

단원 종합 평가

1. 두 집합 $n(A) = 12, n(B) = 14, n(A \cap B) = 8$ 일 때, $n(B - A)$ 는? [배점 3, 하상]

① 2 ② 4 ③ 6 ④ 8 ⑤ 10

해설

$$n(B - A) = n(B) - n(A \cap B) = 14 - 8 = 6$$

2. 다음 중 자연수 84 를 바르게 소인수분해한 것은? [배점 3, 하상]

① $2^3 \times 3 \times 7$ ② $2 \times 3^2 \times 7$
 ③ $2^2 \times 3^2 \times 5$ ④ $2^2 \times 3^3 \times 7$
 ⑤ $2^2 \times 3 \times 7$

해설

$$\begin{array}{r} 2 \overline{) 84} \\ 2 \overline{) 42} \\ 3 \overline{) 21} \\ 7 \\ 84 = 2^2 \times 3 \times 7 \end{array}$$

3. 이진법으로 나타낸 수 $111_{(2)}$ 보다 크고 $1111_{(2)}$ 보다 작은 자연수의 개수는? [배점 3, 하상]

① 6 개 ② 7 개 ③ 8 개
 ④ 9 개 ⑤ 10 개

해설

$$\begin{aligned} 111_{(2)} &= 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 4 + 2 + 1 = 7 \\ 1111_{(2)} &= 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 8 + 4 + 2 + 1 = 15 \text{ 이므로} \\ 111_{(2)} \text{ 보다 크고 } 1111_{(2)} \text{ 보다 작은 자연수는 } 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14 \text{ 의 7 개이다.} \end{aligned}$$

4. $2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 5^2 \times 7$ 의 최대공약수는? [배점 3, 하상]

① $2^3 \times 3 \times 5^2$ ② $2^3 \times 3 \times 7$
 ③ $2^3 \times 3 \times 5^2 \times 7$ ④ $2^2 \times 5$
 ⑤ $2 \times 3 \times 7$

해설

$$\therefore 2^3 \times 3 \times 5, 2^2 \times 5^2 \times 7 \text{ 의 최대공약수: } 2^2 \times 5$$

5. 세 집합 $A = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 홀수}\}$, $B = \{x | x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$, $C = \{x | x \text{는 } 10 \text{보다 작은 자연수}\}$ 사이의 포함관계를 기호를 사용하여 나타낸 것으로 옳은 것을 골라라. [배점 3, 중하]

① $A \subset B \subset C$ ② $A \subset C \subset B$
 ③ $B \subset A \subset C$ ④ $A \subset B = C$
 ⑤ $B \subset A = C$

해설

$$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

$$B = \{1, 3, 9\}$$

$$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$$

$$\therefore B \subset A \subset C$$

6. 다음 두 조건을 만족하는 두 집합 A, B 는?

$$A \cap B = A, \quad A \cup B = B$$

[배점 3, 중하]

① $A = \{1, 2, 3, 5\}, B = \{3, 5\}$

② $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{2, 4, 8\}$

③ $A = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$

④ $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}, B = \{x \mid x \text{는 } 9 \text{의 약수}\}$

⑤ $A = \{\text{대, 한, 민, 국}\}, B = \{\text{한, 국}\}$

해설

주어진 조건을 만족하려면 두 집합 A, B 는 $A \subset B$ 의 관계이어야 한다.

① $B \subset A$

② $B \subset A$

③ $A = \{1, 2, 3, 6\}, B = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$
이므로 $A \subset B$

④ $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}, B = \{1, 3, 9\}$ 이므로 $A \not\subset B, B \not\subset A$

⑤ $B \subset A$

7. 집합 $A = \{a, b, c, d\}$ 의 부분집합 중에서 a 를 포함하는 부분집합의 개수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$\{b, c, d\}$ 의 부분집합의 개수와 같다.

$$\text{즉, } 2^3 = 8$$

8. 다음 중 $11011_{(2)}$ 에 대한 설명으로 옳은 것은?

[배점 3, 중하]

① 전개식은 $1 \times 2^5 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2 + 1 \times 1$ 이다.

② 십진법으로 나타내면 25이다.

③ 2^3 의 자리의 숫자는 0이다.

④ 9로 나누어 떨어진다.

⑤ 이 수보다 1 작은 수는 $11001_{(2)}$ 이다.

해설

$$11011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 27$$

① 전개식은 $1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1$ 이다.

② 십진법으로 나타내면 27이다.

③ 2^3 의 자리의 숫자는 1이다.

⑤ 이 수보다 1 작은 수는 $11010_{(2)}$ 이다.

9. 두 수 18 과 30 의 공배수 중 가장 작은 세 자리 자연 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 180

해설

18 과 30 의 공배수는 18과 30의 최소공배수의 배수와 같다.

$$18 = 2 \times 3^2, 30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$18 \text{ 과 } 30 \text{ 의 최소공배수는 } 2 \times 3^2 \times 5 = 90$$

따라서 공배수 중 가장 작은 세 자리 수는 180 이다.

10. 두 집합 A, B 에 대하여 $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{ 이하의 자연수}\}$ 일 때, 다음 중 집합 A 가 될 수 없는 것은?

[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 2, 6\}$
- ② $\{x \mid x \text{는 } 12 \text{보다 작은 } 6 \text{의 배수}\}$
- ③ $\{3, 6\}$
- ④ $\{x \mid x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\}$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 6 \text{의 약수}\}$

해설

집합 $B = \{1, 2, 3\}$ 이고, $A \cup B = \{1, 2, 3, 6\}$ 이므로 $6 \in A$

집합 A 는 원소 6 을 반드시 포함하는 $A \cup B$ 의 부분집합이다.

$$\textcircled{4} \{x \mid x \text{는 } 4 < x < 7 \text{인 자연수}\} = \{5, 6\} \not\subset \{1, 2, 3, 6\}$$

11. 두 집합 $A = \{1, 5, a\}$, $B = \{5, 7, b\}$ 이고 $A \subset B$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것을 골라라.

$$\textcircled{㉠} a = 5$$

$$\textcircled{㉡} b = 1$$

$$\textcircled{㉢} B \subset A$$

$$\textcircled{㉣} A = B$$

$$\textcircled{㉤} a + b = 8$$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

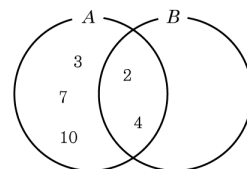
해설

$A \subset B$ 조건을 만족하기 위해선 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 안에 포함되어야 하므로 $b = 1$ 이고,

a 는 1, 5, 7 중 한 가지가 되어야하지만 이미 집합 A 에 1, 5 가 존재하므로 $a = 7$ 이 되어 $A = B$ 가 된다.

$$\textcircled{㉠} a = 7$$

12. 다음의 벤 다이어그램에서 $A = \{2, 3, 4, 7, 10\}$, $A \cap B = \{2, 4\}$ 일 때, 집합 B 가 될 수 있는 것은?



[배점 4, 중중]

- ① $\{2, 3, 8\}$
- ② $\{2, 5, 7\}$
- ③ $\{4, 9, 10\}$
- ④ $\{2, 4, 6, 7\}$
- ⑤ $\{1, 2, 4, 8\}$

해설

집합 B 는 반드시 $A \cap B = \{2, 4\}$ 을 포함하여야 하며 A 집합에만 존재하는 원소 3, 7, 10 은 들어갈 수 없다.

- ① 3 이 포함되어서 옳지 않다.
- ② 7 이 포함되어서 옳지 않다.
- ③ 10 이 포함되어서 옳지 않다.
- ④ 7 이 포함되어서 옳지 않다.

13. 어떤 자연수에 12 를 곱하여, 45 와 60 의 공배수가 되게 하려고 한다. 이러한 자연수 중에서 가장 작은 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 15

해설

45 와 60 의 최소공배수는 180 이다. 12 를 곱하여 180 이 나오는 수는 15 이다.

14. 세 수 6, 8, 12 어느 것으로 나누어도 나머지가 5 인 가장 작은 세 자리의 자연수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 101

해설

구하는 수를 A 라 하면

$A = (6, 8, 12 \text{의 공배수}) + 5$ 인 수 중 가장 작은 세 자리 자연수,

6, 8, 12 의 최소공배수는 24 이다.

24 의 배수는 24, 48, 72, 96, 120, ...

따라서 $A = 96 + 5 = 101$ 이다.

15. 다음 중 두 수 $2^2 \times 3 \times 5^2 \times 7$, $2 \times 3^2 \times 5 \times 11$ 의 최대공약수를 구하면? [배점 4, 중중]

① $2 \times 3 \times 5$

② $2^2 \times 3^2 \times 5^2$

③ $2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11$

④ $2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11$

⑤ $2^2 \times 3^2 \times 5^2 \times 7 \times 11$

해설

공통인 소인수 중 지수가 낮은 쪽을 택하여 곱하면 되므로 $2 \times 3 \times 5$ 이다.

16. 48 에 자연수 x 를 곱하여 어떤 자연수의 제곱이 되게 하려고 한다. 다음에서 x 가 될 수 있는 수를 모두 고르면 (정답 2개)? [배점 4, 중중]

① 2 ② 3 ③ 4 ④ 9 ⑤ 12

해설

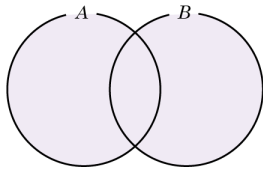
$$48 = 2^4 \times 3$$

곱해서 곱해야 하는 $x = 3 \times k^2$ 이다.

$$\text{따라서 } x = 3 \times 1^2 = 3,$$

$$x = 3 \times 2^2 = 12$$

17. 두 집합 $A = \{1, 3, 5, 9, 15\}$, $B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 에 대하여 다음 벤 다이어그램의 색칠한 부분을 나타내는 집합의 원소의 합을 구하여라.



[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 105

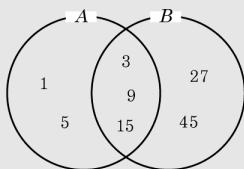
해설

$B = \{3 \times x \mid x \in A\}$ 는 집합 A 의 원소를 x 에 대입한 수들의 집합이다.

원소나열법으로 고쳐보면,

$$B = \{3, 9, 15, 27, 45\} \text{ 이다.}$$

벤 다이어그램을 그리면 다음과 같다.



색칠한 부분의 원소는 $\{1, 3, 5, 9, 15, 27, 45\}$ 이다.

따라서 모든 원소의 합은

$$1 + 3 + 5 + 9 + 15 + 27 + 45 = 105 \text{ 이다.}$$

18. 두 집합 $A = \{3, 6, 8, 9, 11\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 3 \leq x \leq 5 \text{인 자연수}\}$ 에 대하여 $(A-B) \cup X = X$, $(A \cup B) \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: 8개

해설

$$B = \{3, 4, 5\}$$

$$(A-B) \cup X = X \text{ 이므로 } (A-B) \subset X$$

$$(A \cup B) \cap X = X \text{ 이므로 } X \subset (A \cup B)$$

$$\{6, 8, 9, 11\} \subset X \subset \{3, 4, 5, 6, 8, 9, 11\}$$

집합 X 는 $A \cup B$ 의 부분집합 중 원소 6, 8, 9, 11을 반드시 포함하는 집합이다.

$$\therefore 2^{7-4} = 2^3 = 8 \text{ (개)}$$

19. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 연산 과정 중 처음으로 잘못된 곳을 찾아라.

$$\begin{array}{ccccccc} B^c - A^c & = & B^c \cap (A^c)^c & = & B^c \cap A & = & B - A = (A \cap B) \\ \textcircled{\Gamma} & & \textcircled{\text{L}} & & \textcircled{\ominus} & & \textcircled{\text{R}} \end{array}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답:

▷ 정답: $\textcircled{\ominus}$

해설

$B^c \cap A = A - B$ 이다. 따라서 처음으로 잘못된 곳은 $\textcircled{\ominus} B - A$ 이다.

20. 1부터 100까지의 자연수 중에서 2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 각각 1, 2, 3이 되는 수는 모두 몇 개인지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8개

해설

2, 3, 4로 나누었을 때 그 나머지가 1, 2, 3이 되는 수는 (2, 3, 4로 나누어 떨어지는 수) - 1 이므로
(2, 3, 4의 최소공배수인 12의 배수) - 1 을 1 부터 100까지의 자연수 중에서 구하면 $12 - 1 = 11$, $24 - 1 = 23$, $\dots$, $12 \times 8 - 1 = 95$ 까지 8개이다.

21. 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ 서로 다른 두 소수는 서로소이다.
㉡ 두 수가 서로소이면 둘 중 하나는 소수이다.
㉢ 공약수가 1인 두 자연수는 서로소이다.
㉣ 15 이하의 자연수 중에서 7과 서로소인 소수는 5개이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉢

해설

㉠ 반례 : 8과 25는 서로소지만 둘 다 소수가 아니다.

㉢ 1은 모든 두 자연수의 공약수이다.

22. 자연수 전체의 집합 N 의 부분집합인 A, B 가 각각 $A = \{x | x = p + 2q, p \in N, q \in N\}$, $B = \{x | x \text{는 보다 큰 자연수}\}$ 일 때, $n(A^c \cup B)^c$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 7

해설

$A = \{x | x = p + 2q, p \in N, q \in N\} = \{3, 4, 5, 6, 7, \dots\}$
 $B = \{x | x \text{는 두 자리 자연수}\} = \{10, 11, 12, 13, \dots\}$
 $(A^c \cup B)^c = A \cap B^c = A - B = \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
이므로 $n(A^c \cup B)^c = 7$

23. 집합 $A = \{x | x \text{는 20보다 작은 2의 배수}\}$, $B = \{x | x \text{는 20보다 작은 4의 배수}\}$ 가 있다. 이 때, $X - A = \emptyset$, $X \cap B = \emptyset$ 를 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 32개

해설

$$A = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 2 \text{의 배수}\}$$

$$= \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}$$

$$B = \{x | x \text{는 } 20 \text{보다 작은 } 4 \text{의 배수}\}$$

$$= \{4, 8, 12, 16\}$$

$X - A = \emptyset \Rightarrow X \subset A$, $X \cap B = \emptyset \rightarrow$ 집합 X 는 원소 4, 8, 12, 16을 반드시 포함하지 않는다.

따라서 집합 X 의 개수는 $2^{9-4} = 32$ (개)

24. 자연수 n 의 약수의 개수를 $\langle n \rangle$ 이라 할 때, $\langle a \rangle \times \langle 420 \rangle = 192$ 를 만족하는 가장 작은 a 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 24

해설

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7 \text{ 이므로}$$

$$\langle 420 \rangle = (2+1) \times (1+1) \times (1+1) \times (1+1) = 24$$

$$\langle a \rangle \times 24 = 192, \langle a \rangle = 8$$

$$8 = 2 \times 2 \times 2 \text{ 일 때, } a = 2 \times 3 \times 5 = 30$$

$$8 = 4 \times 2 \text{ 일 때, } a = 2^3 \times 3 = 24$$

$\therefore$ 가장 작은 a 의 값은 24이다.

25. 다음의 숫자 카드를 모두 사용하여 만들 수 있는 가장 큰 수와 작은 수의 차를 십진법으로 나타내어라.

0	0	1	1	1	(2)
---	---	---	---	---	-----

[배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 정답: 9

해설

가장 큰 수는 $11100_{(2)} = 16 + 8 + 4 = 28$ 이고,
가장 작은 수는 $10011_{(2)} = 16 + 2 + 1 = 19$ 이다.
 $\therefore 28 - 19 = 9$