

단원 종합 평가

1. 다음 중 옳지 않은 것을 모두 고르면?

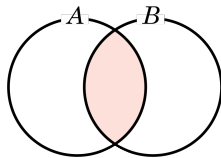
[배점 3, 하상]

- ① $\{2\} \subset \{2, 4, 5\}$
- ② $\{1, 2\} \subset \{2, 1\}$
- ③ $\{\emptyset\} = \emptyset$
- ④ $\{6, 8\} \subset \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 짝수}\}$
- ⑤ $\{1, 2, 5\} \subset \{1, 2\}$

해설

- ③ $\{\emptyset\} \neq \emptyset$
- ⑤ $\{1, 2, 5\} \not\subset \{1, 2\}$

2. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$, $B = \{1, 3, 5\}$ 일 때, 다음과 같은 벤 다이어그램에서 색칠한 부분을 나타내는 집합은?

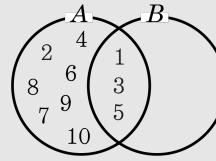


[배점 3, 하상]

- ① $\{1, 3\}$
- ② $\{1, 5\}$
- ③ $\{3, 5\}$
- ④ $\{1, 3, 5\}$
- ⑤ $\{1, 3, 5, 10\}$

해설

벤 다이어그램을 그려보면 다음과 같다.



공통 부분의 원소는 $\{1, 3, 5\}$ 이다.

3. $A = \{x \mid x \text{는 } 16 \text{의 약수}\}$, $B = \{1, 4, 16, a, b\}$ 인 집합 A, B 에 대하여 $A = B$ 일 때, $a + b$ 의 값은?
[배점 3, 하상]

- ① 10
- ② 11
- ③ 12
- ④ 13
- ⑤ 14

해설

$A = \{1, 2, 4, 8, 16\}$ 이고 $A = B$ 이므로
 $a = 2, b = 8$ 또는 $a = 8, b = 2$ 이므로
 $a + b = 10$

4. 서울역에서 부산행 열차는 20 분마다, 광주행 열차는 30 분마다 출발한다고 한다. 서울역에서 두 열차가 오전 6 시에 동시에 출발하였다. 오전 6 시 이후에 최초로 동시에 출발하는 시각은 몇 시인지 구하여라.
[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 오전 7시

해설

20 과 30 의 최소공배수는 60 이므로
6 시 이후 최초로 동시에 출발하는 시각은 (6 시) +
(60 분) = 7 시
∴ 오전 7 시

5. $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\})$ 을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2

해설

$n(\emptyset) = 0, n(\{0\}) = 1, n(\{\emptyset\}) = 1$
 $n(\emptyset) + n(\{0\}) + n(\{\emptyset\}) = 2$

6. 두 집합 $A = \{2, a + 3, 8\}$, $B = \{6, b, 7\}$ 에 대하여
 $A \cap B = \{7, 8\}$ 일 때, $a + b$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 12

해설

$A \cap B = \{7, 8\}$ 이므로 $7 \in A$ 이다.
∴ $a + 3 = 7, a = 4$
 $8 \in B$ ∴ $b = 8$
∴ $a + b = 4 + 8 = 12$

7. 다음 그림은 2009년 3월 중의 우리나라의 지역별 일일
최저기온/최고기온을 나타낸 것이다.

두 집합

$A = \{x \mid x \text{는 일 최저기온이 경남보다 낮은 지역}\},$

$B = \{x \mid x \text{는 일 최고기온이 영서보다 높고 영동보다}$
 $\text{낮은 지역}\}$

에 대하여 $A \cup B$ 는?



[배점 3, 중하]

- ① {충남, 충북}
- ② {서울 / 경기, 충남, 충북}
- ③ {서울 / 경기, 충남, 영서, 서해5도, 울릉 독도}
- ④ {서울 / 경기, 충남, 충북, 영서, 서해5도, 전북, 울릉 / 독도}
- ⑤ {충남, 충북, 영서, 서해5도, 전남, 울릉 / 독도, 제주도}

해설

$A = \{\text{서울 / 경기, 영서, 충남, 충북, 전북}\}$ 이
고,

$B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 충남, 충북, 울릉 /$
 $\text{독도, 전북}\}$ 이다.

따라서 $A \cup B = \{\text{서해5도, 서울 / 경기, 영서,$
 $\text{충남, 충북, 울릉 / 독도, 전북}\}$ 이다.

8. n 진법으로 나타낸 수 $300_{(n)}$ 이 $43_{(n)}$ 의 4 배가 될 때, n 의 값을 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 6

해설

$$\begin{aligned} 300_{(n)} &= 4 \times 43_{(n)} \\ \rightarrow 3n^2 &= 4 \times (4n + 3) \\ \rightarrow 3n^2 - 16n &= 12 \\ \text{위 식을 만족하는 } n &= 6 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

9. 다음 중 3의 배수가 아닌 것은? [배점 3, 중하]

- ① 129 ② 672 ③ 501
④ 342 ⑤ 781

해설

3의 배수는 각 자리의 숫자의 합이 3의 배수이다.
⑤ $7 + 8 + 1 = 16$ 은 3의 배수가 아니므로 781은 3의 배수가 아니다.

10. 어느 반 학생 35 명을 대상으로 제주도 여행을 해 본 학생과 울릉도 여행을 해 본 학생 수를 조사하였다. 제주도 여행을 해 본 학생이 28 명, 울릉도 여행을 해 본 학생이 12 명, 제주도 여행과 울릉도 여행을 모두 못해 본 학생이 4 명일 때, 제주도 여행과 울릉도 여행 중 한 가지만 해 본 학생 수는? [배점 4, 중중]

- ① 20 명 ② 21 명 ③ 22 명
④ 23 명 ⑤ 24 명

해설

$$\begin{aligned} n(U) &= 35, n(A) = 28, n(B) = 12, n((A \cup B)^c) = 4 \text{ 이다. } n(A \cup B) = n(U) - n((A \cup B)^c) = 35 - 4 = 31, \\ n(A \cap B) &= n(A) + n(B) - n(A \cup B) = 28 + 12 - 31 = 9 \text{ 이다.} \\ n((A - B) \cup (B - A)) &= n(A \cup B) - n(A \cap B) = 31 - 9 = 22 \text{ 이다.} \end{aligned}$$

11. 전체집합 $U = \{x | x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분 집합 A, B 가 보기의 조건을 모두 만족할 때, 다음 중 집합 B 의 부분집합이 아닌 것을 모두 고르면?(정답 2 개)

보기

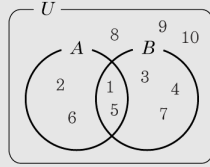
- ㉠ $A \cap B = \{1, 5\}$
㉡ $A - B = \{2, 6\}$
㉢ $(A \cup B)^c = \{8, 9, 10\}$

[배점 4, 중중]

- ① $\{1, 3\}$ ② $\{1, 3, 4\}$
③ $\{1, 3, 4, 6\}$ ④ $\{1, 3, 4, 5, 7\}$
⑤ $\{1, 3, 4, 5, 8\}$

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ 이다.
주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로 $B = \{1, 3, 4, 5, 7\}$ 이다.
따라서 B 의 부분집합이 아닌 것은 ③, ⑤이다.



12. 다음 보기 중 3 의 배수가 아닌 것은 모두 몇 개인지 구하여라.

보기

$2^4 \times 3$, $111_{(2)}$, $1011_{(2)}$,
 $10111_{(2)}$, $100100_{(2)}$, 282

[배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 3 개

해설

$111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 7$
 $1011_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 11$
 $10111_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 23$
 $100100_{(2)} = 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 = 36$
따라서 3 의 배수가 아닌 수는
 $111_{(2)}$, $1011_{(2)}$, $10111_{(2)}$ 의 3 개이다.

13. 다음 중 옳은 것은?

- ㉠ 가장 작은 소수는 1 이다.
- ㉡ 11 과 19 는 소수이다.
- ㉢ 두 자연수가 서로소이면 공약수는 1 뿐이다.
- ㉣ 두 소수는 항상 서로소이다.
- ㉤ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 없다.

[배점 4, 중중]

- ① ㉡, ㉣
- ② ㉠, ㉡, ㉣
- ③ ㉡, ㉣, ㉤
- ④ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤
- ⑤ ㉠, ㉡, ㉣, ㉤, ㉥

해설

- ㉠ 가장 작은 소수는 2 이다.
- ㉢ 5 보다 크고 10 보다 작은 자연수 중 4 와 서로소인 수는 7, 9 이다.

14. $A = \{x \mid x \text{는 } 1111_{(2)} \text{의 약수}\}$ 일 때 다음 중 옳은 것을 모두 고르면? (정답 2개) [배점 4, 중중]

- ① $n(A) = 15$
- ② $111_{(2)} \in A$
- ③ $A - \{3, 5\} = \{1_{(2)}, 1111_{(2)}\}$
- ④ $\{1_{(2)}, 11_{(2)}, 111_{(2)}\} \subset A$
- ⑤ $\{x \mid x \text{는 } 101_{(2)} \text{의 약수}\} \subset A$

해설

$1111_{(2)} = 15$ 이므로 $A = \{1, 3, 5, 15\}$

① $n(A) = 4$

② $111_{(2)} = 7 \notin A$

③ $1_{(2)} = 1, 1111_{(2)} = 15$

④ $1_{(2)} = 1, 11_{(2)} = 3, 111_{(2)} = 7$

7 은 A 의 원소가 아니다.

⑤ $\{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 약수}\} = \{1, 5\} \subset A$

15. 72 의 약수의 개수를 이진법의 수로 고치면?

[배점 4, 중중]

① $110_{(2)}$

② $1100_{(2)}$

③ $10000_{(2)}$

④ $11010_{(2)}$

⑤ $11111_{(2)}$

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$

약수의 개수는 $4 \times 3 = 12$ (개)

$\therefore 12 = 2^3 + 2^2 = 1100_{(2)}$

16. 네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 가장 큰 수와 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중 두 번째로 작은 수의 합을 십진법으로 나타내어라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 32

해설

네 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 가장 큰 수는 $1111_{(2)}$, 다섯 자리의 이진법으로 나타낸 수 중에서 두 번째로 작은 수는 $10001_{(2)}$

$\therefore 1111_{(2)} + 10001_{(2)} = 15 + 17 = 32$

17. 전체집합 U 의 두 부분집합 A, B 에 대하여 다음 보기 중 옳지 않은 것을 모두 골라라.

보기

㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) < n(A)$ 이다.

㉡ $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$

㉢ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 0$ 이다.

㉣ U^c 은 모든 집합의 부분집합이다.

㉤ $A - B = B - A$ 이면 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▶ 정답 : ㉠

▶ 정답 : ㉤

해설

㉠ $B \subset A$ 이면 $n(B) \leq n(A)$ 이다.

㉡ $A = \{\emptyset\}$ 이면 $n(A) = 1$ 이다.

㉢ $U^c = \emptyset$ 은 모든 집합의 부분집합이다.

㉤ $A - B = B - A$ 이면 $A = B$ 이므로 $(A \cup B) \subset B$ 이다.

18. 두 집합 A, B 에 대하여 $A = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{ 이하의 홀수}\}, A \cap B = \{3\}, A \cup B = \{1, 3, 5, 6, 9\}$ 일 때, 집합 B 를 구하여라.

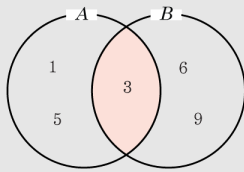
[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{3, 6, 9\}$

해설

$A = \{1, 3, 5\}$ 이고, 주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 $B = \{3, 6, 9\}$ 이다.

19. 집합 $A = \left\{x \mid x = \frac{30}{n}, x \text{와 } n \text{은 모두 자연수}\right\}$ 일 때, $n(A)$ 를 구하여라.

[배점 5, 중상]

▶ 답 :

▶ 정답 : 8

해설

x 가 자연수가 되려면 n 은 30 의 약수가 되어야 한다.

$n = 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30$ 일 때,

$A = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\}$

$\therefore n(A) = 8$

20. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = \{2, 7, 11\}, B = \{3, 7, 11, 17\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은?

[배점 5, 중상]

① $A \cap B = \{7, 11\}$

② $A \cap B^c = \{2\}$

③ $A^c \cap B = \{3, 17\}$

④ $A \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 17, 19\}$

⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 13, 19\}$

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\},$

$A = \{2, 7, 11\}, B = \{3, 7, 11, 17\}$

② $A \cap B^c = A - B = \{2\}$

③ $A^c \cap B = B - A = \{3, 17\}$

④ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 3, 5, 13, 17, 19\}$

⑤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 13, 19\}$

21. 두 분수 $\frac{21}{16}, \frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라.

[배점 5, 중상]

① $\frac{8}{7}$

② $\frac{48}{7}$

③ $\frac{8}{105}$

④ $\frac{48}{105}$

⑤ $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를 $\frac{b}{a}$ 라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\text{즉, } \frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \text{㉠ 이다.}$$

㉠을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

22. 집합 $A = \{x \mid x \text{는 } a^2 \text{을 } 10 \text{으로 나눈 나머지, } a \text{는 자연수}\}$ 일 때, A 의 부분집합의 개수를 구하여라.

[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 64개

해설

제곱수의 일의 자리를 살펴보면 1^2 은 1, 2^2 은 4, 3^2 은 9, 4^2 은 6, 5^2 은 5, 6^2 은 6, 7^2 은 9, 8^2 은 4, 9^2 은 1, 10^2 은 0, 11^2 은 1, ... 이므로

$$A = \{0, 1, 4, 5, 6, 9\}$$

따라서 집합 A 의 부분집합의 개수는 $2^6 = 64$ (개)이다.

23. 가로 80m, 세로 96m인 직사각형 모양의 땅의 둘레에 일정한 간격으로 깃발을 세우려고 한다. 4개의 모퉁이에는 반드시 깃발을 세워야 하고, 깃발은 가능한 적게 사용하려고 할 때, 필요한 깃발의 개수를 구하여라.

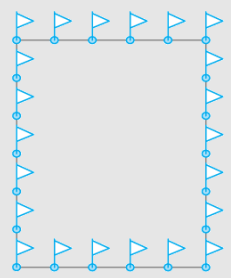
[배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 22개

해설

모퉁이에 반드시 깃발을 세우고 일정한 간격으로 깃발을 세우면서 최소의 깃발을 세우려면, 가로와 세로의 최대공약수만큼 거리를 떨어뜨려 세우면 된다. 80과 96의 최대공약수는 16이므로, 필요한 깃발의 개수는 22개이다.



24. $1 \times 2 \times 3 \times \dots \times 9 \times 10$ 을 십진법으로 나타낼 때, 끝자리에 연속한 0의 개수를 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▷ 정답 : 2개

해설

십진법으로 나타낼 때 끝자리에서 계속되는 0의 개수는 10의 거듭제곱과 관계가 있다. 즉, 10의 배수가 아닌 자연수 a 에 대하여 $N = a \times 10^n$ 일 때, N 의 끝자리에서 계속되는 0은 n 개이다.

$$\begin{aligned} & 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 9 \times 10 \\ &= 1 \times 2 \times 3 \times (2 \times 2) \times 5 \times (2 \times 3) \times 7 \times (2 \times 2 \times 2) \times (3 \times 3) \times (2 \times 5) \\ &= 2^8 \times 3^4 \times 5^2 \times 7 \\ &= 3^4 \times 7 \times (2^8 \times 5^2) \\ &= 3^4 \times 7 \times 2^6 \times (2^2 \times 5^2) \\ &= 3^4 \times 7 \times 2^6 \times 10^2 \end{aligned}$$

따라서 끝자리에서 연속되는 0은 2개이다.

25. 43을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3이 된다.
또, 49를 n 으로 나누면 나머지가 1이 되고 74를 n 으로 나누면 2가 남는다. 이러한 자연수 n 을 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

▷ 정답 : 8

해설

43을 어떤 자연수 n 으로 나누면 나머지가 3
→ n 은 40의 약수이다. ($3 < n$)
49를 n 으로 나누면 나머지가 1
→ n 은 48의 약수이다.
74를 n 으로 나누면 2
→ n 은 72의 약수이다.
위 세 조건을 만족하는 n 을 구하면 $n = 4, 8$