\ 16 + 4a &= 19 \\ a &= \frac{3}{4}, b = \frac{9}{4}, c = 12 \\ \therefore (a+b)c &= \left(\frac{3}{4} + \frac{9}{4}\right) \times 12 = 36 \end{aligned}$$

22. $4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} = 16 \times 100^x$ 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$\begin{aligned} (\text{좌변}) &= 4^{x+2} \div 2^{2x-6} \times 25 \cdot 5^{2x-2} \\ &= (2^2)^{x+2} \times 2^{6-2x} \times 5^{2+2x-2} \\ &= 2^{2x+4+6-2x} \times 5^{2x} \\ &= 2^{10} \times 5^{2x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{우변}) &= 16 \times 100^x = 2^4 \times (2^2 \times 5^2)^x = 2^{4+2x} \times 5^{2x} \\ \text{따라서 } 4 + 2x &= 10 \text{ 이므로 } x = 3 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

23. $1 \leq \left(\frac{n}{4}\right)^{200} \leq \left(\frac{27}{16}\right)^{100}$ 을 만족하는 자연수 n 의 값을 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 4

▷ 정답: 5

해설

각 항의 지수를 통일하면

$$\begin{aligned} 1^{100} &\leq \left(\frac{n^2}{16}\right)^{100} \leq \left(\frac{27}{16}\right)^{100} \\ 1 &\leq \frac{n^2}{16} \leq \frac{27}{16} \\ 16 &\leq n^2 \leq 27 \end{aligned}$$

따라서 $16 \leq n^2 \leq 27$ 를 만족하는 자연수 $n = 4, 5$ 이다.

24. $A = x^2 - 3x + 1$, $B = 3x^2 + 5$, $C = -2x^2 + 7x$ 일 때, $3(A + B) - 2C - (A - C)$ 의 x^2 의 계수를 a , x 의 계수를 b , 상수항을 c 라고 하자. $a + b + c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 17

해설

$$\begin{aligned} & 3(A + B) - 2C - (A - C) \\ &= 3A + 3B - 2C - A + C \\ &= 2A + 3B - C \\ &= 2(x^2 - 3x + 1) + 3(3x^2 + 5) - (-2x^2 + 7x) \\ &= 13x^2 - 13x + 17 \\ \therefore a &= 13, b = -13, c = 17 \\ \therefore a + b + c &= 17 \end{aligned}$$

25. $a : b = x : y$ 일 때, $\frac{\frac{a^3}{x^2} + \frac{b^3}{y^2}}{\frac{(a+b)^3}{(x+y)^2}}$ 의 값을 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

해설

$$\begin{aligned} \frac{a}{x} &= \frac{b}{y} = k \text{ 라 하면} \\ a &= xk, b = yk \\ \frac{\frac{a^3}{x^2} + \frac{b^3}{y^2}}{\frac{(a+b)^3}{(x+y)^2}} &= \frac{\frac{(xk)^3}{x^2} + \frac{(yk)^3}{y^2}}{\frac{(xk+yk)^3}{(x+y)^2}} = \frac{(x+y)k^3}{(x+y)k^3} = 1 \end{aligned}$$