

# 단원 종합 평가

1. 두 집합  $A = \{6, a-2, 3\}$ ,  $B = \{a, 1, 6\}$ 에 대하여  $A \subset B$  이고,  $B \subset A$  일 때,  $a$ 의 값을 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 3

해설

$$A = B \text{ 이므로 } a - 2 = 1, a = 3$$

$$\therefore a = 3$$

2.  $1011_{(2)}$ 와  $11101_{(2)}$  사이에 있는 5의 배수는 몇 개인지 구하여라.

[배점 3, 하상]

▶ 답:

▷ 정답: 3개

해설

$$1011_{(2)} = 11$$

$$11101_{(2)} = 29$$

11 과 29 사이의 5의 배수 : 15, 20, 25

3. 다음 수 중 3의 배수를 모두 고르면?

[배점 3, 하상]

①  $111_{(2)}$       ②  $1001_{(2)}$       ③  $1101_{(2)}$

④  $1110_{(2)}$       ⑤  $11011_{(2)}$

해설

$$\textcircled{1} 111_{(2)} = 1 \times 2^2 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 4 + 2 + 1 = 7$$

$$\textcircled{2} 1001_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 1 = 8 + 1 = 9$$

$$\textcircled{3} 1101_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 1 = 8 + 4 + 1 = 13$$

$$\textcircled{4} 1110_{(2)} = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2 = 8 + 4 + 2 = 14$$

$$\textcircled{5} 11011_{(2)} = 1 \times 2^4 + 1 \times 2^3 + 1 \times 2 + 1 \times 1 = 16 + 8 + 2 + 1 = 27$$

4.  $2^7 - 1$ 을 이진법으로 나타내면 몇 자리의 수가 되는가?

[배점 3, 하상]

- ① 네 자리의 수      ② 다섯 자리의 수  
 ③ 여섯 자리의 수      ④ 일곱 자리의 수  
 ⑤ 여덟 자리의 수

해설

$$2^7 - 1 = 128 - 1 = 127 \text{ 이고}$$

$127 = 1111111_{(2)}$  이므로 일곱 자리의 수가 된다.

5. 다음 표는 혜교의 지난 중간고사와 기말고사 시험과목 일부와 그 점수이다. 다음 중 집합인 것을 모두 고르면? (정답 3 개)

과목	중간	기말
국어	80	85
수학	90	80
영어	85	100
과학	70	55
사회	95	80
미술	100	95
음악	95	100
체육	75	65
도덕	100	85
한문	55	70

[배점 3, 중하]

- ① 지난 중간고사 점수가 80점 이상인 과목
- ② 지난 기말고사 점수 중 지난 중간고사 점수보다 높은 과목
- ③ 기말고사 때 잘 본 과목
- ④ 기말고사 때 가장 못 본 과목
- ⑤ 중간고사와 기말고사의 평균이 좋은 과목

해설

- ③ '잘' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.
- ④ '못 본' 이라는 단어의 기준은 명확하지 않으나, '가장' 이라는 단어가 있기 때문에 그 기준이 확실하다. 따라서 집합이다.
- ⑤ '좋은' 이라는 단어의 기준이 명확하지 않아서 집합이 아니다.

6. 어떤 수와 126의 최소공배수가 378이라고 한다. 어떤 수가 될 수 있는 두 자리의 수를 모두 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답: 27

▷ 정답: 54

해설

$$126 = 2 \times 3^2 \times 7$$

$$378 = 2 \times 3^3 \times 7$$

$$\text{어떤 수} : 3^3, 2 \times 3^3$$

7. 다음 이진법으로 나타낸 수에서 ㉠의 1이 나타내는 값은 ㉡의 1이 나타내는 값의 몇 배인가?

보기

$$10\underline{1}1000_{(2)}$$

$$10\underline{1}_{(2)}$$

[배점 3, 중하]

- ① 2<sup>2</sup> 배
- ② 2<sup>3</sup> 배
- ③ 2<sup>4</sup> 배
- ④ 2<sup>5</sup> 배
- ⑤ 2<sup>6</sup> 배

해설

$$\text{㉠: } 2^4 = 16, \text{ ㉡: } 1$$

8. 자연수 672의 약수의 개수와  $2^2 \times a^n \times 11^3$ 의 약수의 개수가 같을 때,  $n$ 의 값을 구하여라. (단  $a$ 는 숫수)  
[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 1

해설

$$672 = 2^5 \times 3 \times 7$$

(약수의 개수) = 24(개)

$$(2+1) \times (n+1) \times (3+1) = 24, n=1$$

9. 집합  $X = \{a, b\}$ 에서  $a, b$ 의 최대공약수는 4, 두 수의 곱이 96일 때, 집합  $X$ 의 개수를 구하여라.

[배점 3, 중하]

▶ 답:

▷ 정답: 2개

해설

$a, b$ 의 최대공약수가 4이므로

$a = 4x, b = 4y$  ( $x, y$ 는 서로소,  $x < y$ )라 하면

$4x \times 4y = 96$ 이다. 따라서  $x \times y = 6$

즉,  $(x, y)$ 는  $(1, 6), (2, 3)$ 이므로  $(a, b)$ 는

$(4, 24), (8, 12)$ 이다.

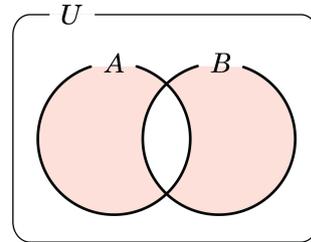
따라서  $X = \{4, 24\}$  또는  $X = \{8, 12\}$ 이므로 집합  $X$ 는 2개이다.

10. 두 집합  $A, B$ 에 대하여

$$B = \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\}$$
 이고

다음의 벤 다이어그램에 색칠된 부분에 해당하는 수의 집합이  $\{1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11\}$ 일 때, 집합  $A$ 의 모든 원소의 합을 구하여라.

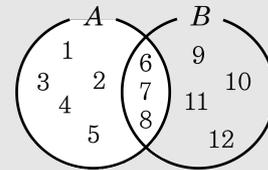


[배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 36

해설



(1) 위의 그림의 벤 다이어그램이  $(A \cup B) - (A \cap B)$ 를 나타내므로  $(A \cup B) - (A \cap B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11\} - (A \cap B) = \{1, 2, 3, 4, 5, 9, 10, 11\}$ 이므로  $A \cap B = \{6, 7, 8\}$

(2) 집합  $A$ 는  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$

(3) 따라서 집합  $A$ 의 모든 원소의 합은

$$\therefore 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$$

11. 경진이가 사는 아파트에는 중학생이 모두 30명 있다. 토요일에는 아파트로 찾아오는 이동 도서관을 이용하는데, 이동 도서관에는 가, 나 두 코너가 마련되어 있다. 토요일에 가 코너를 이용하는 학생은 18명, 나 코너를 이용하는 학생은 10명, 두 코너를 모두 이용하는 학생은 7명이라고 한다. 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 9명

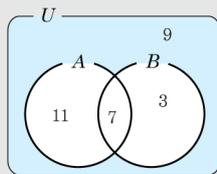
해설

아파트에 사는 중학생을 전체집합  $U$ , 토요일에 이동 도서관의 가 코너를 이용하는 학생의 집합을  $A$ , 나 코너를 이용하는 학생의 집합을  $B$  라 하면  $n(U) = 30, n(A) = 18, n(B) = 10, n(A \cap B) = 7$   
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$   
 $= 18 + 10 - 7$   
 $= 21$

따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는

$$n((A \cup B)^c) = n(U) - n(A \cup B) = 30 - 21 = 9 \text{ (명)}$$

벤 다이어그램으로 나타내면 다음과 같다.



따라서 토요일에 이동 도서관을 이용하지 않는 학생 수는 9명이다.

12. 두 집합  $A = \{2, 5, a + 3\}, B = \{b - 3, 5, 9\}$  에 대하여  $A \subset B, B \subset A$  일 때,  $a + b$  의 값을 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답:

▷ 정답: 11

해설

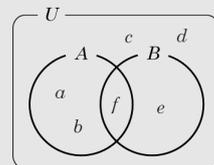
$A \subset B$  이고,  $B \subset A$  이면  $A = B$  이다.  
 $A = B$  이므로  $a + 3 = 9, b - 3 = 2$   
 따라서  $a = 6, b = 5$   
 $\therefore a + b = 11$

13. 전체집합  $U = \{a, b, c, d, e, f\}$  의 부분집합  $A, B$  에 대하여  $A - B = \{a, b\}, B - A = \{e\}, A^c \cap B^c = \{c, d\}$  일 때, 집합  $A^c$  은? [배점 4, 중중]

- ①  $\{b\}$                       ②  $\{e\}$                       ③  $\{b, e\}$
- ④  $\{c, d\}$                     ⑤  $\{c, d, e\}$

해설

주어진 조건을 벤 다이어그램으로 나타내면 다음 그림과 같으므로  $A^c = \{c, d, e\}$  이다.



14. 두 자연수의 최소공배수가 16 일 때, 두 자연수의 공배수의 집합을 원소나열법으로 나타낸 것은  
[배점 4, 중중]

- ① {1, 2, 4, 8, 16}                      ② {4, 16, 64, ...}
- ③ {16, 32, 48}                        ④ {4, 8, 16, 32, ...}
- ⑤ {16, 32, 48, 64, ...}

**해설**  
공배수는 최소공배수의 배수이므로, 두 자연수의 공배수는 16의 배수로 이루어진 집합이다.

15. 다음 보기 중 틀린 것을 모두 골라라.

- 보기**
- ㉠ 1은 모든 자연수의 약수이다.
  - ㉡ 소수의 약수의 개수는 2개 미만이다.
  - ㉢ 1을 제외한 모든 자연수는 약수의 개수가 2개 이상이다.
  - ㉣ 152와 209는 서로소이다.
  - ㉤ 소수에는 2의 배수가 없다.

[배점 4, 중중]

- ▶ 답:
- ▶ 답:
- ▶ 정답: ㉠
- ▶ 정답: ㉤

**해설**  
㉠ 소수의 약수의 개수는 2개뿐이다.  
㉡ 152와 209의 최대공약수가 19이므로 서로소가 아니다.  
㉤ 소수에는 2의 배수인 2가 있다.

16. 두 집합  $A = \{x|x \text{는 } 12 \text{의 배수}\}$ ,  $B = \{x|x \text{는 } 20 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 다음 중  $A \cap B$ 는?  
[배점 4, 중중]

- ①  $\{x|x \text{는 } 4 \text{의 배수}\}$
- ②  $\{x|x \text{는 } 24 \text{의 배수}\}$
- ③  $\{x|x \text{는 } 36 \text{의 배수}\}$
- ④  $\{x|x \text{는 } 60 \text{의 배수}\}$
- ⑤  $\{x|x \text{는 } 120 \text{의 배수}\}$

**해설**  
 $A \cap B$ 는 12와 20의 최소공배수인 60의 배수의 집합이다.

17. 자연수를 원소로 하는 두 집합  $A = \{a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6\}$ ,  $B = \{a_k + b | a_k \in A\}$ 가 있다.  $A \cap B = \{4, 7, 9\}$ 이고, 집합 A의 원소의 합이 32,  $A \cup B$ 의 원소의 합이 62일 때, 집합 B의 원소 중 가장 큰 수와 작은 수의 차를 구하여라.  
[배점 5, 중상]

- ▶ 답:
- ▶ 정답: 8

**해설**

$A \cap B$ 의 원소의 합에서 집합  $A$ 의 원소의 합을 빼고,

$A \cup B$ 의 원소의 합을 더해 주면

집합  $B$ 의 원소의 합이 되므로, 집합  $B$ 의 원소의 합은 50이다.

집합  $A$ 의 원소의 합이

$$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = 32 \text{ 이고,}$$

$$B = \{a_1+b, a_2+b, a_3+b, a_4+b, a_5+b, a_6+b\}$$

이므로

집합  $B$ 의 원소의 합은

$$a_1+b+a_2+b+a_3+b+a_4+b+a_5+b+a_6+b = 32+6b$$

$$32+6b=50 \text{ 이므로 } b=3 \text{ 이 된다.}$$

교집합의 원소인 4, 7, 9는 집합  $A$ 와  $B$ 의 원소이므로 각각 3을 더한 7, 10, 12도 집합  $B$ 의 원소가 된다.

또 집합  $B$ 의 원소의 합이 50이므로 4, 7, 9, 10, 12와 8이 된다.

$$\therefore B = \{4, 7, 8, 9, 10, 12\}$$

18. 21과 27 중 어느 것으로 나누어도 5가 남는 수 중에서 가장 큰 세 자리 수를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 950

**해설**

21과 27의 최소공배수 : 189

$$189 \times 5 + 5 = 950$$

19. 주영이는 6일에 한 번씩 수영장에 가고 선화는 4일에 한 번씩 수영장에 간다고 한다. 두 사람이 올해 1월 12일에 수영장에서 처음 만났다면 올해 몇 번 더 만날 수 있는지 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ **답:**

▷ **정답:** 29번

**해설**

6과 4의 최소공배수가 12이므로 12일마다 수영장에서 만나게 된다.

$$365 \div 12 = 30 \dots 5$$

1년에 30번 만나게 되므로 앞으로 29번 더 만날 수 있다.

20. 두 분수  $\frac{21}{16}$ ,  $\frac{35}{24}$ 의 어느 것에 곱하여도 그 결과가 자연수가 되게 하는 분수 중에서 가장 작은 분수를 구하여라. [배점 5, 중상]

- ①  $\frac{8}{7}$
- ②  $\frac{48}{7}$
- ③  $\frac{8}{105}$
- ④  $\frac{48}{105}$
- ⑤  $\frac{1}{35}$

해설

구하려는 분수를  $\frac{b}{a}$  라고 하자.

$$\frac{21}{16} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 16 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 21 \text{의 약수} \end{cases}$$

$$\frac{35}{24} \times \frac{b}{a} = (\text{자연수}) \rightarrow \begin{cases} b \text{는 } 24 \text{의 배수} \\ a \text{는 } 35 \text{의 약수} \end{cases}$$

즉,  $\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 공배수})}{(21, 35 \text{의 공약수})} \dots \textcircled{1}$  이다.

$\textcircled{1}$ 을 만족하는 가장 작은 분수

$$\frac{b}{a} = \frac{(16, 24 \text{의 최소공배수})}{(21, 35 \text{의 최대공약수})}$$

$$\therefore \frac{b}{a} = \frac{48}{7}$$

21.  $96a = b^3$  을 만족하는 가장 작은 자연수  $a, b$  를 구하여라. [배점 5, 중상]

▶ 답:

▶ 답:

▷ 정답:  $a = 18$

▷ 정답:  $b = 12$

해설

$$96a = 2^5 \times 3 \times a = b^3$$

지수가 3의 배수가 되도록 작은 수를 곱해주어야 한다.

$$\therefore a = 2 \times 3^2 = 18$$

$$2^6 \times 3^3 = (2^2 \times 3)^3 = 12^3$$

$$\therefore b = 12$$

22. 두 집합  $A = \{2, 1, a+3, b\}$ ,  $B = \{4, a, b+1\}$  에 대하여  $A \cap B = B$  일 때,  $a+b$ 의 값을 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▷ 정답: 6

해설

(i)  $a+3 = 4$  일 때,  $a = 1$

$$A = \{2, 1, 4, b\}$$

$$B = \{4, 1, b+1\}$$

$$b+1 = 2, b = 1(\times)$$

(ii)  $b = 4$  일 때,

$$A = \{2, 1, a+3, 4\}$$

$$B = \{4, a, 5\}$$

$$a+3 = 5, a = 2(\circ)$$

$$\therefore a+b = 2+4 = 6$$

23. 43을 어떤 자연수  $n$ 으로 나누면 나머지가 3이 된다. 또, 49를  $n$ 으로 나누면 나머지가 1이 되고 74를  $n$ 으로 나누면 2가 남는다. 이러한 자연수  $n$ 을 모두 구하여라. [배점 5, 상하]

▶ 답:

▶ 답:

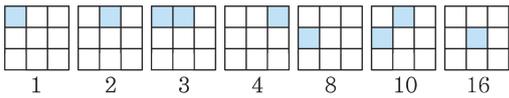
▷ 정답: 4

▷ 정답: 8

**해설**

43 을 어떤 자연수  $n$  으로 나누면 나머지가 3  
 $\rightarrow n$  은 40 의 약수이다. ( $3 < n$ )  
 49 를  $n$  으로 나누면 나머지가 1  
 $\rightarrow n$  은 48 의 약수이다.  
 74 를  $n$  으로 나누면 2  
 $\rightarrow n$  은 72 의 약수이다.  
 위 세 조건을 만족하는  $n$  을 구하면  $n = 4, 8$

24. 자연수 1, 2, 3, 4, 8, 10, 16 을 다음과 같이 나타낼 때,  이 나타내는 수는 무엇인지 구하여라.



[배점 5, 상하]

▶ **답:**

▶ **정답:** 84

**해설**

$1 = 1_{(2)}$ ,  $2 = 10_{(2)}$ ,  $3 = 11_{(2)}$ , ... 이므로

0	0	1	
1	0	0	$1010100_{(2)}$
0	0		

$$1010100_{(2)} = 1 \times 2^6 + 1 \times 2^4 + 1 \times 2^2 = 64 + 16 + 4 = 84$$

25.  $xy1_{(6)}$  을 십진법의 수로 나타낼 때, 4 진법의 전개식으로 잘못 써서 계산하였더니 원래 수보다 64 만큼 작아졌다. 이 때,  $xy1_{(6)}$  을 십진법의 수로 나타내어라. [배점 5, 상하]

▶ **답:**

▶ **정답:** 121

**해설**

$$xy1_{(6)} = x \times 6^2 + y \times 6 + 1$$

$xy1_{(6)}$  를 4 진법의 전개식으로 잘못 계산했다면,

$$xy1_{(6)} = x \times 4^2 + y \times 4 + 1$$

$$\rightarrow x \times 6^2 + y \times 6 + 1 = x \times 4^2 + y \times 4 + 1 + 64$$

$$\rightarrow 20x + 2y = 64$$

$$\rightarrow x, y \text{ 는 } 6 \text{ 진법의 수이고 } 6 \text{ 보다 항상 작으므로,}$$

$$x = 3, y = 2$$

$$\therefore 321_{(6)} = 3 \times 6^2 + 2 \times 6 + 1 \times 1 = 121$$