

단원 종합 평가

1. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 짝수}\}$ 와 그 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 } 4 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 집합 A 의 여집합을 구하여라. [배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : $\{2, 6, 10, 14, 18\}$

해설

$$U = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20\}$$

$$A = \{4, 8, 12, 16, 20\}$$

$$A^c = \{2, 6, 10, 14, 18\}$$

2. 다음 보기에서 집합인 것을 모두 고른것은?

보기

- ㉠ 10 보다 큰 홀수의 모임
- ㉡ 1 에 가까운 수의 모임
- ㉢ 요일의 모임
- ㉣ 마른 사람의 모임
- ㉤ 예쁜 꽃들의 모임
- ㉥ 100 보다 작은 짝수의 모임

[배점 2, 하중]

- ① ㉠, ㉡ ② ㉡, ㉣ ③ ㉠, ㉣, ㉤

- ④ ㉠, ㉣, ㉥ ⑤ ㉠, ㉣, ㉥

해설

㉠ : 11, 13, 15, ...

㉡ : 월, 화, 수, ... , 일

㉢ : 2, 4, 6, ... , 94, 96, 98

㉣, ㉤, ㉥은 기준이 분명하지 않다.

3. $24 \times a = 90 \times b = c^2$ 을 만족하는 가장 작은 자연수 c 의 값을 구하여라. (단, a, b, c 는 모두 자연수이다.)

[배점 2, 하중]

▶ 답 :

▶ 정답 : 60

해설

$$24 \times a = 90 \times b = c^2$$

$24 \times a$ 와 $90 \times b$ 가 어떤 수의 제곱수가 되어야 하므로 소인수분해를 해 보면

$$2^3 \times 3 \times a = 2 \times 3^2 \times 5 \times b$$

즉, c 는 24 과 90 의 공배수이므로 $2^3 \times 3^2 \times 5$ 의 배수이다.

그러므로 가장 작은 c^2 은 $2^4 \times 3^2 \times 5^2$ 이어야 한다.

$$\therefore c = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

4. 집합 $\{2, 3, 4, 5\}$ 의 부분집합의 개수는?

[배점 3, 하상]

- ① 8 개 ② 12 개 ③ 16 개

- ④ 20 개 ⑤ 24 개

해설

$$2^4 = 16 \text{ (개)}$$

5. 두 수 $4 \times x$, $5 \times x$ 의 최소공배수가 80 일 때, x 의 값을 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▷ 정답 : 4

해설

$4 \times x$, $5 \times x$ 의 최소공배수는 $2^2 \times 5 \times x = 80$ 따라서 $x = 4$ 이다.

6. 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 3, 하상]

① $3^3 = 27$

② $2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8$

③ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 3^2 \times 5^2 = 9 \times 25 = 225$

④ $\frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

⑤ $\frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{540}$

해설

$$\textcircled{5} \frac{1}{2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5} = \frac{1}{2 \times 3^2 \times 5^2} = \frac{1}{450}$$

7. $\frac{12}{n}$ 와 $\frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 을 모두 구하여라. [배점 3, 하상]

▶ 답 :

▶ 답 :

▷ 정답 : 1

▷ 정답 : 3

해설

$\frac{12}{n}$, $\frac{21}{n}$ 을 자연수로 만드는 자연수 n 은 12 와 21 의 공약수이다.

12 와 21 의 최대공약수는 3 이므로 $n = 1, 3$ 이다.

8. 두 집합 A, B 에 대하여, 집합 $A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{x \mid x \text{는 } 52 \text{ 의 약수}\}$ 이다. 이를 만족하는 집합 B 로 가능하지 않은 것은? [배점 3, 중하]

① $\{13, 26, 52\}$

② $\{3, 13, 26, 52\}$

③ $\{1, 2, 13, 26, 52\}$

④ $\{2, 4, 13, 26, 52\}$

⑤ $\{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$

해설

$A = \{1, 2, 4\}$, $A \cup B = \{1, 2, 4, 13, 26, 52\}$ 이므로 $\{13, 26, 52\} \subset B \subset (A \cup B)$ 이어야 한다.

② $3 \notin A \cup B$

9. $\frac{686}{n} = a^2$ 을 만족하는 자연수 a 에 대하여 $a + n$ 의 값을 구하여라. (단, n 은 조건을 만족하는 최소의 자연수) [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 21

해설

$$\begin{aligned} 686 &= 2 \times 7^3 \\ n &= 14, \quad a = 7 \\ a + n &= 7 + 14 = 21 \end{aligned}$$

10. 어떤 수와 32의 최대공약수는 8이고, 최소공배수는 96이다. 어떤 수를 구하여라. [배점 3, 중하]

▶ 답 :

▶ 정답 : 24

해설

$$\begin{aligned} (\text{어떤 수}) \times 32 &= 8 \times 96 \\ (\text{어떤 수}) &= 24 \end{aligned}$$

11. $100100_{(2)}$ 에서 앞의 1 은 뒤의 1 의 몇 배인가? [배점 3, 중하]

- ① 2 배 ② 4 배 ③ 6 배
④ 8 배 ⑤ 10 배

해설

$$\begin{aligned} 100100_{(2)} &= 1 \times 2^5 + 1 \times 2^2 \\ \frac{2^5}{2^2} &= 2^{5-2} = 2^3 = 8 \end{aligned}$$

12. 집합 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$ 이고, $n(A \cup X) = 4$, $n((A - B) \cap X) = 2$ 일 때, 집합 X 의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$n(A \cup X) = 4$ 에서 $n(A) = 4$ 이므로 $A \cup X = A$, 즉 $X \subset A$ 가 된다.
또, $n((A - B) \cap X) = n(\{1, 2\} \cap X) = 2$ 에서 $(A - B) \subset X$ 이다.
따라서 $(A - B) \subset X \subset A$ 이므로 1, 2를 반드시 포함하는 A 의 부분 집합의 개수와 같으므로 $2 \times 2 = 4(\text{개})$ 이다.

13. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 10 \text{ 이하의 자연수}\}$ 의 두 부분집합 $A = \{x \mid x \text{는 짝수}\}$,
 $B = \{x \mid x \text{는 } 5 \text{의 배수}\}$ 에 대하여 $(A \cup B)^c \subset X$, $(A - B)^c \cap X = X$ 를 만족하는 집합 X 의 개수는? [배점 4, 중중]

- ① 2 개 ② 4 개 ③ 8 개
④ 16 개 ⑤ 32 개

해설

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}, A = \{2, 4, 6, 8, 10\}, B = \{5, 10\}$ 이고 $(A \cup B)^c = \{1, 3, 7, 9\}, (A - B)^c = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$ 이다.
따라서 $(A \cup B)^c \subset X \subset (A - B)^c$ 이므로 집합 X 의 개수는 $2 \times 2 = 4$ (개) 이다.

해설

$U = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\},$
 $A = \{2, 7, 11\}, B = \{3, 7, 11, 17\}$
 ② $A \cap B^c = A - B = \{2\}$
 ③ $A^c \cap B = B - A = \{3, 17\}$
 ④ $A^c \cup B^c = (A \cap B)^c = \{2, 3, 5, 13, 17, 19\}$
 ⑤ $A^c \cap B^c = (A \cup B)^c = \{5, 13, 19\}$

14. 72를 x 로 나누어 어떤 자연수의 제곱이 되면서 3의 배수는 되지 않도록 할 때, 곱할 수 있는 가장 작은 자연수 x 를 구하여라. [배점 4, 중중]

▶ 답 :

▷ 정답 : 18

해설

$72 = 2^3 \times 3^2$
 따라서 $x = 2 \times 3^2 = 18$

15. 전체집합 $U = \{x \mid x \text{는 } 20 \text{ 이하의 소수}\}$ 에 대하여 $A = \{2, 7, 11\}, B = \{3, 7, 11, 17\}$ 일 때, 다음 중 옳지 않은 것은? [배점 5, 중상]

- ① $A \cap B = \{7, 11\}$
 ② $A \cap B^c = \{2\}$
 ③ $A^c \cap B = \{3, 17\}$
 ④ $A^c \cup B^c = \{2, 3, 9, 13, 17, 19\}$
 ⑤ $A^c \cap B^c = \{5, 13, 19\}$