

단원 종합 평가

1. 세 집합 $A = \{1, 4, 9\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 5, 9, 10\}$ 에 대하여 다음 중 옳지 않은 것은?

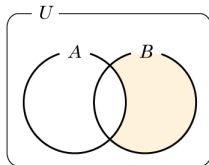
[배점 3, 하상]

- ① $A \cap B = \{4\}$
- ② $B \cap C = \emptyset$
- ③ $A \cup C = \{1, 9, 10\}$
- ④ $(A \cap B) \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$
- ⑤ $A \cup (B \cup C) = \{1, 2, 4, 5, 6, 8, 9, 10\}$

해설

- ③ $A \cup C = \{1, 4, 5, 9, 10\}$

2. $n(U) = 15, n(A - B) = 5, n(A) = 8, n(B^c) = 8$ 일 때, 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 개수는?



[배점 3, 하상]

- ① 1 개 ② 2 개 ③ 3 개
- ④ 4 개 ⑤ 5 개

해설

$n(A) = 8, n(A - B) = 5$ 이므로 $n(A \cap B) = 3$ 이다.

$n(B^c) = 8$ 이므로 $n(B) = n(U) - n(B^c) = 15 - 8 = 7$ 이다.

따라서 $n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 7 - 3 = 4$ 이다.

3. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = B$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① $B \subset A$
- ② $A \subset (A \cup B)$
- ③ $A \cup B = A$
- ④ $(A \cap B) \cup B = A$
- ⑤ $(A \cap B) \subset (A \cup B)$

해설

$A \cap B = B$ 이면 $B \subset A$ 이다.

④ $A \cap B = B$ 이면 $(A \cap B) \cup B = B \cup B = B$ 이므로 옳지 않다.

4. 다음 중 12와 서로소인 수는? [배점 3, 하상]

- ① 2 ② 3 ③ 4 ④ 5 ⑤ 6

해설

$12 = 2^2 \times 3$ 이므로 5 와 서로소이다.

5. $n(A) = 30$, $n(B) = 25$ 이고, $A \cap B = \emptyset$ 일 때, $n(A - B)$ 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 30

해설

$A \cap B = \emptyset$ 이므로 $A - B = A$ 이다.
 $n(A - B) = n(A) = 30$

6. 두 집합 $A = \{4, 7, 9\}$, $B = \{x - 2, x + 1, x + 3\}$ 에 대하여 $A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$A \subset B$ 이고 $B \subset A$ 는 $A = B$ 이다. 두 집합 A, B 의 모든 원소가 같아야 한다.
 두 집합의 원소를 비교하면 $x - 2$ 가 가장 작은 수이기 때문에 $x - 2 = 4$ 이다.
 따라서 $x = 6$ 이다.

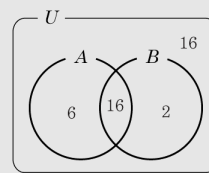
7. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40$,
 $n(A) = 22$, $n(B) = 18$, $n(A - B) = 6$ 일 때, $n((A \cup B)^c)$ 을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16

해설

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



$$n((A \cup B)^c) = 16$$

8. $\frac{686}{n} = a^2$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a + n$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 조건을 만족하는 최소의 자연수) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 21

해설

$$686 = 2 \times 7^3$$

$$n = 14, \quad a = 7$$

$$a + n = 7 + 14 = 21$$

9. 다음 중 약수의 개수가 가장 많은 것은?

[배점 3, 중하]

- ① 5^3 ② 2×3 ③ $2^2 \times 7^2$
 ④ $5^2 \times 7$ ⑤ 13^6

해설

각각의 약수의 개수를 구하면 다음과 같다.

- ① $3 + 1 = 4$ (개)
 ② $(1 + 1) \times (1 + 1) = 4$ (개)
 ③ $(2 + 1) \times (2 + 1) = 9$ (개)
 ④ $(2 + 1) \times (1 + 1) = 6$ (개)
 ⑤ $6 + 1 = 7$ (개)

10. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $n(U) = 40, n(A) = 18, n(A \cap B^c) = 10, n(B) = 19$ 일 때, $n(B \cap A^c)$ 은? [배점 4, 중중]

- ① 8 ② 9 ③ 10 ④ 11 ⑤ 12

해설

$n(A) = 18, n(A - B) = 10$ 이므로 $n(A \cap B) = 8$ 이다.

$n(B \cap A^c) = n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 19 - 8 = 11$ 이다.

11. 집합 $A = \{2, 3, a + 2\}, B = \{3, 5, a\}$ 에 대하여, $A \cup B = \{2, 3, 4, 5\}$ 일 때, 집합 $A \cap B$ 는?

[배점 4, 중중]

- ① $\{2\}$ ② $\{3\}$ ③ $\{2, 3\}$
 ④ $\{2, 4\}$ ⑤ $\{2, 3, 5\}$

해설

$a + 2 > a$ 이므로 $a + 2 = 4, a = 2$

$A = \{2, 3, 4\}, B = \{2, 3, 5\}$

$\therefore A \cap B = \{2, 3\}$

12. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 에서 홀수는 반드시 포함하고, 4의 배수는 포함하지 않는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이므로
 $2(\text{홀수, 4의 배수를 뺀 원소의 개수}) = 2^{10-5-2} = 2^3 = 8$ (개)

13. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 15 \text{ 이하의 홀수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여
 $A \cap B^c = \{3, 5\}, B - A = \{7, 11\}, A \cap B = \{13, 15\}$
 일 때, $(A \cup B)^c$ 는? [배점 4, 중중]

- ① $\{1\}$ ② $\{7\}$ ③ $\{9\}$
 ④ $\{1, 7\}$ ⑤ $\{1, 9\}$

해설

$U = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15\}$, $A \cap B^c = \{3, 5\}, B - A = \{7, 11\}, A \cap B = \{13, 15\}$
 이므로 $(A \cup B)^c = \{1, 9\}$ 이다.

14. 두 자연수 A, B 의 최대공약수가 42 일 때, 다음 중 A 와 B 의 공약수가 아닌 것은? [배점 4, 중중]

- ① 3 ② 6 ③ 14 ④ 21 ⑤ 28

해설

공약수는 최대공약수의 약수인데 ⑤ 28 는 42 의 약수가 아니다.

15. 가로 길이가 120cm, 세로 길이가 96cm, 높이가 60cm 인 직육면체를 일정한 크기로 잘라 가능한 한 가장 큰 정육면체로 나누려고 한다. 이때, 만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이를 A cm, 정육면체의 개수를 B 개 라 할 때, $A + B$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 412

해설

만들어진 정육면체의 한 모서리의 길이는 120, 96, 60 의 최대공약수이므로

$$120 = 2^3 \times 3 \times 5$$

$$96 = 2^5 \times 3$$

$$60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

$$\text{최대공약수는 } 2^2 \times 3 = 12$$

$$\therefore 12\text{cm}$$

정육면체의 개수는

$$(120 \div 12) \times (96 \div 12) \times (60 \div 12)$$

$$= 10 \times 8 \times 5 = 400 \text{ (개)}$$

$$\therefore 400 \text{ 개}$$

$$\text{따라서 } A + B = 12 + 400 = 412$$

16. 두 자연수의 곱이 1440 이고, 최대공약수가 6 일 때, 이 두 수의 최소공배수를 구하면? [배점 4, 중중]

- ① 240 ② 300 ③ 360
 ④ 480 ⑤ 540

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $1440 = L \times 6$ 이다.
 $\therefore L = 240$

17. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 30 \text{이하의 자연수}\}$ 의 세 부분 집합

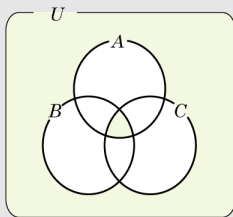
$A = \{x | x \text{는 } 30 \text{이하의 } 6 \text{의 배수}\},$
 $B = \{x | x \text{는 } 30 \text{이하의 } 9 \text{의 배수}\},$
 $C = \{9, 12, 18, 20, 25\}$ 에 대하여 $A \Delta B = (A \cap B) \cup (A \cup B)^c$ 일 때, $n((A \Delta B) \cap (A \Delta C))$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 22

해설

$(A \Delta B) \cap (A \Delta C)$ 를 벤 다이어그램에 나타내면 다음과 같다.



$n(A \cap B \cap C) = 1, n((A \cup B \cup C)^c) = 21$
 $\therefore n((A \Delta B) \cap (A \Delta C)) = 1 + 21 = 22$

18. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 4 \text{의 약수}\}$ 의 부분집합을 X 라고 하자. 집합 X 의 모든 원소들의 합을 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 28

해설

$A = \{1, 2, 4\}$
 $X : \emptyset, \{1\}, \{2\}, \{4\}, \{1, 2\}, \{1, 4\},$
 $\{2, 4\}, \{1, 2, 4\}$

집합 X 의 원소들의 합에는 1, 2, 4 가 각각 4 번씩 더해지므로 $(1 + 2 + 4) \times 4 = 28$

19. 세 집합 A, B, C 에 대해서 $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 의 포함 관계를 가질 때, 다음 중 $A = B = C$ 의 관계가 되는 경우를 모두 고른 것은?

보기

- | | | |
|-----------------|-----------------|-----------------|
| ㉠ $A = B$ | ㉡ $A = C$ | ㉢ $B = C$ |
| ㉤ $B \subset A$ | ㉥ $C \subset A$ | ㉦ $C \subset B$ |

[배점 5, 중상]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉤ ③ ㉢, ㉦

- ④ ㉡, ㉥ ⑤ ㉥, ㉦

해설

㉠ $A = C$ 면 $A \subset C, C \subset A$ 이므로, $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

㉥ $A \subset B$ 이고 $B \subset C$ 이므로, $C \subset A$ 일 때 $A = B = C$ 의 관계가 성립한다.

20. 360 을 소인수분해하였을 때, 각 소인수의 지수의 합을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)360} \\ 2 \overline{)180} \\ 2 \overline{)90} \\ 3 \overline{)45} \\ 3 \overline{)15} \\ \quad 5 \end{array}$$

$$360 = 2^3 \times 3^2 \times 5$$

$$\therefore 3 + 2 + 1 = 6$$

21. 270 과 $2^2 \times a \times 7$ 의 최대공약수가 18 일 때, a 의 최솟값을 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9

해설

$$270 = 2 \times 3^3 \times 5 \text{ 이고 } 18 = 2 \times 3^2 \text{ 이므로}$$

$$a = 3^2 = 9$$

22. 집합 $U = \{x | x \leq 10, x \text{는 자연수}\}$ 의 두 부분집합 A, B 가 있다. $A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = U$ 이고, A 의 모든 원소의 합은 15 일 때, 집합 B 의 모든 원소의 합을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 40

해설

$$U = \{x | x \leq 10, x \text{는 자연수}\} = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$$

$A \cap B = \emptyset$, $A \cup B = U$ 집합 A, B 는 서로소이고, 전체집합 U 의 모든 원소를 나누어 가진다.

전체집합 U 의 모든 원소의 합은 $1 + 2 + 3 + \dots + 10 = 55$ 이고,

A 의 모든 원소의 합은 15 이므로

집합 B 의 모든 원소의 합은 $55 - 15 = 40$

23. 전체집합 $U = \{1, 2\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A \cap B = A$ 인 두 집합 A, B 는 모두 몇 쌍인지 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 9쌍

해설

$A \cap B = A$ 이면 $A \subset B$ 이다.

집합 U 의 부분집합은 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$,

$A = \emptyset$ 일 때, B 는 $\emptyset, \{1\}, \{2\}, \{1, 2\}$ 로 4 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1\}$ 일 때, B 는 $\{1\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{2\}$ 일 때, B 는 $\{2\}, \{1, 2\}$ 로 2 쌍이 될 수 있다.

$A = \{1, 2\}$ 일 때, B 는 $\{1, 2\}$ 이므로 1 쌍이 될 수 있다.

$\therefore 4 + 2 + 2 + 1 = 9(\text{쌍})$

24. $A = \{\emptyset, \{a\}, b, \{c, d\}, e\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 상하]

① $\{a\} \in A$

② $\emptyset \in A$

③ $\{c, d\} \subset A$

④ $n(A) = 5$

⑤ $\{b, e\} \subset A$

해설

③ $\{c, d\} \in A$

25. 108 의 소인수의 집합은?

[배점 5, 상하]

① $\{2^2, 3^2\}$

② $\{2, 3\}$

③ $\{1, 3\}$

④ $\{1, 2, 3\}$

⑤ $\{1, 2, 2^2, 3, 3^2, 3^3\}$

해설

$108 = 2^2 \times 3^3$