

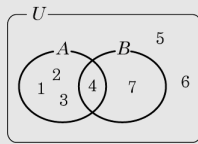
단원 종합 평가

1. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ 의 두 부분집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{4, 7\}$ 에 대하여 $A^c \cap B^c$ 은?
[배점 3, 하상]

- ① $\{5, 6\}$ ② $\{6, 7\}$ ③ $\{4\}$
④ $\{5, 6, 7\}$ ⑤ $\{4, 5, 6\}$

해설

$A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = (\{1, 2, 3, 4, 7\})^c = \{5, 6\}$ 이다.



2. 약수의 개수가 4 인 자연수 중 가장 작은 자연수를 구 하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

약수의 개수는 소인수들의 지수에 1 을 더하여 곱한 값이므로
약수의 개수가 4 인 경우는
지수가 3 인 소인수가 한 개인 경우와
지수가 각각 1 인 소인수가 두 개인 경우이다.
두 경우에서 각각 가장 작은 자연수는
 2^3 과 2×3 이고
그중 2×3 이 더 작으므로
약수의 개수가 4 인 가장 작은 자연수는 6 이다.

3. 두 자연수의 최대공약수가 13, 최소공배수가 40 일 때, 두 수의 곱을 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 520

해설

두 수 A, B 의 최대공약수를 G , 최소공배수를 L 이라 하면 $A \times B = L \times G$ 이므로
 $A \times B = 13 \times 40$ 이다.
 $\therefore A \times B = 520$

4. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

- ① 12300 의 10^3 자리의 숫자는 2 이다.
② $10001_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 1$
③ 52430 의 밑줄 친 2 가 실제로 나타내는 값은 2000 이다.
④ $11000_{(2)}$ 의 밑줄 친 1 이 실제로 나타내는 값은 8 이다.
⑤ $10^4 + 2 \times 10 + 5 = 10025$

해설

② $10001_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 1$

5. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1 \text{보다 크거나 같고, } 10 \text{보다 작은 소수}\}$ 일 때, 다음 중 옳은 것은? (단, 소수는 1 과 자기 자신만을 약수로 가지는 수이다.) [배점 3, 중하]

- ① $\{4, 6\} \subset A$ ② $\{5, 7\} \subset A$
 ③ $\emptyset \in A$ ④ $2 \notin A$
 ⑤ $9 \in A$

해설

$A = \{2, 3, 5, 7\}$ 이므로

- ① $\{4, 6\} \not\subset A$
 ③ $\emptyset \subset A$
 ④ $2 \in A$
 ⑤ $9 \notin A$

6. 집합 $A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$ 에 대하여 다음 조건을 만족하는 집합 X 의 개수를 구하여라.

$$\{1, 9\} \subset X \subset A$$

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

X 는 원소 1 과 9 를 포함하는 집합 A 의 부분집합 이므로 X 의 개수는 $2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

7. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 3 \text{보다 크고, } 9 \text{보다 작은 짝수}\}$ 의 부분집합의 갯수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 정답: 8개

해설

$A = \{4, 6, 8\}$ 이므로 부분집합의 갯수는 원소의 갯수만큼 2를 곱한 값과 같으므로 $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8(\text{개})$ 이다.

8. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 보기에서 옳은 것을 모두 고른 것은?

보기

- ㉠ $(A^c)^c = A$ ㉡ $A \cup A^c = U$
 ㉢ $A \cap A^c = \emptyset$ ㉣ $(A \cup B) \subset B$
 ㉤ $U^c = \emptyset$

[배점 3, 중하]

- ① ㉠, ㉡, ㉢, ㉣, ㉤ ② ㉠, ㉡, ㉢, ㉤
 ③ ㉠, ㉡, ㉤ ④ ㉠, ㉤
 ⑤ ㉤

해설

$$\omin� B \subset (A \cup B)$$

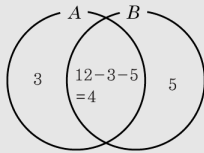
9. 두 집합 A, B 에 대하여 $n(A - B) = 3$, $n(B - A) = 5$, $n(A \cup B) = 12$ 일 때, $n(A \cap B)$ 를 구하여라.
[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 4

해설

$n(A \cup B) = n(A - B) + n(A \cap B) + n(B - A)$
 $12 = 3 + n(A \cap B) + 5 \quad \therefore n(A \cap B) = 4$
 [별해] 벤 다이어그램의 각 부분에 속하는 원소의 개수를 적어 보면



따라서 $n(A \cap B) = 4$ 이다.

10. 두 집합 $A = \{1, 5, a\}$, $B = \{5, 7, b\}$ 이고 $A \subset B$ 일 때, 다음 설명 중 옳지 않은 것을 골라라.

- ㉠ $a = 5$ ㉡ $b = 1$
 ㉢ $B \subset A$ ㉣ $A = B$
 ㉤ $a + b = 8$

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

해설

$A \subset B$ 조건을 만족하기 위해선 집합 A 의 모든 원소가 집합 B 안에 포함되어야 하므로 $b = 1$ 이고,

a 는 1, 5, 7 중 한 가지가 되어야하지만 이미 집합 A 에 1, 5 가 존재하므로 $a = 7$ 이 되어 $A = B$ 가 된다.

㉠ $a = 7$

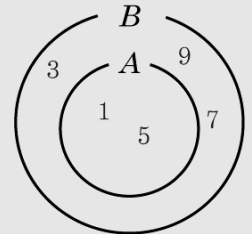
11. 집합 $A = \{x | x \text{는 } 5 \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $n(A \cap B) = 2$, $B - A = \{3, 7, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.
[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{1, 3, 5, 7, 9\}$

해설

$A = \{1, 5\}$, $n(A \cap B) = 2$ 이므로
 $A \cap B = A$
 $\therefore A \subset B$
 $\therefore B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$



12. 다음은 희망이의 수학일기 중 일부이다. 밑줄 친 부분 중 틀린 부분을 말하여라.

오늘은 수학시간에 수의 약수의 개수를 구할 때, 직접 그 수의 약수를 모두 구하지 않고도 소인수분해만을 이용하여 약수의 개수를 구하는 방법을 배웠다. 소인수분해만 구하면 약수의 개수를 구할 수 있다니! 정말 신기하다!! 그럼 오늘 배운 내용을 복습해 볼까.

문제) 98의 약수의 개수 구하기

풀이) ① 먼저 98을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다.

② 약수의 개수를 구할 때는, 각 지수에 1을 더하여 곱한다.

③ 따라서 98의 약수의 개수는 $(0+1) \times (2+1) = 3$ (개)이다.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: ③

해설

③ 98을 소인수분해하면 $98 = 2 \times 7^2$ 이다. 한편 2와 7^2 의 지수는 각각 1, 2이므로 98의 약수의 개수는

$(1+1) \times (2+1) = 6$ (개)이다.

13. 쿼 60개, 배 45개, 감 30개를 하나도 빠짐없이 되도록 많은 사람들에게 똑같이 나누어주려고 한다. 몇 사람에게 나누어주면 되는지 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 15명

해설

구하고자 하는 학생 수는 60, 45, 30의 최대공약수이므로 15 (명)이다.

14. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 12 \text{의 약수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } \square \text{의 약수}\}$ 에 대하여 $A \cap B = \{1\}$ 일 때, $\square$ 안에 들어갈 수 있는 30보다 작은 자연수는 모두 몇 개인가? [배점 4, 중중]

① 6개 ② 7개 ③ 8개

④ 9개 ⑤ 10개

해설

$12 = 2^2 \times 3$

12와 $\square$ 의 공약수가 1, 즉 서로소이므로

$\square$ 는 30미만의 자연수 중 2와 3의 배수가 아닌 수이므로

1, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 25, 29의 10개이다.

15. $315 \times a$ 가 어떤 자연수의 제곱이 될 때, a 가 될 수 있는 두 번째로 작은 자연수를 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답:

▶ 정답: 140

해설

$315 = 3^2 \times 5 \times 7$ 이므로
 a 가 될 수 있는 수는 $5 \times 7 \times (\text{자연수})^2$ 의 꼴이다.
 따라서, a 가 될 수 있는 가장 작은 자연수는 $5 \times 7 \times 1^2 = 35$ 이고, 두 번째 작은 자연수는
 $5 \times 7 \times 2^2 = 140$ 이다.

16. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 1010_{(2)} < x < 111100_{(2)} \text{ 인 } 4 \text{의 배수}\}$ 일 때, $n(A)$ 의 값을 구하여라.

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$1010_{(2)} = 10$, $111100_{(2)} = 60$
 $A = \{x \mid x \text{는 } 1010_{(2)} < x < 111100_{(2)} \text{ 인 } 4 \text{의 배수}\} = \{12, 16, 20, \dots, 56\}$
 $\therefore n(A) = 12$

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳은 것을 모두 골라라.

보기

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.
 ㉡ $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$
 ㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.
 ㉣ U^c 은 모든 집합의 부분집합이다.
 ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : ㉡

▷ 정답 : ㉢

▷ 정답 : ㉤

해설

- ㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$ 이다.
 ㉡ $A = \{\phi\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.
 ㉢ $U^C = \phi$ 은 모든 집합의 부분집합이다.
 ㉤ $A - B = B - A$ 이면 $A = B$ 이므로 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

18. 두 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 15 \text{ 이하의 소수}\}$, $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 미만의 소수}\}$ 에 대하여 $B \subset X \subset A$ 를 만족하는 X 의 개수를 모두 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 16 개

해설

$A = \{2, 3, 5, 7, 11, 13\}$, $B = \{2, 3\}$
 집합 X 는 원소 2 와 3 을 포함하는 집합 A 의
 부분집합이므로 부분집합의 개수는
 $2^{6-2} = 2^4 = 16$ (개)

19. 다음 보기의 밑줄 친 것 중에서 기준이 명확한 것은 몇 개인가?

보기

- ㉠ 우리 반에서는 100m를 잘하는 학생들을 뽑아 방과 후에 1시간씩 달리기 연습을 한다.
- ㉡ 우리 반에서 인기가 좋은 학생을 반장 후보로 세울 것이다.
- ㉢ 운동을 잘하는 학생은 집중력이 좋다.
- ㉣ 평균이 85점 이상인 학생은 우등생이다.
- ㉤ 월드컵 성적이 비교적 좋은 나라들의 모임
- ㉥ 영토가 아름다운 국가의 모임
- ㉦ 10에 가장 가까운 자연수의 모임

[배점 5, 중상]

- ① 1개 ② 2개 ③ 3개
- ④ 4개 ⑤ 5개

해설

- ㉠ '잘하는' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉡ '좋은' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉢ '잘하는' 이라는 단어는 그 기준이 애매하므로 집합이 될 수 없다.
- ㉣ '비교적' 이라는 단어는 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.
- ㉤ '아름다운' 은 개인에 따라 그 기준이 다르므로 집합이 될 수 없다.

20. 체육대회 후에 문구류 종합세트를 만들어서 상품으로 나누어 주려고 한다. 볼펜 462 개, 지우개 693 개, 연필 1155 개, 공책 1848 권을 똑같이 나누어서 되도록 많은 개수의 상품세트를 만들려고 할 때, 상품세트는 최대 몇 개를 만들 수 있는가? 또, 상품세트에는 볼펜, 지우개, 연필, 공책이 각각 몇 개씩 들어가는지 구하여라.

[배점 5, 중상]

- ① 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ② 상품세트 231 개, 볼펜 2 개, 지우개 3 개, 연필 5 개, 공책 8 권
- ③ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 4 개, 연필 4 개, 공책 8 권
- ④ 상품세트 221 개, 볼펜 2 개, 지우개 4 개, 연필 5 개, 공책 6 권
- ⑤ 상품세트 221 개, 볼펜 3 개, 지우개 3 개, 연필 4 개, 공책 8 권

해설

상품세트의 개수는 462, 693, 1155, 1848 의 최대 공약수이므로 231

볼펜의 개수 : $462 \div 231 = 2$ (자루)

지우개의 개수 : $693 \div 231 = 3$

연필의 개수 : $1155 \div 231 = 5$

공책의 개수 : $1848 \div 231 = 8$

21. 자연수 n 에 대하여 집합 $A_n = \{x \mid x \text{는 } n \text{과 서로소인 자연수}\}$ 라고 할 때, 안에 알맞은 최소의 자연수를 구하여라.

$$A_6 \cap A_3 = A_{\square}$$

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 6

해설

6 과 서로소인 자연수는 1, 5, 7, 11...

3 과 서로소인 자연수는 1, 4, 5, 7, 11...

$$A_6 = \{1, 5, 7, 11, 13 \dots\}$$

$$A_3 = \{1, 4, 5, 7, 11, 13 \dots\}$$

$$\therefore A_6 \cap A_3 = A_6$$

22. 전체집합 $U = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 $A = \{1, 3, 5\}$ 이고 $A \cap B \neq \emptyset$ 일 때, 집합 B 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 28 개

해설

$A \cap B \neq \emptyset$ 이므로 집합 B 는 적어도 A 의 원소를 한 개 이상 가지고 있는 전체집합의 부분집합이므로

$$\begin{aligned} (\text{집합 } B \text{의 갯수}) &= (U \text{의 부분집합의 갯수}) - \\ & \quad (\text{A의 원소를 포함하지 않는 } U \text{의 부분집합의 갯수}) \\ &= 2^5 - 2^{5-3} \\ &= 2^5 - 2^2 \\ &= 32 - 4 = 28(\text{개}) \end{aligned}$$

23. $ab = 250$ 이고, a, b 의 최대공약수는 5 를 만족하는 순서쌍 (a, b) 의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4 개

해설

$a = 5 \times m, b = 5 \times n$ 이라 두면,

$$25 \times m \times n = 250 \rightarrow m \times n = 10,$$

$$(a, b) = (5, 50), (10, 25), (25, 10), (50, 5)$$

$$\therefore (\text{순서쌍 } (a, b) \text{의 개수}) = 4 (\text{개})$$

24. 합이 32 이고 최소공배수가 60 인 두 자연수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

▷ 정답 : 20

해설

두 자연수를 a, b 라 두면,
 $a + b = 32$ 이고 a, b 는 60 의 약수이다.
60 의 약수는 1, 2, 3, 4, 5, 6, 10, 12, 15, 20, 30, 60 이
므로
더해서 32 가 되는 두 수는 (2, 30), (12, 20) 이다.
하지만 2, 30 의 최소공배수는 30 이므로
두 자연수는 12, 20 이다.

25. 1 에서 200 까지의 자연수 중에서 약수의 갯수가 3 개
인 수는 모두 몇 개인가? [배점 5, 상하]

① 6 ② 8 ③ 9 ④ 12 ⑤ 14

해설

약수가 3 개인 수는 p 를 소수라 할 때 p^2 인 수,
 $13^2 = 169$, $17^2 = 289$ 이므로
 p 가 될 수 있는 수는 2, 3, 5, 7, 11, 13 의 6 개